DISCIPLINE:*MATHEMATIQUES*

NIVEAU du 1^{er} ***trimestre***

SITUATION D'EVALUATION

Context:

Un fermier qui désire aménager son nouveau domaine pour cela il se fait construire une pyramide régulière $SABCD$ de base $ABCD$ et dont les faces latérales sont entièrement en verre.L'architecte chargé de l'exécution des travaux a utilisé les informations suivantes:

- l'espace du terrain d'un repère orthonormé direct $(\Omega; \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3})$, (unité de longueur 11 mètres).
- les sommets A, B, C ont pour coordonnées: $A(1, 2, 3); B(-1, 0, 4); C(1, -1, 6)$
- l'une des faces latérales est contenue dans le plan (P) d'équation : $22x - 20y + 4z + 6 = 0$
- le sommets D appartient à l'ensemble (E) des points M de l'espace tels que : $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB})\Lambda\vec{u} = (\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{DM})\Lambda\vec{u}$ avec $\vec{u} = \vec{e_1} - 2\vec{e_2} - 2\vec{e_3}$.

Renaud, jeune frère du fermier et élève en classe de terminale scientifique, se propose d'utiliser ces informations pour déterminer la quantité de verre ayant servi à couvrir la pyramide **tache**: tu es invité à trouver des réponses aux préoccupations de Renaud

PROBLÈME 1

1. Calcul en mètre, la longueur du coté de la base de la pyramide
   (a) Détermine les coordonnées du point D
   (b) détermine les coordonnées de l'isobarycentre G des points A, B, C, D
2. Démontre que l'ensemble (E) est la droite passant par le point H, milieu du segment $[AC]$, et dirigé par le vecteur $\vec{u}$
3. Ecris une représentation paramétrique de (E)

4. Démontre qu'on a $S(\frac{1}{3}; \frac{11}{6}; \frac{35}{6})$

5. Calcul en mètre la hauteur de la pyramide
   PROBLEME 2

6. Developpe $(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

7. Resous dans $\mathbb{C}$ l'equation : $z^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})z + \sqrt{6}$

8. Résous dans $\mathbb{C}$ les equations ci-après :
   $(1) : z + \frac{1}{z} = \sqrt{2}$ et $(2) : z + \frac{1}{z} = \sqrt{3}$

9. Soit $P(z)$ le polynome de la varialble complexe z tel que :
   $P(z) = z^4 - (\sqrt{3} + \sqrt{2})z^3 + (2 + \sqrt{6})z^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})z + 1$

10. Vérifié que pour tout nombre complexe non nul z, on a:
    $\frac{P(z)}{z^2} = (z + \frac{1}{z})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})(z + \frac{1}{z}) + \sqrt{6}$

11. En effectuant le changement d'inconnue $u = z + \frac{1}{z}$, et en utilisant les résultats précédents , résous l'équation $P(z) = 0$

12. Demontre que les images $M_1, M_2, M_3 et M_4$ des solutions de l'equation $P(z) = 0$ sont sur un cercle de centre O dont tu préciseras le rayon.

PROBLEME 3

La valeur correspondant au prix des travaux est en dizaine de milliers d'euros du module de l'affixe du centre de l'ensemble ϵ des poimts $M(z)$ tel que $f(z) = \frac{z + 2 + 3i}{z - i}; (z \neq i)$ soit imaginaire pur où $-2 - 3i$ est une racine du polynôme $P(z) = z^3 + (1 + 4i)z^2 - 8 + i$

13. Démontre que l'equation $P(z) = 0$ admet une solution imaginaire par $z_O$admet une solution imaginaire par z_0 qu'on précisera

14. justifie que $i^2012 = 1$ et $i^2013 = i$

15. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + (i^2012 + 5i^2013)z - 8 + i = 0$

16. Resoudre l'equation dans $\mathbb{C}$ l'equation $P(z) = 0$
    Partie B

17. Dans la suite $A_1, B_1, C_1, E_1 et M$ désigne les points du plan complexe d'affixe respectives:
$z_0 = i, z_1 = 1 - 2i, z_2 = -2 - 3i, z_4 = (-1 - 2\sqrt{3}) + (-1 + \sqrt{3})$ et z puis on pose $U = \dfrac{-1 + i\sqrt{3}}{z_0 + z_2}$