Classe **:**T^{le} ***E-A***

TERMINALE E-A

Épreuve :***Mathématiques***

Situation d'évaluation

EXERCICE 1

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.Soient (P_1) et (P_2) les plans d'équations respectives $2x+y+2z+1=0$ et $x-2y+6z=0$.

1. Montrer que les plans (P_1) et les plans (P_2) sont sécants selon une droite (D) dont on préciserea une représentations paramétriques
2. On considère les points $A, BetC$ de coordonnées respectives $(1;0;2)$, $(1;1;4)$,$(-1;1;1)$
   (a) Détermine les coordonnées du vecteur $\vec{n}=\overrightarrow{AB}\Lambda\overrightarrow{AC}$
   (b) Montrer que les points $A, BetC$ ne sont pas alignés
   (c) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC)

EXERCICE 2

On pose $a=\dfrac{u+iv}{2-3i}$ où u et v sont deux nombres réels

(a) Sachant que $\mid a \mid=\sqrt{2}$ et que $\dfrac{3\pi}{4}$ est un argument de a, determine $uetv$

(b) Sachant que $(E):z^4-476+480i=0$
   i. Justifie que si z_0 est une solution de (E), alors $-z_0$, iz_0 et $-iz_0$ sont aussi solutions de (E)
   ii. Calcul $(1+5i)^4$ sous forme algébrique
   iii. Déduis-en la résolution de l'équation (E)

PROBLEME

On considère la fonction u de la variable réelle x,définie par
$u(x)=x+1+\sqrt{x^2+2x}$.
Soit $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de u dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Partie A

3. (a) Justifie que l'ensemble de définition D de u est :
   $D=]-\infty,2]\cup[0,+\infty[$
   (b) Etudie la dérivabilité de u à gauche en -2 et à droite en 0
   (c) Que peut-on en conclure pour la courbe $(\mathcal{C})$ aux points d'abscisses respectives -2 et 0 ?

(d) Etudie les variations de u et dresser le tableau de ces variations.

4. (a) Démontrer que la courbe $(\mathcal{C})$ admet deux asymptotes dont on précisera les équations respectives

   (b) construire $(\mathcal{C})$

Partie B

Soit la fonction définie de $]0,+\infty[$ dans $]1,+\infty[$ par $v(x) = u(x)$

5. Démontre que v est une bijection .

   (a) On désigne par v^{-1} la bijection réciproque de v.

   (b) Prouver que v^{-1} est dérivable sur un intervalle J à préciser .

   (c) Calcul $(v^{-1})'(x)$, pour tout x appartenent à J

   (d) Construire, dans le meme repère que la courbe $(\mathcal{C})$ de u, la courbe $(\mathcal{C})'$ de v^{-1}

Partie C

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{x^2+2x}$.On désigne par (Γ) la courbe représentative de f dna sle repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

On rappel que $(\ln(g(x)))' = \dfrac{g'(x)}{g(x)}$

6. Démontre que la fonction F définie par :
   $F(x) = \ln(x+1+\sqrt{x^2+2x})$, est une primitive sur $]0,+\infty[$ de la fonction f

7. Calcul l'aire $\mathcal{A}$ de la région (R) du plan délimitée par la courbe (Γ), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 3$.
   (Sachant que $\mathcal{A} = F(3) - F(2)$)

8. Détermine les nombre réels α et β tels que , pour tout x appartenant à $]0,+\infty[$, on ait
   $\dfrac{1}{x^2+2x} = \dfrac{\alpha}{x} + \dfrac{\beta}{x+2}$