Classe:T^{leD}

DISCIPLINE:***MATHEMATIQUES***

RETOUR ET PROJECTION

- Le candidat doit traiter obligatoirement toutes les parties de l'épreuve.
- Il ne sera jugé que sur la base des traces écrites sur la copie.
- Il sera tenu grand compte de la clarté et de la précision des raisonnements.

Contexte: Préparatifs pour le festival de Kari
Gounou est un artisant qui compte réaliser et exposer ses tableaux à l'occassion du festival des arts et de la culture de la commune de Kari. Pour réduire le cout de réalisation d'un tableau, il doit se rendre chez au moins deux fournisseurs pour négocier le prix le prix du matériel.La probabilité pour que la négociation réussisse avec un fournisseur est 0.7. Gounou décide de fabriquer des tableaux luxueux inédits dont la vente pourrait faire grimper sont chiffre d'affaires.
Ce type de tableau contiendra des lignes courbes sur lesquelles seront minutieusement disposés des cristaux de marbres et de petites pièces de bois vernis. Pour l'acquisition du matériel nécéssaire à la réalisation de ces tableaux, Gounou a dû négocier le prix, de facon independante, avec cinq fournisseurs.
Bio, fils de Gounou et élève en classe de terminale scientifique, s'interroge sur les chances de son père de réussir les négociations en vue de se procurer le matériel de travail. Il désire par ailleurs, représenter les points et les lignes courbes des tableaux.
Tâche: Tu es invité(e) à aider Bio à trouver une réponse à ses préoccupations en résolvant les trois problèmes suivants:
Problème 1:

1. Calcul la probabilité pour que Gounou réussisse exactement trois négociations sur les cinq.
2. Détermine la loi de probabilité de la variable aléatoire X qui prend pour valeur le nombre de négociations réussies sur les cinq.
3. Détermine la probabilité pourque Gounou réussisse toutes les cinq négociations avec les fournisseurs.
   Problème 2

Six petites pièces de Bois sont représentées par les points A,B,C,D,E et F. Les points A,B et C sont les images des solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation:
$(H) : z^3 + (-6+5i)z^2 + (9-12i)z + 6 + 13i = 0$; Dans le plan complexe muni du repère orthonormé direct $(O; \vec{e_1}, \vec{e_2})$, les points D, E et F sont les images respectives des points A, B et C par la similitude plane directe s d'écriture complexe: $z' = iz + 1 + i$.

4)-a Démontre que l'équation (H) admet une solution imaginaire pure.Tu prendras A comme image de cette solution.

b- Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (H). Tu désigneras par B et C les images des autres solutions telles que $OB < OC$

5)-a Détermine l'affixe du point E.

b- Précise la nature du triangle DEF.

<u>Problème 3</u>:

L'une des lignes courbes est une portion de la représentation graphique $(\mathcal{C})$, dans le plan $(\mathcal{P})$ de la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par : $\begin{cases} f(x) = x + \ln(-x) & \text{si } x < 0 \\ f(x) = 1 + u(x) & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$
,ou u est la solution de l'équation différentielle (E) :$y^{''} + 2y^{'} + y = 0$,qui vérifie les conditions $u(0) = -1$ et $u^{'}(0) = 2$.

6 Justifie que $u(x) = (x-1)e^{-x}$ pour tout x élément de $\mathbb{R}$

7)-a Détermine l'ensemble de définition D_f de f.

b- Calcule les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$

c- Étudie la continuité de f en 0.

8)-a Prouve que f est dérivable à droite en 0 puis précise la demi-tangente à la courbe $(\mathcal{C})$ à droite en son abscisse 0.

b- Détermine $f'(x)$ pour x appartenant à chacun des intervalles $]-\infty; 0[$ et $]0; +\infty[$, puis étudie son signe suivant les valeurs de x.

c- Dresse le tableau des variations de f.

9)a- Étudie les branches infinies de $(\mathcal{C})$.

b- Construis la courbe $(\mathcal{C})$

10) Une autre ligne courbe du tableau est la représentation graphique $(\mathcal{C}^{'})$ déduite de celle de la fonction g de I vers J définie par : $g(x) = f(x)$, où $I =]-\infty; -1[$ et $J = f(I)$.

a- Détermine J

b- Justifie que g est une bijection.

c- Étudie la dérivabilité de la bijection réciproque g^{-1} sur J.

d- La courbe $(\mathcal{C}')$ est en réalité celle de g^{-1}.
Représente l'allure de $(\mathcal{C}')$ dans le même repère que $(\mathcal{C})$