Classe:T^{le} ***C***

NIVEAU PREMIER TRIMESTRE

Mathématiques

Contexte:

Ayant participé au grand jeu concours organisé par la mairie de la commune de DOUNIA,fofo, un élève en classe de terminale C, à remporté le premier prix, dont un joli coffret de grande valeur ayant la forme d'un pavé droit $ABCDEFGH$ de sens direct,dont la base $ABCD$ est un carré de côté $AB = 1$ et dont la hauteur est $AE = 2$. Fofo, cherche à en savoir un peu plus les aspects géométriques de ce coffret. Il pose :

- $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{j} = \overrightarrow{AD}$ et $\vec{k} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AE}$
- Fofo désigne par O le centre de ce coffret, par I et J les milieux respectifs des segments $[BE]$ et $[EG]$
- L'unité de longueur est ul=2cm.

Tâche:
Tu vas aider fofo dans ses recherches en traitant les trois problèmes suivants:

Problème1

1. Exprimer le point G comme barycentre des points A,B,D,E.
2. Démontre que le triplet $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ forme un repère orthonormé direct.

   a- Calcul BJ^2 et GI^2

   b- Calcul les produits scalaires $\overrightarrow{OE}.\overrightarrow{OG}$ et $\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OE}$ puis en déduire $\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OG}$.
3. Déterminer l'ensemble (E) des points M de l'espace tel que $\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{ME}.\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MG}.\overrightarrow{MB} = 17$.
4. Déterminer le rapport et le centre de l'homothétie qui transforme le point I en B et le point J en G

Problème 2

5. a-Détermine une équation cartésienne du plan (BEG)

   b- Détermine l'expression analytique de la réflexion $S_{(BEG)}$ de plan (BEG)

6. a-Détermine une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point F et perpendiculaire au plan (BEG)

   b-Détermine les coordonnées le point d'intersection I de la droite (Δ) et du plan (BEG)

   c-Détermine l'expression analytique du démi-tour $S_{(\Delta)}$ d'axe la droite (Δ)

7. Détermine l'expression analytique de la composée $S_{(P)} \circ S_{(BEG)}$

8. Fofo considère un plan (P) passant par le point F et parallèle au plan (BEG)

   a-Détermine la nature et les éléments caractéristiques de la composée $S_{(P)} \circ S_{(BEG)}$

   b-détermine l'expression analytique de la composée $S_{(P)} \circ S_{(BEG)}$

   c-En déduire l'expression analytique de la réflexion $S_{(P)}$ de plan (P)

   d-Démontre que le plan (P) est globalement invariant par le demi-tour $S_{(\Delta)}$

9. Fofo considère un plan (Q) contenant la droite (Δ)

   a-Démontre que le plan (Q) est globalement invariant par la réflexion $S_{(P)}$ de plan (P)

   b-Détermine la nature et les éléments caractéristiques de la composée $S_{(Q)} \circ S_{(BEG)}$

   c-En déduire l'expression analytique de la réflexion $S_(Q)$ de plan Q

   d-Détermine une équation cartésienne du plan (Q)

Problème 3

Dans le plan complexe muni du repère orthonormé $(A; \vec{e_1}, \vec{e_2})$ fofo place des lampadaires aux points M_1 et M_2 d'affixes respectifs $u = i - \sqrt{3}$ et $v = 2 + u$

10. a-Donne une interprétation géométrique du module et un argument de u

    b-Ecris une forme exponentielle de u

11. Démontre que $\forall\ \theta \in \mathbb{R}$ on a:
    $1 + e^{i\theta} = 2\cos(\dfrac{\theta}{2})e^{i\theta}$ et $1 + e^{i\theta} = -2i\sin(\dfrac{\theta}{2})e^{i\theta}$

12. a-Donne une forme trigonométrique de v

b-En déduire les valeurs exactes de $\cos(\dfrac{5\pi}{12})$ et $\sin(\dfrac{5\pi}{12})$

13. Détermine le plus petit entier naturel n pour que v^{2017n} soit imaginaire pur

14. Détermine les entiers relatifs n pour que v^n soit un nombre réel non nul.