Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №6

з дисципліни
«Алгоритми і структури даних»

Виконав:
студент групи ІМ-31
Литвиненко Сергій Андрійович
номер у списку групи: 12

Перевірила:
Молчанова А. А.

Київ 2024

Постановка задачі

1. Представити зважений ненапрямлений граф із заданими параметрами так само, як у лабораторній роботі №3.

Відмінність 1: коефіцієнт $k = 1.0 - n_3 * 0.01 - n_4 * 0.005 - 0.05$.

Отже, матриця суміжності A_{dir} напрямленого графа за варіантом формується таким чином:

1) встановлюється параметр (seed) генератора випадкових чисел, рівний номеру варіанту $n_1n_2n_3n_4$;

2) матриця розміром $n * n$ заповнюється згенерованими випадковими числами в діапазоні [0, 2.0);

3) обчислюється коефіцієнт $k = 1.0 - n_3 * 0.01 - n_4 * 0.05 - 0.15$, кожен елемент матриці множиться на коефіцієнт k;

4) елементи матриці округлюються: 0 — якщо елемент менший за 1.0, 1 — якщо елемент більший або дорівнює 1.0.

Матриця A_{undir} ненапрямленого графа одержується з матриці A_{dir} так само, як у ЛР №3.

Відмінність 2: матриця ваг W формується таким чином.

1) матриця B розміром $n \cdot n$ заповнюється згенерованими випадковими числами в діапазоні [0, 2.0) (параметр генератора випадкових чисел той же самий, $n_1n_2n_3n_4$);

2) одержується матриця C:

$c_{ij} = b_{ij} \cdot 100 \cdot a_{dir_{ij}}, c_{ij} \in C, b_{ij} \in B, a_{dir_{ij}} \in A_{dir}$;

3) одержується матриця D, у якій

$d_{ij} = 0$ якщо $c_{ij} = 0$,

$d_{ij} = 1$ якщо $c_{ij} > 0, d_{ij} \in D, c_{ij} \in C$;

4) одержується матриця H, у якій

$h_{ij} = 1$ якщо $d_{ij} \neq d_{ji}$,

та $h_{ij} = 0$ в іншому випадку;

5) Tr — верхня трикутна матриця з одиниць ($tr_{ij} = 1$ при $i < j$);

6) матриця ваг W симетрична, і її елементи одержуються за формулою: $w_{ij} = w_{ji} = (d_{ij} + h_{ij} \cdot tr_{ij}) \cdot c_{ij}$.

2. Створити програму для знаходження мінімального кістяка за алгоритмом Краскала при n4 — парному і за алгоритмом Пріма — при непарному. При цьому у програмі:

- графи представляти у вигляді динамічних списків, обхід графа, додавання, віднімання вершин, ребер виконувати як функції з вершинами відповідних списків;
- у програмі виконання обходу відображати покроково, черговий крок виконувати за натисканням кнопки у вікні або на клавіатурі;

3. Під час обходу графа побудувати дерево його кістяка. У програмі дерево кістяка виводити покроково у процесі виконання алгоритму. Це можна виконати одним із двох способів:

- або виділяти іншим кольором ребра графа;
- або будувати дерево обходу поряд із графом.

При зображенні як графа, так і його кістяка, вказати ваги ребер.

Варіант 12

n1 = 3, n2 = 1, n3 = 1, n4 = 2;

Кількість вершин - 10 + n3 = 11;

Розміщення вершин – квадрат (прямокутник);

Текст програми

Файл headers/config.hpp

```
#pragma once
#include <SFML/Graphics/Color.hpp>
#include <string>

namespace config {
  extern const char* TITLE;
  extern const unsigned WIDTH;
  extern const unsigned HEIGHT;
  extern const float LINE_WIDTH;
  extern const float VERTEX_RADIUS;
  extern const int SMOOTHING;
  extern const sf::Color LINE_COLOR;
  extern const sf::Color BACKGROUND_COLOR;
  extern const sf::Color ACTIVE_VERTEX_COLOR;
  extern const std::string FONT_PATH;
  extern const unsigned TEXT_SIZE;
  extern const unsigned LABEL_SIZE;
  extern const float ARROWS_LENGTH;
  extern const unsigned CURVE_ITEMS;
  extern const int n1, n2, n3, n4;
  extern const float k;
  extern const size_t VERTICES_COUNT;
  extern const size_t SIDES;
  extern const int SEED;
}
```

Файл headers/draw.hpp

```
#pragma once
#include <SFML/Graphics.hpp>
#include <functional>
#include "config.hpp"
#include "matrix.hpp"
#include "vertex.hpp"
#include "graph.hpp"

using matrix::matrix_t, graph::mst_t;

namespace draw {
  void drawGraph(sf::RenderWindow& window, const matrix_t& matrix, size_t
sides, int size);
  std::function<void(sf::RenderWindow&)> skeletonClosure(
    const matrix_t& matrix,
    const mst_t& path,
    size_t sides,
    int size
  );
}
```

Файл headers/graph.hpp

```
#pragma once
#include <vector>
#include "matrix.hpp"

using matrix::matrix_t;

namespace graph {
  using mst_t = std::vector<std::pair<size_t, size_t>>;
  std::tuple<matrix_t, mst_t, size_t> kruskal(const matrix_t& weighted);
}
```

