Лабораторна робота 1. Рекурсивні алгоритми

Мета лабораторної роботи

Метою лабораторної роботи №1 «Рекурсивні алгоритми» є засвоєння теоретичного матеріалу та набуття практичного досвіду створення рекурсивних алгоритмів та написання відповідних їм програм.

Постановка задачі

Дане натуральне число n. Знайти суму перших n членів ряду чисел, заданого рекурентною формулою. Розв'язати задачу ***трьома способами***:

1) у програмі використати рекурсивну функцію, яка виконує обчислення і членів ряду, і суми на рекурсивному спуску;

2) у програмі використати рекурсивну функцію, яка виконує обчислення і членів ряду, і суми на рекурсивному поверненні;

3) у програмі використати рекурсивну функцію, яка виконує обчислення членів ряду на рекурсивному спуску, а обчислення суми на рекурсивному поверненні.

При проєктуванні програм ***слід врахувати наступне***:

1) програми повинні працювати коректно для довільного цілого додатного n включно з $n = 1$;
2) видимість змінних має обмежуватися тими ділянками, де вони потрібні;
3) функції повинні мати властивість модульності;
4) у кожному з трьох способів рекурсивна функція має бути одна (за потреби, можна також використати додаткову функцію-обгортку (wrapper function));
5) у другому способі можна використати запис (struct) з двома полями (але в інших способах у цьому немає потреби і це вважатиметься надлишковим);
6) програми мають бути написані мовою програмування C.

Результати виконання роботи

Як результат виконання лабораторної роботи надіслати:

1) звіт до лабораторної роботи у форматі .PDF;
2) файл (або файли) з текстом програм (із розширенням .C).

Зміст звіту

1. Титульна сторінка.
2. Загальна постановка завдання.
3. Завдання для конкретного варіанту.

4. Текст усіх програм.

5. Скриншоти результатів тестування програм.

6. Графік залежності похибки обчислення заданої функції від значення x при фіксованому значенні n.

7. Висновки.

Тестування програм

1. З метою тестування потрібно написати циклічний варіант рішення задачі, а також перевірити правильність обчислень елементів ряду та їх суми за допомогою калькулятора.

2. Як результат, роздрукувати дані тестування усіма трьома рекурсивними функціями та циклічною програмою, а також навести скриншот обчислень на калькуляторі. Для тестування прийняти $n = 5$, а значення x вибрати самостійно (у межах області визначення функції). Результати обчислень усіма способами повинні співпадати.

Графік похибки обчислення функції

Алгоритм кожного варіанту обчислює певну задану функцію з деякою похибкою. А саме, у другому рядку завдання за варіантом вказано, що сума членів ряду дорівнює значенню функції. У звіті має бути наведено графік залежності цієї похибки від x (тобто, по горизонтальній вісі відкладаються значення x, а по вертикальній — значення похибки), при сталому значенні n. Вісі мають бути підписані.

Деякі з функцій, що розглядаються, є гіперболічними та оберненими гіперболічними функціями, як-от: sh (гіперболічний синус), ch (гіперболічний косинус), arsh (гіперболічний ареасинус), arth (гіперболічний ареатангенс).

Похибка обчислюється як різниця за модулем між апроксимованим (приблизним) значенням, обчисленим програмою ($\sum F_i$), та фактичним значенням функції. Наприклад, якщо $\sum F_i = \sqrt{x}$, то $\sum F_i$ це сума елементів ряду, обчислених програмою, а $\sqrt{x}$ — фактичне значення функції (еталонне), яке треба обчислити за допомогою калькулятора, MS Excel, Google Таблиць тощо. Тоді значення похибки для певного значення x буде дорівнювати $|\sum F_i - \sqrt{x}|$.

Шкала графіка повинна мати фіксовану ціну поділки — щоби графік мав правильну форму. Для цього слід або обирати значення x із рівномірним інтервалом, або встановити крок шкали в налаштуваннях діаграми. Наприклад, у Google Таблицях (sheets.google.com) це виконується так. Правим кліком по діаграмі відкривається контекстне меню, там треба вибрати: Стиль діаграми → Оформлення → Сітки та позначки. У цьому меню слід вибрати потрібну вісь і задати величину кроку (рис. 1).

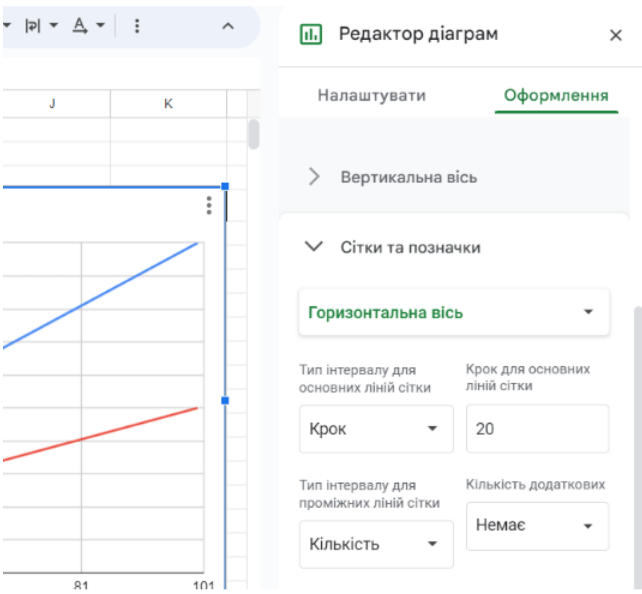

Рис. 1. Налаштування кроку шкали

Контрольні питання

1. Визначення рекурсивного об'єкта.
2. Визначення глибини та поточного рівня рекурсії.
3. Форма виконання рекурсивних дій на рекурсивному спуску.
4. Форма виконання рекурсивних дій на рекурсивному поверненні.
5. Форма виконання рекурсивних дій на як рекурсивному спуску, так і на рекурсивному поверненні.

