

**I. INTRODUÇÃO À FÍSICA COMPUTACIONAL - 7600017 - 2S/2025**  
**PROJETO 1 — INTRODUÇÃO À PROGRAMAÇÃO**  
**PROFESSOR: FRANCISCO C. ALCARAZ**  
**PRAZO DE ENTREGA: 17/08/2025 (DOMINGO)**

**DESCRIÇÃO**

O objetivo deste projeto é propiciar um treinamento inicial da programação FORTRAN 77 através de tarefas simples. Lembre-se que semântica das variáveis será aquela do fortran-77.

1. Caso queira emprestar uma quantia "Q" e que a dívida seja paga em "N" parcelas mensais fixas, pagando juros mensais percentuais "AJM", qual será o valor da parcela mensal "V" a ser paga? Faça um programa que leia no terminal os valores de "Q, N, AJM" e forneça no terminal o valor de "V". Teste seus resultados para Q=2000,N=12, AJM=1.1
2. Escreva um programa FORTRAN que leia do terminal os raios  $r_1$  interno e  $r_2$  externo de um torus, forneça a área total e o volume do mesmo. Os resultados devem ser mostrados na tela do terminal.
3. Escreva um programa que lê os  $N$  números reais (do tipo REAL\*8) do arquivo tarefa-3-entrada-1.in disponível na página do e-disciplinas do curso curso. Seu programa deve descobrir e imprimir na tela do terminal o valor de  $N$ . Em seguida, seu programa deve ler do terminal o valor de  $M \leq N$  e ordenar apenas os  $M$  primeiros menores números desse arquivo. O resultado deve ser salvo em um arquivo de saída juntamente com o número  $M$ .
4. (a) Escreva um programa que dado  $x \in \mathbb{R}$  calcule com precisão  $\epsilon = 10^{-5}$  o valor de  $\cos(x)$  utilizando a série

$$\ln(x) = -[(1-x) + (1-x)^2/2 + (1-x)^3/3 + \dots] = -\sum_{n=1}^{\infty} (1-x)^n/n.$$

Compare seus resultados com o valor obtido pela função intrínseca  $\log(x)$  do FORTRAN.

- (b) Modifique seu programa para dupla precisão e teste até que valores você conseguiria diminuir a variável  $\epsilon$  para que a sua precisão seja a mesma da função  $\text{dlog}(x)$ : a função  $\log(x)$  intrínseca do FORTRAN 77 em precisão dupla.
5. (a) Escreva um programa que leia de um arquivo de entrada (vide exemplo abaixo) as permutações de  $N$  inteiros (1, 2, ...,  $N$ ) e as correspondentes paridades ( $-1$  ou  $+1$ ) e produza as permutações de  $(N+1)$  números com a devida paridade.  
 Ex:  $N = 3$  ( $p_1, p_2, p_3, \text{paridade}$ )  
 1 2 3 1  
 2 3 1 1  
 3 1 2 1  
 1 3 2 -1  
 2 1 3 -1  
 3 2 1 -1
- (b) Utilize o programa anterior para calcular o determinante de uma matriz real  $N \times N$ . Utilize as permutações geradas no programa anterior.
- (c) Faça um programa utilizando o anterior que calcule a solução de um sistema de equações lineares

$$\mathbb{A}\vec{x} = \vec{y},$$

sendo  $\mathbb{A}$  é uma matriz real de ordem  $N \times N$ , e  $\vec{y}$  um vetor real  $N \times 1$ , ambos dados em um arquivo de entrada (que você deve construir). Teste seus resultados para  $N = 4, 5$  e  $6$ .

6. Utilizando a função  $\text{rand}()$  do FORTRAN (que gera números reais pseudo-aleatórios entre 0 e 1), faça um programa que calcule o volume  $V_d$  de uma esfera em  $d$  dimensões. Teste seus resultados variando o número  $M$  de números aleatórios para  $d = 2, 3$  e  $4$ . Analise se suas respostas são razoáveis. Compare com a expressão  $V_d = \frac{\pi^{d/2}}{\Gamma(1+d/2)} R^d$ , onde  $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$ ,  $\Gamma(1) = 1$ ,  $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ .

7. (a) Usando a expressão acima, faça um programa que, dando como entrada o raio  $R$  e a dimensão  $d$ , calcule os volumes das esferas nas dimensões  $0, 1, 2, \dots, d$ . Os resultados devem estar em um arquivo de saída.  
(b) Usando o graficador XMGRACE faça em um mesmo gráfico  $V_d$  como função de  $d$  para  $d$  variando de 0 até 25 e  $R = 0,9, 1,0$  e  $1,1$ .
8. (a) O volume de um cubo de  $d$  dimensões de raio 1 m será  $1 \text{ m}^d$ , quantas vezes este volume será maior que uma esfera de raio  $R = 1$  m nesta dimensão? Qual seria seu resultado para  $d \rightarrow \infty$ ?