Файл headers/matrix.hpp

```
#pragma once
#include <SFML/Graphics.hpp>
#include <vector>

namespace matrix {
  using row_t = std::vector<int>;
  using matrix_t = std::vector<row_t>;

  matrix_t adjacencyMatrix(int size, int seed, float k);
  matrix_t toUndirected(const matrix_t& matrix);
  matrix_t weightedMatrix(const matrix_t& a, int seed);
}

std::ostream& operator<<(std::ostream& os, const matrix::matrix_t&
matrix);
```

Файл headers/utils.hpp

```
#pragma once
#include <SFML/Graphics.hpp>
#include <functional>
#include <string>
#include "config.hpp"
#include "draw.hpp"

namespace utils {
  sf::RenderWindow& manageWindow(
    sf::RenderWindow& window,
    unsigned width,
    unsigned height,
    const char* title
  );
  void pollEvents(
    sf::RenderWindow& window,
    const std::function<bool(const sf::Event&)> triger,
    const std::function<void(sf::RenderWindow&)> callback
  );
  sf::Font getFont(const std::string& path = config::FONT_PATH);
  std::function<bool(const sf::Event&)> onKeyDown(const
sf::Keyboard::Key& key);
  void clearWindow(sf::RenderWindow& window, const sf::Color& color);
}
```

Файл headers/vertex.hpp

```
#pragma once
#include <SFML/Graphics.hpp>
#include <functional>
#include <string>
#include "config.hpp"


namespace vertex {
  struct Vertex {
    float x;
    float y;
    size_t index;
  };
  void draw(sf::RenderWindow& window, const vertex::Vertex& vertex, const
sf::Color& color = config::LINE_COLOR);
    void lineConnect(
    sf::RenderWindow& window,
    const vertex::Vertex& from,
    const vertex::Vertex& to,
    const std::string& txt,
    bool shift = false,
    bool dir = true,
    const sf::Color& color = config::LINE_COLOR
  );
  void arcConnect(
    sf::RenderWindow& window,
    const Vertex& from,
    const Vertex& to,
    const std::string& txt,
    bool dir,
    const sf::Color& color
  );
  void loop(
    sf::RenderWindow& window,
```

```
    const Vertex& vertex,
    const std::string& txt,
    bool dir = true,
    const sf::Color& color = config::LINE_COLOR
  );
  std::function<Vertex(size_t)> getVertexClosure(
    size_t count,
    size_t sides = config::SIDES,
    int width = config::WIDTH
  );
  void drawText(
    sf::RenderWindow& window,
    const sf::Vector2f& posc,
    const std::string& txt,
    const sf::Color& color = config::LINE_COLOR
  );
}
```

Файл config.cpp

```
#include <SFML/Graphics/Color.hpp>
#include <string>
#include "config.hpp"

namespace config {
  const char* TITLE{ "Lytvynenko Serhiy, IM-31" };
  const unsigned WIDTH{ 800 };
  const unsigned HEIGHT{ 800 };
  const float LINE_WIDTH{ 3.f };
  const float VERTEX_RADIUS{ 50.f };
  const int SMOOTHING{ 8 };
  const sf::Color LINE_COLOR{ sf::Color::White };
  const sf::Color BACKGROUND_COLOR{ sf::Color::Black };
  const sf::Color ACTIVE_VERTEX_COLOR{ sf::Color::Red };
  const std::string FONT_PATH{ "./fonts/arial.ttf" };
  const unsigned TEXT_SIZE{ 32 };
  const unsigned LABEL_SIZE{ 16 };
  const float ARROWS_LENGTH{ 15 };
  const unsigned CURVE_ITEMS{ 20 };
  const int n1{ 3 }, n2{ 1 }, n3{ 1 }, n4{ 2 };
  const float k{ 1.f - n3 * 0.01f - n4 * 0.005f - 0.05f };
  const size_t VERTICES_COUNT{ 10 + n3 };
  const size_t SIDES{ 4 };
  const int SEED{ n1 * 1000 + n2 * 100 + n3 * 10 + n4 };
}
```

Файл draw.cpp

```
#include <SFML/Graphics.hpp>
#include <functional>
#include <memory>
#include <string>
#include <cmath>
#include "draw.hpp"
#include "vertex.hpp"
#include "matrix.hpp"
#include "graph.hpp"

using matrix::matrix_t, graph::mst_t;
using namespace std::placeholders;

bool isNeighbours(size_t count, size_t i, size_t j) {
  if (i > j) std::swap(i, j);
  return i == j - 1 || (i == 0 && j == count - 1);
}

bool inOneLine(size_t count, size_t sides, size_t i, size_t j) {
  if (i > j) std::swap(i, j);
  const auto split{ static_cast<size_t>(ceil(static_cast<double>(count) /
sides)) };
  const auto cnt{ count - 1 };
  const auto max{ split * sides - 1 };
  if (i == 0 && j > (max - split)) return true;
  const auto start{ i - i % split };
  const auto end{ start + split };
  return j >= start && j <= end;
}

void connectVertices(
  sf::RenderWindow& window,
  const matrix_t& matrix,
```

```
  size_t sides,
  const vertex::Vertex& from,
  const vertex::Vertex& to,
  const sf::Color& color,
  bool directed
) {
  const auto i{ from.index };
  const auto j{ to.index };
  const auto count{ matrix.size() };
  const std::string str{ std::to_string(matrix[i][j]) };
  if (i == j) vertex::loop(window, from, str, directed, color);
  else if (!isNeighbours(count, i, j) && inOneLine(count, sides, i, j)) {
    vertex::arcConnect(window, from, to, str, directed, color);
  }
  else {
    const auto shift{ directed && j < i && matrix[j][i] };
    vertex::lineConnect(window, from, to, str, shift, directed, color);
  }
}


void draw::drawGraph(sf::RenderWindow& window, const matrix_t& matrix,
size_t sides, int size) {
  const auto count{ matrix.size() };
  const auto getVertex{ vertex::getVertexClosure(count, sides) };
  const auto connect{
    std::bind(connectVertices, _1, matrix, sides, _2, _3,
config::LINE_COLOR, false)
  };
  for (size_t i{ 0 }; i < count; i++) {
    const auto vertex{ getVertex(i) };
    vertex::draw(window, vertex);
    for (size_t j{ 0 }; j < i + 1; j++) {
      if (!matrix[i][j]) continue;
      const auto otherVertex{ getVertex(j) };
      connect(window, vertex, otherVertex);
```

```
    }
  }
}


std::function<void(sf::RenderWindow&)> draw::skeletonClosure(
  const matrix_t& matrix,
  const mst_t& path,
  size_t sides,
  int windowSize
) {
  const auto size{ matrix.size() };
  const auto getVertex{ vertex::getVertexClosure(size, sides,
windowSize) };
  const auto connect{ std::bind(connectVertices, _1, matrix, sides, _2,
_3, _4, false) };
  const auto stepP{ std::make_shared<size_t>(0) };
  return [&path, getVertex, connect, stepP](sf::RenderWindow& window) {
    const auto step{ *stepP };
    if (step >= path.size()) return;
    const auto [i, j]{ path[step] };
    const auto from{ getVertex(i) };
    const auto to{ getVertex(j) };
    connect(window, to, from, config::ACTIVE_VERTEX_COLOR);
    *stepP += 1;
    window.display();
  };
};
```

