DISCIPLINE:***MATHEMATIQUES***

NIVEAU TLE D

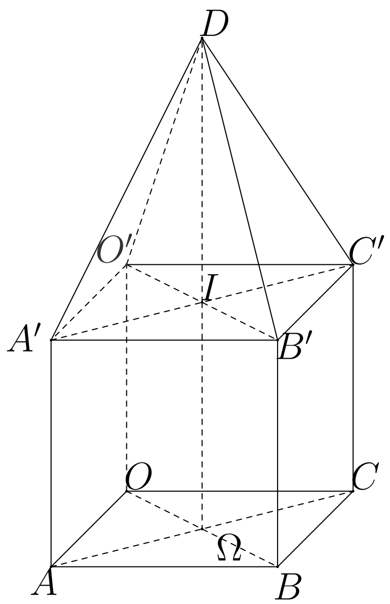
SITUATION D'EVALUATION

Context:

Sur le dispositif schématise ci-contre, une cible est placée en un point D, sommet d'une pyramide régulière à base carrée $A'B'C'O'$ de hauteur $0,5$. $OABCO'A'B'C'$ est un cube d' arête 1 (l'unité de longueur étant $\frac{1}{2}m$).L'espace $(\mathcal{E})$ est rapporté au repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ou $\vec{i}=\overrightarrow{OA};\vec{j}=\overrightarrow{OC};\vec{k}=\overrightarrow{OO'}$.
Un jeu consiste à tirer une balle d'une machine et essayer d'atteindre la cible. On suppose que les trajectoires de toutes les balles tirées sont rectilignes et dépendent de certains paramètres que le joueur fait rentrer dans la machine.Trois amis Jacques, Jean et Amina ont fait chacun un essai sans succès. La trajectoire de la balle tirée par Jacque est la droite (Δ_1) de système d'équation cartésiennes: $2x = y-4 = -z+2$ celle de la balle tirée par Jean est la droite (Δ_2) de représentation paramétrique:

$$\begin{cases} x = -2+t \\ y = 1+2t \qquad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 4-2t \end{cases}$$

Enfin Amina a tiré une balle dont la trajectoire est la droite (Δ_3) passant par les points $E(2,5;3)$ et $F(-4,1,1)$. Cocou , un élève en classe de terminale,qui veut aussi faire un essai se demande comment il doit s'y prendre pour atteindre la cible.



Tâche: Tu vas aider Cocou en résolvant les problèmes suivants:

PROBLEME 1

1. (a) **Détermine un repère de chacune des droites $(\Delta_1); (\Delta_2); (\Delta_3)$.**

   (b) **Démontre que les droites (Δ_1) et (Δ_2) sont coplanaires**

   (c) **Détermine une équation cartésienne du plan (P) contenant $(\Delta_1) et (\Delta_2)$**

2. (a) **Démontre que $(\Delta_1) et (\Delta_2)$ sont sécants en un point K dont on précisera les coordonnées.**

   (b) **Détermine une equation cartésienne du plan (Q) contenant les droites $(\Delta_2) et (\Delta_3)$**

3. (a) **Calcul en cm la distance du point F à la droites (Δ_2)**

   (b) **Détermine une équation cartésienne du plan (R) contenant F et perpendiculaire à (Δ_2).**

   (c) **En Déduire les coordonnées du point H projeté orthogonal de F sur la droite (Δ_2), puis calcule d'une autre façon la distance du point F à la droite (Δ_2)**

4. (a) **Démontre que les droites $(\Delta_1) et (\Delta_3)$ sont non coplanaires.**

   (b) **Détermine une représentation paramétrique du plan (π) contenant (Δ_1) et perpendiculaire à (Δ_3)**

5. (a) **Justifie que les points pondérés $(E, 2) et (F, -1)$admettent un barycentre**

   (b) **soit T ce barycentre . Détermine l'ensemble (τ) des points M de l'espace $(\mathcal{E})$ tels que $2\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{EM} = \overrightarrow{MF} \wedge \overrightarrow{MA}$.**

PROBLEME 2

Cocou à recu une information précise susceptible de l'aider à atteindre la cible :

« il faut que la trajectoire de la balle soit dans le plan (L) dont une représentation paramétrique est la suivante:

$$\begin{cases} x = 1 - \alpha - \beta \\ y = \alpha + \beta \qquad \textbf{ou} \quad (\alpha, \beta) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \\ z = 1 - \beta \end{cases}$$

6. (a) **Détermine une équation cartésienne du plan (L)**

   (b) **Vérifie que le point C' appartient à (L)**

7. (a) Détermine les coordonnées du point D (on pourra utiliser la relation $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{O\Omega} + \overrightarrow{\Omega D} \quad ou \quad \overrightarrow{\Omega D} = a\overrightarrow{OO'}; a > 0$, on précisera la valeur de a)

   (b) Verifier que le point D appartient à (L)

8. Cocou décide de donner pour trajectoire à la balle la droite (Δ) passant par les point C' et $R(1,0,2)$

   (a) Donner une représentation paramétrique de la droite (Δ)

   (b) Prouve que Cocou atteindra la cible.

PROBLEME 3

Dans la salle de jeu, il à été prévu une décoration sur les murs qui est constituée d'un cercle circonscrit à un triangle ABC avec $A(1;2)$; $(2;-2)$; $C(-1;3)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{e_1},\vec{e_2})$. Le cercle à une équation de la forme : $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

9. Résous dans $\mathbb{R}^3$ par la méthode du pivot de GAUSS le système suivant:

$$(S) : \begin{cases} x + 2y + z = -5 \\ 2x - 2y + z = -8 \\ -x + 3y + z = -10 \end{cases}$$

10. Déduis-en la solution du système

$$(S') : \begin{cases} \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{2}{y+3} + \dfrac{1}{\mid z \mid} = -5 \\ \dfrac{-1}{x-1} + \dfrac{3}{y+3} + \dfrac{1}{\mid z \mid} = -10 \\ \dfrac{2}{x-1} - \dfrac{2}{y+3} + \dfrac{1}{\mid z \mid} = -8 \end{cases}$$

11. Déduis de tout ce qui précède l'équation du cercle (C) circonscrit au triangle ABC.Précise le centre et le rayon de ce cercle.