Année scolaire $2019-2020$
Classe **:**T^{le} ***E-A***

Exercices de renforcement

Mathématiques

Exercice 2

Dans le plan affine euclidien, on considère le rectangle $ABCD$ **et** DEC **un triangle isocèle rectangle en** E**, le point** E **n'est pas sur** $[AB]$ **tels que** $AB=2$ **;**$BC=1$ **et** $DE=CE$ **et g la fonction scalaire de Leibniz associée aux points pondérés** $(A,1)$,$(B,1)$,$(C,1)$ $(D,1)$,$(E,2)$

1. Construire l'isobarycentre G_1 des points A,B,C et le barycentre G_2 des points pondérés $(D,1)$ et $(E,2)$
2. Démontre que $g(G)=\dfrac{g(A)+g(B)+g(C)+g(D)+2g(E)}{12}$ et que $g(A)=g(B)=20$;$g(C)=g(D)=g(E)=14$
3. a. Déduis-en que $g(M)=6MG^2+\dfrac{41}{6}$
   b. Quel est l'ensemble (E_a) des points M du plan tels que :
   $MA^2+MB^2+MC^2+MD^2+2ME^2=8$
4. Quel est l'ensemble (E_b) des points M du plan tels que :
   $MA^2+MB^2+MC^2+MD^2+2ME^2=3$
5. Soit $\mathcal{W}$ le plan vectoriel associé à $\mathcal{P}$ et f la fonction vectorielle de Leibniz associée aux points pondérés $(E,2)$,$(D,-1)$,$(C,-1)$ définie par
   $f(M)=2\overrightarrow{ME}-\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MC}$

a. Montre que f est une fonction qui admet un vecteur constant que l'on précisera.

b. Détermine et construis l'ensemble E_2 des points M de $\mathcal{P}$ tels que :
$2MA^2-MD^2-MC^2=-2$.

Exercice 2

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$**. On donne les points** $A(-1;2;3)$,$B(-1;2;-2)$ **et** $C(-3;0;4)$ **et on désigne par** I **le barycentre des points pondérées** $(A;2)$ **et** $(B,3)$

2 . Détermine lescoordonnées du point I.

3 . Soit (D) l'ensemble des points M de l'espace tels que :

$$(2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB})\Lambda(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC})=0$$

a.Démontre que (D) est une droite dont-on donnera un repère.

3 . Soit (Δ) la droite de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = -1 - 2\alpha \\ y = 2 - 2\alpha \\ z = -2 + \alpha \end{cases} \quad (\alpha \in \mathbb{R})$
a. Démontre que (Δ) et (D) sont strictement parallèles.
b.Détermine une équation cartésienne du plan (P) déterminé par (Δ) et (D).
c. Donne une représentation paramétrique du plan (P)

4 . a.Soit (Q) le plan d'équation cartésienne : $x + y = 0$ et $H(1; 2; 0)$ b.Démontre que (Q) est perpendiculaire à (P).
c. Calcul la distance $d(H; (P))$ et $d(H; (Q))$

Exercice 2

Dans l'espace orienté muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère le point $A(1, 1, 1)$ et les plans (P) et (Q) d'équation respectives : $x + y + z - 1 = 0$ et $x + y - 2z - 4 = 0$

5. a. Démontre que les plan (P) et (Q) sont perpendiculaires.
b. Donne un repère de leur droite d'intersection (Δ)
6. a. Vérifie si $A \in (\Delta)$?
7. Calcule la distance du point A à la droite (Δ).

8. Soit (D) la droite passant par A et perpendiculaire au plan (P).
a. Détermine une représentation paramétrique de (D).
b. En déduis les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point A sur le plan (P) .

9. Soit (R) le plan passant par A et perpendiculaire aux plans (P) et (Q)
a. Détermine une équation cartésienne du plan (R).
b. Détermine $(P) \cap (Q) \cap (R)$

Exercice 2

Soit ABCDE une pyramide régulière telle que : $ABCD$ est un carré ; la droite (AE) est perpendiculaire au plan (ABC) et $AB = AD = 1m$. La pyramide est séparée en deux compartiments par le plan (P) passant par le milieux du segment $[ED]$ et les points A, C et la droite (Δ) de système d'équation cartésiennes :

$$x - 1 = y - \frac{1}{6} = z + \frac{5}{6}$$

1 . Détermine dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ les coordonnées des points D ;C et I

2 . Justifie que le plan (P) a pour équation $x - y + z = 0$

3 . Déduis-en les coordonnées du points S intersection de (P) et de (Δ).

4 . calcul l'aire de la surface de séparation .

5 . a. Calcul le volume du compartiment en forme du tétraèdre $ACDL$ b.Déduis le volume du second compartiment

Exercice 3

On considère les nombres complexes $Z_1 = 1 + i\sqrt{3}$; $Z_2 = 1 - i$;$Z_3 = \dfrac{Z_1}{Z_2}$;$Z_4 = (i - \sqrt{3})^5$;$Z_5 = (-\sqrt{2} - i\sqrt{2})^3$ et $Z_6 = \dfrac{Z_4^4}{Z_5^2}$;$Z_7 = Z_4^5 \times Z_5^3$

11. Écris Z_1 et Z_2 sous forme trigonométrique .
12. Donne la forme algébrique et trigonométrique de Z_3.
13. a. Donne la forme algébrique de Z_4 et de Z_5.
    b. Déduis le calcul de Z_6 et de Z_7