Файл graph.cpp

```
#include <functional>
#include <algorithm>
#include <iostream>
#include <vector>
#include <queue>
#include "matrix.hpp"
#include "graph.hpp"

using matrix::matrix_t, matrix::row_t, graph::mst_t;

template<typename T>
void quickSort(
  std::vector<T>& array,
  long long start,
  long long end,
  const std::function<bool(const T&, const T&)>& comparator
) {
  if (end <= start) return;
  long long i{ start - 1 };
  auto pivot{ array[end] };
  for (auto j{ start }; j < end; j++) {
    if (!comparator(array[j], pivot)) continue;
    i++;
    array[i].swap(array[j]);
  }
  i++;
  array[i].swap(array[end]);
  quickSort(array, start, i - 1, comparator);
  quickSort(array, i + 1, end, comparator);
}

auto sortMatrix(const matrix_t& matrix) {
  const auto size{ matrix.size() };
```

```
  std::vector<std::tuple<size_t, size_t, int>> result{  };
  for (size_t i{ 0 }; i < size; i++) {
    for (size_t j{ 0 }; j <= i; j++) {
      const auto weight{ matrix[i][j] };
      if (weight != 0) result.push_back({ i, j, weight });
    }
  }
  quickSort<std::tuple<size_t, size_t, int>>(result, 0, result.size() -
1, [](const auto& x, const auto& y) {
    return std::get<2>(x) < std::get<2>(y);
  });
  return result;
}


bool hasLoop(const matrix_t& matrix, size_t start) {
  const auto size{ matrix.size() };
  auto visited{ std::vector<bool>(size, false) };
  auto queue{ std::queue<std::pair<size_t, size_t>>{  } };
  visited[start] = true;
  queue.push({ SIZE_MAX, start });
  while (!queue.empty()) {
    const auto [from, vertex]{ queue.front() };
    queue.pop();
    for (size_t i{ 0 }; i < size; i++) {
      if (from == i) continue;
      if (matrix[vertex][i] && visited[i]) return true;
      if (!matrix[vertex][i] || visited[i]) continue;
      visited[i] = true;
      queue.push({vertex, i});
    }
  }
  return false;
}
```

```
std::tuple<matrix_t, mst_t, size_t> graph::kruskal(const matrix_t&
weighted) {
  const auto size{ weighted.size() };
  matrix_t matrix{ weighted };
  mst_t path{  };
  path.reserve(size - 1);
  matrix_t graph(size);
  std::generate(graph.begin(), graph.end(), [size]() { return
row_t(size); });
  std::vector<bool> visited(size, false);
  size_t weight{ 0 };
  const auto weights{ sortMatrix(weighted) };
  size_t index{ 0 };
  while (std::find(visited.begin(), visited.end(), false) !=
visited.end()) {
    const auto [row, col, min]{ weights[index] };
    index++;
    matrix[row][col] = matrix[col][row] = 0;
    visited[row] = visited[col] = true;
    graph[row][col] = graph[col][row] = min;
    if (hasLoop(graph, row) || hasLoop(graph, col)) {
      graph[row][col] = graph[col][row] = 0;
      continue;
    }
    weight += min;
    path.push_back({ row, col });
  }
  return { graph, path, weight };
}
```

