

Épreuve de MathématiquesSituation d'évaluation

Chaque année scolaire, un collège Privé de Calavi, organise à l'intention de ses apprenants un championnat de tir à l'arc. Un dispositif spécial construit et comportant dix (10) casiers est situé à une certaine distance du lieu de tir. Chaque casier porte un numéro  $x$  donné ( $x$  est un nombre réel). Le polynôme  $P$  défini par  $P(x) = x^4 - x^3 - 13x^2 + x + 12$  permet de calculer les points gagnés par chaque tireur.

Lorsqu'un candidat tire sa flèche dans un casier dont le numéro est une racine du polynôme  $P$ , il gagne zéro point.

Lorsqu'il tire sa flèche dans un casier dont le numéro est  $\alpha$ , il gagne  $P(\alpha)$  points. Chaque candidat a droit à (03) tirs. Alice, Wasso et Armand sont les trois finalistes de ce championnat.

Alice a tiré dans les casiers portant les numéros  $-1$ ;  $1$  et  $4$ . Wasso a tiré dans les casiers portant les numéros  $2$ ;  $-3$  et  $5$ . Armand a tiré dans les casiers portant les numéros  $5$ ;  $-2$  et  $-5$ . Le jury dispose d'un polynôme  $H$  défini par  $H(x) = x^2 + 4x - 3$  qui lui permet d'éliminer les candidats dès le premier tour. Le vainqueur du championnat est le finaliste qui aurait totalisé plus de points à l'issue des trois tirs. Les trois candidats se proposent de connaître leurs résultats avant la délibération du jury. **Tâche:** Tu es invité(e) à aider ces 03 finalistes à connaître les résultats à travers la résolution des problèmes suivants.

Problème 1

1. Donne le degré de chacun des polynômes  $P$  et  $H$ .
2. (a) Peux-tu écrire sous forme canonique le polynôme  $P$  ? Justifie ta réponse.  
(b) Écris sous forme canonique le polynôme  $H$ .
3. (a) Vérifie que  $-1$  et  $1$  sont des racines du polynôme  $P$ .  
(b) Détermine le polynôme du second degré  $Q$  défini par  

$$Q(x) = ax^2 + bx + c$$
tel que  

$$P(x) = (x^2 - 1)(ax^2 + bx + c)$$
où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des nombres réels avec  $a \neq 0$

## **Problème 2**

Soit  $R$  et  $P$  deux polynômes définis respectivement par  $R(x) = x^2 - x - 12$  et  $P(x) = (x^2 - x - 12)(x - 1)(x + 1)$ .

4. (a) Détermine les racines du polynôme  $R$ .  
(b) Montre que  $R(x) = (x - 4)(x + 3)$ .  
(c) Vérifie que  $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$ .
5. (a) Écris le polynôme  $P$  sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.  
(b) Que représente 4 et  $-3$  pour le polynôme  $P$ ?  
(c) Calcule  $P(5)$ ;  $P(-2)$ ;  $P(2)$  et  $P(-5)$ .
6. (a) Donne le nombre de points que chaque finaliste a totalisé.  
(b) Précise le vainqueur du championnat à l'issu des trois tirs.

**Bonne Composition!**