Année scolaire 2019 – 2020
Classe **:**T^{le} ***E-A***
Heure : **4 heures**

DEVOIR DU PREMIER TRIMESTRE

Mathématiques

Problème 1

Dans le plan affine euclidien, on considère le rectangle $ABCD$ **et** DEC **un triangle isocèle rectangle en** E**, le point** E **n'est pas sur** $[AB]$ **tels que** $AB = 2$ **;**$BC = 1$ **et** $DE = CE$ **et g la fonction scalaire de Leibniz associée aux points pondérés** $(A, 1)$,$(B, 1)$,$(C, 1)$ $(D, 1)$,$(E, 2)$

1. Construire l'isobarycentre G_1 des points A,B,C et le barycentre G_2 des points pondérés $(D, 1)$ et $(E, 2)$
2. Démontre que $g(G) = \dfrac{g(A) + g(B) + g(C) + g(D) + 2g(E)}{12}$ et que $g(A) = g(B) = 20\,;g(C) = g(D) = g(E) = 14$
3. a. Déduis-en que $g(M) = 6MG^2 + \dfrac{41}{6}$
   b. Quel est l'ensemble (E_a) des points M du plan tels que :
   $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 + 2ME^2 = 8$
4. Quel est l'ensemble (E_b) des points M du plan tels que :
   $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 + 2ME^2 = 3$
5. Soit $\mathcal{W}$ le plan vectoriel associé à $\mathcal{P}$ et f la fonction vectorielle de Leibniz associée aux points pondérés $(E, 2)$,$(D, -1)$,$(C, -1)$ définie par
   $f(M) = 2\overrightarrow{ME} - \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC}$

a. Montre que f est une fonction qui admet un vecteur constant que l'on précisera.

b. Détermine et construis l'ensemble E_2 des points M de $\mathcal{P}$ tels que :
$2MA^2 - MD^2 - MC^2 = -2$

Problème 2

Dans l'espace orienté muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j})$**, on considère le point** $A(1, 1, 1)$ **et les plans** (P) **et** (Q) **d'équation respectives :** $x + y + z - 1 = 0$ **et** $x + y - 2z - 4 = 0$

5. a. Démontre que les plan (P) et (Q) sont perpendiculaires.
   b. Donne un repère de leur droite d'intersection (Δ)
6. a. Vérifie si $A \in (\Delta)$?

7. Calcule la distance du point A à la droite (Δ).

8. Soit (D) la droite passant par A et perpendiculaire au plan (P).
   a. Détermine une représentation paramétrique de (D).
   b. En déduis les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point A sur le plan (P) .

9. Soit (R) le plan passant par A et perpendiculaire aux plans (P) et (Q)
   a. Détermine une équation cartésienne du plan (R).
   b. Détermine $(P) \cap (Q) \cap (R)$

<u>Problème 3</u>

On considère les nombres complexes $Z_1 = 1 + i\sqrt{3}$; $Z_2 = 1 - i$;$Z_3 = \dfrac{Z_1}{Z_2}$;$Z_4 = (i - \sqrt{3})^5$;$Z_5 = (-\sqrt{2} - i\sqrt{2})^3$ et $Z_6 = \dfrac{Z_4^4}{Z_5^2}$;$Z_7 = Z_4^5 \times Z_5^3$

11. Écris Z_1 et Z_2 sous forme trigonométrique .
12. Donne la forme algébrique et trigonométrique de Z_3.
13. a. Donne la forme algébrique de Z_4 et de Z_5.
    b. Déduis le calcul de Z_6 et de Z_7