Файл main.cpp

```
#include <SFML/Graphics.hpp>
#include <iostream>
#include "config.hpp"
#include "utils.hpp"
#include "vertex.hpp"
#include "matrix.hpp"
#include "draw.hpp"
#include "graph.hpp"

using matrix::matrix_t;

void drawGraph(sf::RenderWindow& window, const matrix_t& matrix) {
  utils::clearWindow(window, config::BACKGROUND_COLOR);
  draw::drawGraph(window, matrix, config::SIDES, config::WIDTH);
  window.display();
}

int main(int argc, const char* argv[]) {
  sf::RenderWindow window;
  utils::manageWindow(window, config::WIDTH, config::HEIGHT,
config::TITLE);
  utils::clearWindow(window, config::BACKGROUND_COLOR);

  const auto directed{ matrix::adjacencyMatrix(config::VERTICES_COUNT,
config::SEED, config::k) };
  const auto undirected{ matrix::toUndirected(directed) };
  const auto weighted{ matrix::weightedMatrix(undirected,
config::SEED) };

  drawGraph(window, weighted);

  const auto [mst, path, weight]{ graph::kruskal(weighted) };

  std::cout << "Directed:\n" << directed << std::endl;
```

```
  std::cout << "Weighted:\n" << weighted << std::endl;

  std::cout << "Minimum spanning tree:\n" << mst << std::endl;

  std::cout << "Sum of the weights of the minimum spanning tree: " <<
weight << std::endl;


  const auto triger{ utils::onKeyDown(sf::Keyboard::Space) };

  const auto event{ draw::skeletonClosure(weighted, path, config::SIDES,
config::WIDTH) };

  utils::pollEvents(window, triger, event);


  return 0;

}
```

Файл matrix.cpp

```
#include <functional>
#include <iostream>
#include <iomanip>
#include <vector>
#include <string>
#include <cmath>
#include "matrix.hpp"

using matrix::matrix_t, matrix::row_t;

float random(float min, float max) {
  const auto r{ static_cast<float>(rand()) / (RAND_MAX + 1) };
  return r * (max - min) + min;
}

matrix_t matrix::adjacencyMatrix(int size, int seed, float k) {
  srand(seed);
  matrix_t result(size);
  for (size_t i{ 0 }; i < size; i++) {
    row_t row(size);
    for (size_t j{ 0 }; j < size; j++) {
      const auto value{ static_cast<int>(floor(random(0.f, 2.f) * k)) };
      row[j] = value;
    }
    result[i] = row;
  }
  return result;
}

matrix_t matrix::toUndirected(const matrix_t &matrix) {
  const auto size{ matrix.size() };
  matrix_t result(size);
  for (size_t i{ 0 }; i < size; i++) {
```

```
    row_t row(size);
    result[i] = row;
    for (size_t j{ 0 }; j < i + 1; j++) {
      result[i][j] = result[j][i] = matrix[i][j] || matrix[j][i];
    }
  }
  return result;
}

template<typename T, typename U>
std::vector<std::vector<U>> map(
  const std::vector<std::vector<T>>& matrix,
  const std::function<U(T, size_t, size_t)>& mapFn
) {
  const auto size{ matrix.size() };
  std::vector<std::vector<U>> result(size);
  for (size_t i{ 0 }; i < size; i++) {
    std::vector<U> row(size);
    for (size_t j{ 0 }; j < size; j++) {
      row[j] = mapFn(matrix[i][j], i , j);
    }
    result[i] = row;
  }
  return result;
}

std::vector<std::vector<float>> randomMatrix(size_t size, int seed) {
  srand(seed);
  std::vector<std::vector<float>> result(size);
  for (size_t i{ 0 }; i < size; i++) {
    std::vector<float> row(size);
    for (size_t j{ 0 }; j < size; j++) {
      row[j] = random(0.0f, 2.0f);
    }
```

```
    result[i] = row;
  }
  return result;
}

matrix_t matrix::weightedMatrix(const matrix_t& a, int seed) {
  const auto size{ a.size() };
  const auto b{ randomMatrix(size, seed) };
  const auto c{ map<float, int>(b, [&a](const float& x, size_t i, size_t
j) {
    return static_cast<int>(ceil(x * 100 * a[i][j]));
  }) };
  const auto d{ map<int, int>(c, [](const int& x, size_t i, size_t j) {
    return x != 0;
  }) };
  const auto h{ map<int, int>(d, [&d](const int& x, size_t i, size_t j) {
    return d[i][j] != d[j][i];
  }) };
  matrix_t upperTriangle(size);
  for (size_t i{ 0 }; i < size; i++) {
    row_t row(size);
    for (size_t j{ i }; j < size; j++) {
      row[j] = 1;
    }
    upperTriangle[i] = row;
  }
  matrix_t w(size);
  for (size_t i{ 0 }; i < size; i++) {
    w[i] = row_t(size);
    for (size_t j{ 0 }; j < i + 1; j++) {
      w[i][j] = w[j][i] = (d[i][j] + h[i][j] * upperTriangle[i][j]) *
c[i][j];
    }
  }
  return w;
```

```
}

std::ostream& operator<<(std::ostream& os, const matrix_t& matrix) {
  const auto length{ matrix.size() };
  const auto indent{ std::to_string(length).length() };
  const auto width{ indent * 2 };
  os << std::setw(width) << ' ';
  for (int i = 0; i < length; ++i) {
    os << std::setw(width) << i << ' ';
  }
  os << std::endl << std::setw(width) << ' ';
  os << std::setw((width + 1) * length) << std::setfill('-') << '-';
  os << std::setfill(' ') << std::endl;
  for (int i = 0; i < length; ++i) {
    os << std::setw(indent) << i << " |";
    for (int j = 0; j < length; ++j) {
      os << std::setw(width) << matrix[i][j] << ' ';
    }
    os << std::endl;
  }
  return os;
}
```