## BREVE DISCUSSÃO SOBRE A EXECUÇÃO DOS PROBLEMAS

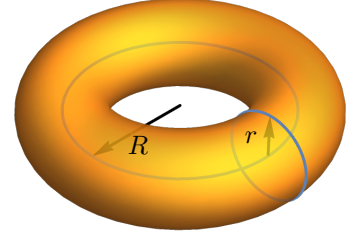
### Área e volume de um torus

Seja um torus cujos raios dos círculos maior e menor são, respectivamente,  $R$  e  $r$  como ilustrado na figura ao lado. A área superficial é simplesmente dada por

$$A = \int_0^{2\pi} R d\phi \int_0^{2\pi} r d\theta = 4\pi^2 Rr.$$

O volume, por outro lado, é dado por

$$V = \int_0^{2\pi} R d\phi \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^r r' dr' = 2\pi^2 Rr^2.$$



### Solução de sistemas lineares pelo método de Cramers

Seja o sistema linear de equações

$$\mathbb{A}\vec{x} = \vec{y}, \text{ onde } \mathbb{A} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,N} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N,1} & a_{N,2} & \cdots & a_{N,N} \end{pmatrix}, \vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{pmatrix} \text{ e } \vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix}.$$

A solução  $\vec{x}$ , de acordo com o método de Cramer, é dada por

$$x_i = \frac{\det \mathbb{A}_i}{\det \mathbb{A}},$$

onde  $\mathbb{A}_i$  é a matriz  $\mathbb{A}$  com a  $i$ -ésima coluna substituída pelo vetor coluna  $\vec{y}$ , ou seja,

$$\mathbb{A}_1 = \begin{pmatrix} y_1 & a_{1,2} & \cdots & a_{1,N} \\ y_2 & a_{2,2} & \cdots & a_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_N & a_{N,2} & \cdots & a_{N,N} \end{pmatrix}, \mathbb{A}_2 = \begin{pmatrix} a_{1,1} & y_1 & \cdots & a_{1,N} \\ a_{2,1} & y_2 & \cdots & a_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N,1} & y_N & \cdots & a_{N,N} \end{pmatrix}, \dots, \mathbb{A}_N = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & y_1 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & y_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N,1} & a_{N,2} & \cdots & y_N \end{pmatrix}.$$

O determinante é dado pela fórmula de Leibniz

$$\det \mathbb{A} = \sum_{\sigma \in S_N} \text{sgn}(\sigma) a_{1,\sigma(1)} a_{2,\sigma(2)} \cdots a_{N,\sigma(N)},$$

onde  $\text{sgn}(\sigma)$  é o sinal (ou paridade) de  $\sigma$ . Aqui, a soma é sobre todas as permutações  $\sigma$  do conjunto  $\{1, 2, 3, \dots, N\}$ , com a paridade de  $\sigma$  sendo dada por  $(-1)^n$ , com  $n$  sendo o número de transposições (trocas). O conjunto de todas essas permutações é denotado pelo  $S_N$ . Finalmente,  $\sigma(i)$  é o valor da  $i$ -ésima posição da permutação de  $\{1, 2, 3, \dots, N\}$ . Por exemplo, para o caso  $N = 3$  e  $\sigma = (1, 3, 2)$ , então  $\sigma(1) = 1$ ,  $\sigma(2) = 3$  e  $\sigma(3) = 2$ . Note que, neste caso,  $n = 1$ . Logo, a paridade correspondente é  $-1$ .

O determinante é dado pela fórmula de Leibniz

$$\det \mathbb{A} = \sum_{\sigma \in S_N} \text{sgn}(\sigma) a_{1,\sigma(1)} a_{2,\sigma(2)} \cdots a_{N,\sigma(N)},$$

onde  $\text{sgn}(\sigma)$  é o sinal (ou paridade) de  $\sigma$ . Aqui, a soma é sobre todas as permutações  $\sigma$  do conjunto  $\{1, 2, 3, \dots, N\}$ , com a paridade de  $\sigma$  sendo dada por  $(-1)^n$ , com  $n$  sendo o número de transposições (trocas). O conjunto de todas essas permutações é denotado pelo  $S_N$ . Finalmente,  $\sigma(i)$  é o valor da  $i$ -ésima posição da permutação de  $\{1, 2, 3, \dots, N\}$ . Por exemplo, para o caso  $N = 3$  e  $\sigma = (1, 3, 2)$ , então  $\sigma(1) = 1$ ,  $\sigma(2) = 3$  e  $\sigma(3) = 2$ . Note que, neste caso,  $n = 1$ . Logo, a paridade correspondente é  $-1$ .