Файл utils.cpp

```
#include <SFML/Graphics.hpp>
#include <functional>
#include "config.hpp"
#include "utils.hpp"


sf::RenderWindow& utils::manageWindow(
  sf::RenderWindow& window, unsigned width, unsigned height, const char*
title
) {
  sf::ContextSettings settings;
  settings.antialiasingLevel = config::SMOOTHING;
  window.create(
    sf::VideoMode{ width, height },
    title,
    sf::Style::Default,
    settings
  );
  window.setKeyRepeatEnabled(false);
  return window;
}


std::function<bool(const sf::Event&)> utils::onKeyDown(const
sf::Keyboard::Key& key) {
  return [&key](const sf::Event& event) {
    return (
      event.type == sf::Event::KeyPressed &&
      event.key.code == key
    );
  };
}


void utils::clearWindow(sf::RenderWindow& window, const sf::Color& color)
{
  window.clear(config::BACKGROUND_COLOR);
```

```
  window.display();
}

sf::Font utils::getFont(const std::string& path) {
  static sf::Font font;
  static bool isDefined = false;
  if (isDefined) return font;
  if (!font.loadFromFile(path)) {
    throw std::runtime_error{ "Cannot load font!" };
  }
  isDefined = true;
  return font;
}

const std::vector globalEvents {
  std::make_pair(
    [](const sf::Event& event) {
      const bool first{ event.type == sf::Event::Closed };
      const bool second{
        event.type == sf::Event::KeyPressed &&
        event.key.code == sf::Keyboard::Escape
      };
      return first || second;
    },
    [](sf::RenderWindow& window){
      window.close();
    }
  ),
};

void leftCornerText(sf::RenderWindow& window, const std::string& txt) {
  const sf::Font font{ utils::getFont() };
  sf::Text text{ txt, font, config::TEXT_SIZE };
  text.setFillColor(config::LINE_COLOR);
```

```
  const sf::Vector2f pos{ 5.f, 5.f };
  text.setPosition(pos - text.getGlobalBounds().getPosition());
  window.draw(text);
  window.display();
}

void utils::pollEvents(
  sf::RenderWindow& window,
  const std::function<bool(const sf::Event&)> triger,
  const std::function<void(sf::RenderWindow&)> callback
) {
  while (window.isOpen()) {
    sf::Event event;
    while (window.pollEvent(event)) {
      for (const auto &[triger, callback] : globalEvents) {
        if (triger(event)) callback(window);
      }
      if (triger(event)) callback(window);
    }
  }
}
```

Файл vertex.cpp

```
#define _USE_MATH_DEFINES
#include <SFML/Graphics.hpp>
#include <functional>
#include <string>
#include <cmath>
#include "config.hpp"
#include "vertex.hpp"
#include "utils.hpp"

using sf::RenderWindow, sf::Vector2f, std::string, vertex::Vertex;

const auto PI{ static_cast<float>(M_PI) };

std::pair<float, float> rotate(float x, float y, float l, float fi) {
  return std::make_pair(
    x + l * cos(fi),
    y + l * sin(fi)
  );
}

float toDegrees(float radians) {
  return radians * 180 / PI;
}

float distance(float x1, float y1, float x2, float y2) {
  return sqrtf((x2 - x1) * (x2 - x1) + (y2 - y1) * (y2 - y1));
}

float distance(const sf::Vector2f& p1, const sf::Vector2f& p2) {
  return distance(p1.x, p1.y, p2.x, p2.y);
}

float length(const sf::Vector2f& vector) {
```

```
  return sqrtf(vector.x * vector.x + vector.y * vector.y);
}


std::function<Vector2f(size_t)> bezierCurve2Closure(
  const Vector2f& p1,
  const Vector2f& p2,
  const Vector2f& p3,
  int items
) {
  const auto step{ 1.f / items };
  return [&p1, &p2, &p3, step](size_t i) {
    const auto t{ step * i };
    const auto t1{ 1 - t };
    return t1 * t1 * p1 + 2 * t1 * t * p2 + t * t * p3;
  };
}


void drawCircle(RenderWindow& window, const Vector2f& posc, const
sf::Color& color) {
  const auto position { Vector2f{
    posc.x - config::VERTEX_RADIUS,
    posc.y - config::VERTEX_RADIUS,
  } };
  sf::CircleShape circle{ config::VERTEX_RADIUS };
  circle.setPosition(position);
  circle.setFillColor(config::BACKGROUND_COLOR);
  circle.setOutlineThickness(config::LINE_WIDTH);
  circle.setOutlineColor(color);
  window.draw(circle);
}


void vertex::drawText(RenderWindow& window, const Vector2f& posc, const
string& txt, const sf::Color& color) {
  const auto font{ utils::getFont() };
  auto text{ sf::Text{ txt, font, config::TEXT_SIZE } };
```

```
  text.setFillColor(color);
  const auto r{ text.getGlobalBounds() };
  text.setOrigin(r.getPosition() + r.getSize() / 2.f);
  text.setPosition(posc);
  window.draw(text);
}

void vertex::draw(RenderWindow& window, const Vertex& vertex, const
sf::Color& color) {
  const auto vector{ Vector2f{ vertex.x, vertex.y } };
  drawCircle(window, vector, color);
  drawText(window, vector, std::to_string(vertex.index), color);
}

void line(
  RenderWindow& window,
  const Vector2f& from,
  const Vector2f& to,
  const sf::Color& color
) {
  const auto length{ distance(from.x, from.y, to.x, to.y) };
  const auto fi{ atan2f(to.y - from.y , to.x - from.x) };
  sf::RectangleShape rec{ { length, config::LINE_WIDTH } };
  rec.setFillColor(color);
  rec.setOrigin({ 0, config::LINE_WIDTH / 2 });
  rec.setPosition(from.x, from.y);
  rec.rotate(toDegrees(fi));
  window.draw(rec);
}

void arrows(
  RenderWindow& window,
  float x,
  float y,
  float fi,
```

```
  float delta,
  const sf::Color& color
) {
  const auto [lx, ly]{ rotate(x, y, config::ARROWS_LENGTH, fi + delta) };
  const auto [rx, ry]{ rotate(x, y, config::ARROWS_LENGTH, fi - delta) };
  line(window, { lx, ly }, { x, y }, color);
  line(window, { x, y }, { rx, ry }, color);
}

void signLine(
  RenderWindow& window,
  const sf::Vector2f& pos,
  const sf::Vector2f& normal,
  const std::string& txt,
  float fi,
  const sf::Color& color,
  bool shift = false
) {
  const auto font{ utils::getFont() };
  auto text{ sf::Text{ txt, font, config::LABEL_SIZE } };
  const auto r{ text.getGlobalBounds() };
  text.setFillColor(color);
  text.setOrigin(r.getPosition() + r.getSize() / 2.f);
  text.rotate(toDegrees(fi));
  text.setPosition(pos);
  if (shift) {
    const auto direction{ sf::Vector2f{ -normal.y, normal.x } };
    text.move(direction * r.width);
  }
  text.move(normal * (r.height + config::LINE_WIDTH) / 2.f);
  window.draw(text);
}

void vertex::lineConnect(
```

```
  sf::RenderWindow& window,
  const Vertex& from,
  const Vertex& to,
  const std::string& txt,
  bool shift,
  bool dir,
  const sf::Color& color
) {
  const auto fi{ atan2f(to.y - from.y, to.x - from.x) };
  const auto f1{ shift ? fi - PI / 8 : fi  };
  const auto f2{ shift ? fi + PI + PI / 8 : fi + PI };
  const auto [x1, y1]{ rotate(from.x, from.y, config::VERTEX_RADIUS +
config::LINE_WIDTH, f1) };
  const auto [x2, y2]{ rotate(to.x, to.y, config::VERTEX_RADIUS +
config::LINE_WIDTH, f2) };
  line(window, { x1, y1 }, { x2, y2 }, color);

  const auto dx{ x2 - x1 };
  const auto dy{ y2 - y1 };
  const auto center{ sf::Vector2f{ (x1 + x2) / 2.f, (y1 + y2) / 2.f } };
  const auto length{ sqrtf(dx * dx + dy * dy) };
  const auto normal{ sf::Vector2f{ dy, -dx } / length };
  const auto theta{ atanf(dy / dx) };

  signLine(window, center, normal, txt, theta, color, true);

  if (dir) arrows(window, x2, y2, fi + PI, PI / 8, color);
}

void vertex::arcConnect(
  sf::RenderWindow& window,
  const Vertex& from,
  const Vertex& to,
  const std::string& txt,
  bool dir,
```

```
  const sf::Color& color
) {
  const auto fi{ atan2f(to.y - from.y, to.x - from.x) };
  const auto [x1, y1]{ rotate(from.x, from.y, config::VERTEX_RADIUS +
config::LINE_WIDTH, fi - PI / 6) };
  const auto [x2, y2]{ rotate(to.x, to.y, config::VERTEX_RADIUS +
config::LINE_WIDTH, fi + PI + PI / 6) };

  const auto dx{ x2 - x1 };
  const auto dy{ y2 - y1 };

  const auto height{ 2.f * config::VERTEX_RADIUS };
  const auto length{ sqrtf(dx * dx + dy * dy) };
  const auto normal{ sf::Vector2f{ dy, -dx } / length };
  const auto center{ sf::Vector2f{ (x1 + x2) / 2.f, (y1 + y2) / 2.f } };

  const auto top{ center + height * normal };
  const auto bezier{ bezierCurve2Closure({ x1, y1 }, top, { x2, y2 },
config::CURVE_ITEMS) };
  for (size_t i{ 0 }; i < config::CURVE_ITEMS; i++) {
    line(window, bezier(i), bezier(i + 1), color);
  }

  const auto fl{ floorf(config::CURVE_ITEMS / 2.f) };
  const auto ce{ ceilf(config::CURVE_ITEMS / 2.f) };
  const auto position{ (bezier(fl) + bezier(ce)) / 2.f };
  const auto theta{ atan(dy / dx) };
  signLine(window, position, normal, txt, theta, color);

  if (dir) {
    const auto f{ atan2f(top.y - y2, top.x - x2) };
    arrows(window, x2, y2, f, PI / 8, color);
  }
}
```

```
void vertex::loop(
  RenderWindow& window,
  const Vertex& vertex,
  const std::string& txt,
  bool dir,
  const sf::Color& color
) {
  const auto radius{ config::VERTEX_RADIUS };
  const auto x{ vertex.x };
  const auto y{ vertex.y - radius - config::LINE_WIDTH };
  const auto [x1, y1]{ rotate(x, y, radius, -PI / 4) };
  const auto [x2, y2]{ rotate(x, y, radius, -3 * PI / 4) };
  line(window, { x, y }, { x1, y1 }, color);
  line(window, { x1 + config::LINE_WIDTH / 3, y1 }, { x2 -
config::LINE_WIDTH / 3, y2 }, color);
  line(window, { x2, y2 }, { x, y }, color);

  const auto lh{ fabs(x1 - x2  + 2.f * config::LINE_WIDTH / 3.f) };
  const auto l{ sqrtf(radius * radius - lh * lh / 4.f) };
  const auto position{ sf::Vector2f{ x, y - l } };
  const auto normal{ sf::Vector2f{ 0.f, 1.f } };
  signLine(window, position, normal, txt, 0.f, color);

  if (dir) arrows(window, x, y, PI / 4 + PI, PI / 8, color);
}

float calculateStep(float size, int count, int sides) {
  const auto denominator{ ceilf(static_cast<float>(count) / sides) + 1 };
  return static_cast<float>(size) / denominator;
}

const std::function<std::pair<float, float>(int, int, float, float)>
cases[] {
  [](int i, int sp, float st, float start) { return std::make_pair(
    start + st * i, start
```

```
  ); },
  [](int i, int sp, float st, float start) { return std::make_pair(
    start + st * sp, start + st * i
  ); },
  [](int i, int sp, float st, float start) { return std::make_pair(
    start + st * (sp - i), start + st * sp
  ); },
  [](int i, int sp, float st, float start) { return std::make_pair(
    start, start + st * (sp - i)
  ); }
};


std::function<Vertex(size_t)> vertex::getVertexClosure(size_t count,
size_t sides, int width) {
  const auto split{ static_cast<int>(ceilf(static_cast<float>(count) /
sides)) };
  const auto step{ calculateStep(width, count, sides) };
  const auto start{ step / 2.f };
  return [split, step, start](size_t index) {
    const auto side{ static_cast<int>(floorf(static_cast<float>(index) /
split)) };
    const auto [x, y]{ cases[side](index % split, split, step, start) };
    return Vertex{ x, y, index };
  };
}
```

Згенерована матриця суміжності напрямленого графа:

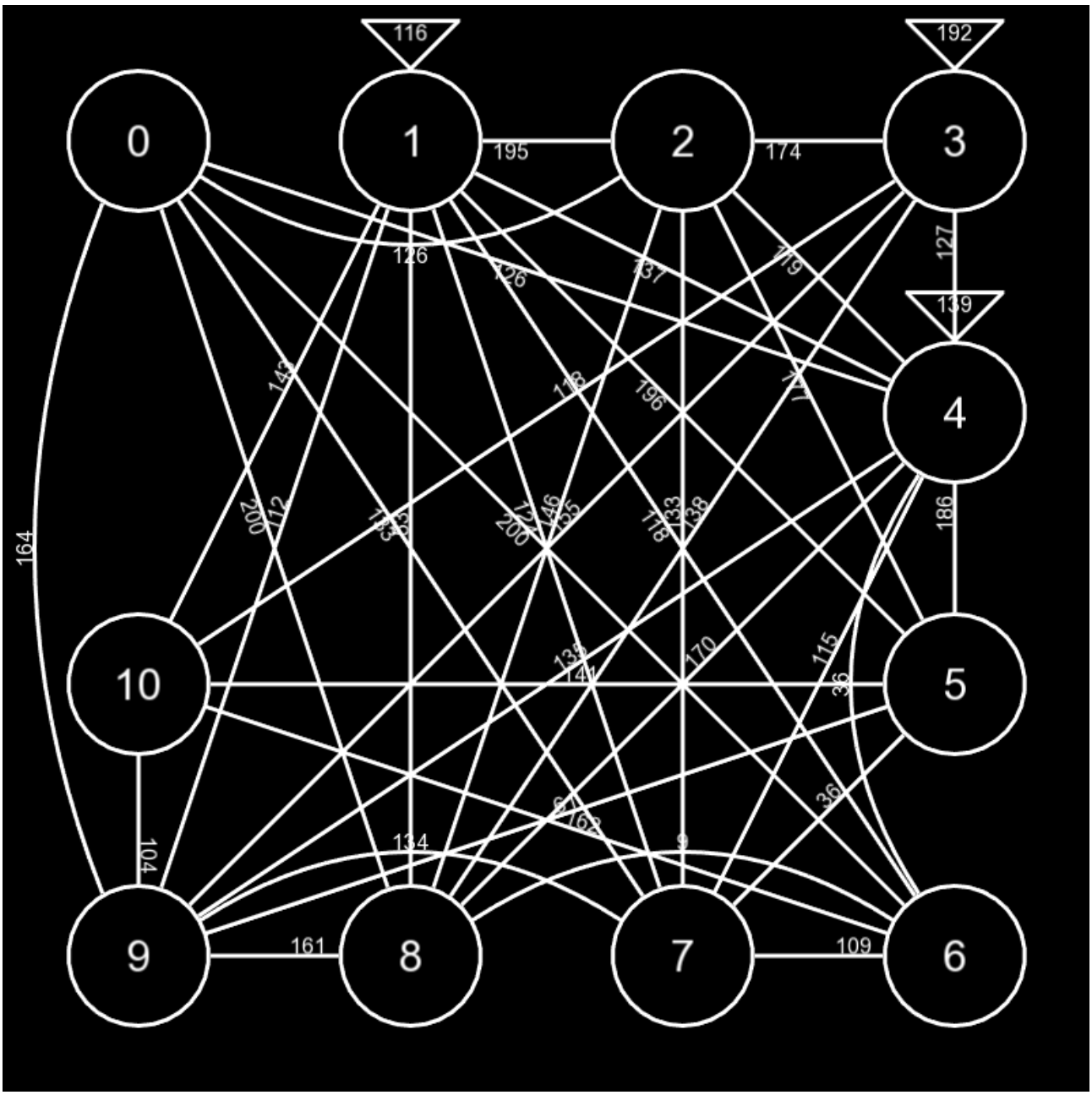
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0
2	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0
3	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
4	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0
5	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0
6	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
7	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0
8	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
9	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1
10	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0

Згенерована матриця ваг графа:

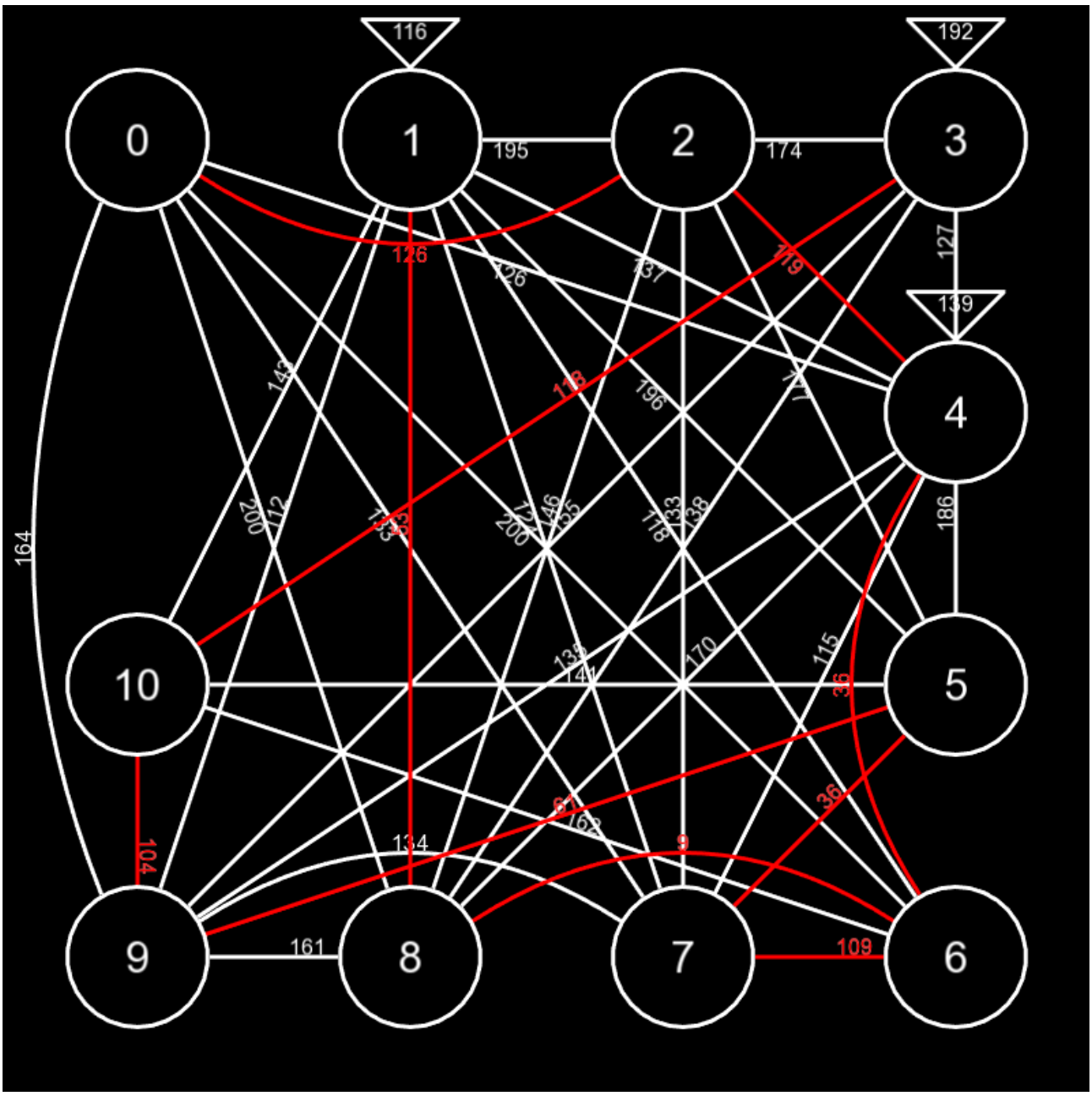
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	144	0	132	0	104	9	138	118	0
1	0	149	195	0	46	52	71	81	45	103	146
2	144	195	0	167	182	123	0	175	70	0	0
3	0	0	167	194	141	0	0	0	22	195	139
4	132	46	182	141	61	171	109	4	172	68	0
5	0	52	123	0	171	0	0	67	0	18	151
6	104	71	0	0	109	0	0	16	132	0	115
7	9	81	175	0	4	67	16	0	0	50	0
8	138	45	70	22	172	0	132	0	0	109	0
9	118	103	0	195	68	18	0	50	109	0	113
10	0	146	0	139	0	151	115	0	0	113	0

Скриншоти зображення графа та його мінімального кістяка

Граф:



Мінімальний кістяк:



Сума ваг ребер знайденого мінімального кістяка:

```
Sum of the weights of the minimum spanning tree: 771
```

Висновки

Протягом виконання лабораторної роботи я вивчив методи розв'язання задачі знаходження мінімального кістяка графа. Я створив програму, яка покроково відображає мінімальний кістяк графа. Для розв'язання даної задачі я ознайомився з двома алгоритмами - алгоритм Пріма та алгоритм Краскала. Алгоритм Краскала був реалізований на практиці. Особливістю цього алгоритму є те, що він на кожному кроці вибирає найменше ребро і якщо воно не утворює цикл додає його в мінімальний кістяк. Цей алгоритм є дуже корисним і часто використовується на практиці в сферах де потрібно економно прокласти шлях між вузлами.

Як результат виконання лабораторної роботи, я закріпив знання про графи, їх структуру та властивості, навчився реалізовувати задачу знаходження мінімального кістяка графу та покращив свої навички у створенні алгоритмів.