Варіанти індивідуальних завдань

Варіант № 1

$F_1 = 1; \quad F_2 = -x/2; \quad F_i = F_{i-1} \cdot x \cdot (2i-3)/(2i), \quad i > 2;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \sqrt{1-x}, \quad |x| < 1.$

Варіант № 2

$F_1 = 1; \quad F_2 = -x/3; \quad F_i = -F_{i-1} \cdot x \cdot (3i-7)/(3i-3), \quad i > 2;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \sqrt[3]{1-x}, \quad |x| < 1.$

Варіант № 3

$F_1 = 1; \quad F_i = -F_{i-1} \cdot x \cdot (2i-3)/(2i-2), \quad i > 1;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = 1/\sqrt{1+x}, \quad |x| < 1.$

Варіант № 4

$F_1 = 1; \quad F_i = -F_{i-1} \cdot x \cdot (3i-5)/(3i-3), \quad i > 1;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = 1/\sqrt[3]{1+x}, \quad |x| < 1.$

Варіант № 5

$F_1 = 1; \quad F_i = -F_{i-1} \cdot (2x/3-1), \quad i > 1;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = 1.5/x, \quad 1 < x < 2.$

Варіант № 6

$F_1 = 1; \quad F_{i+1} = F_i \cdot x \cdot (\ln 2)/(i-1), \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = 2^x.$

Варіант № 7

$F_1 = (x-1)/(x+1); \quad F_{i+1} = F_i \cdot (2i-1)(x-1)^2/((2i+1) \cdot (x+1)^2), \quad i > 1;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = 0.5 \ln x, \quad x > 0.$

Варіант № 8

$F_1 = x - 1; \quad F_{i+1} = -F_i \cdot (x-1) \cdot i/(i+1), \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \ln x, \quad 0 < x < 2;$

Варіант № 9

$F_1 = (x-1)/x; \quad F_{i+1} = F_i \cdot i \cdot (x-1)/(i \cdot x + x), \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \ln x, \quad x > 0.5.$

Варіант № 10

$F_1 = x; \quad F_2 = x^2/2; \quad F_i = -F_{i-1} \cdot x \cdot (i-1) \cdot (i-2)/(i^2 - i), \quad i > 2;$

$(\sum_{i=1}^{n} F_i)/(1+x) = \ln(1+x), \quad -1 < x < 2.$

Варіант № 11

$F_1 = x; \quad F_{i+1} = -F_i \cdot x^2/(4i^2 + 2i), \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \sin x.$

Варіант № 12

$F_1 = 1; \quad F_{i+1} = -F_i \cdot x^2/(4i^2 - 2i), \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \cos x.$

Варіант № 13

$F_1 = x; \quad F_{i+1} = F_i \cdot x^2(2i-1)^2/(4i^2 + 2i), \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \arcsin x, \quad -1 < x < 1.$

Варіант № 14

$F_0 = x; \quad F_i = F_{i-1} \cdot (2i-1)^2 \cdot x^2/(2i(2i+1)), \quad i > 0;$

$\pi/2 - \sum_{i=0}^{n} F_i = \arccos x.$

Варіант № 15

$F_1 = x; \quad F_{i+1} = -F_i \cdot x^2(2i-1)/(2i+1), \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \operatorname{arctg} x, \quad |x| < 1.$

Варіант № 16

$F_1 = x; \quad F_{i+1} = F_i \cdot (2i-1)^2 \cdot x^2/(4i^2+2i), \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \arcsin x, \quad |x| < 1.$

Варіант № 17

$F_1 = x; \quad F_{i+1} = F_i \cdot x^2/(4i^2+2i), \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \operatorname{sh} x, \quad |x| < 10^6.$

Варіант № 18

$F_1 = 1; \quad F_{i+1} = F_i \cdot x^2/(4i^2-2i), \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \operatorname{ch} x, \quad |x| < 10^6.$

Варіант № 19

$F_1 = x; \quad F_{i+1} = -F_i \cdot x^2(2i-1)^2/(4i^2+2i), \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \operatorname{arsh} x, \quad |x| < 1.$

Варіант № 20

$F_1 = x; \quad F_{i+1} = F_i \cdot x^2(2i-1)/(2i+1), \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \operatorname{arth} x, \quad |x| < 1.$

Варіант № 21

$F_0 = 1; \quad F_1 = x/2; \quad F_{i+1} = -F_i \cdot x(2i-1)/(2(i+1)), \quad i > 0;$

$\sum_{i=0}^{n} F_i = \sqrt{1+x}, \quad |x| < 1.$

Варіант № 22

$F_1 = x - 1; \quad F_{i+1} = -F_i \cdot i(x-1)/(i+1), \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \ln x, \quad 0 < x < 2.$

Варіант № 23

$F_1 = (x-1)/x; \quad F_i = F_{i-1} \cdot (i-1)(x-1)/(ix), \quad i > 1;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \ln x, \quad 0.5 < x.$

Варіант № 24

$F_1 = 1; \quad F_{i+1} = -F_i \cdot x^2/i, \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = e^{-x \cdot x}.$

Варіант № 25

$F_1 = x; \quad F_i = -F_{i-1} \cdot x(i-1)/i, \quad i > 1;$

$\sum_{i=1}^{n} Fi = \ln(1+x), \quad -1 < x < 1.$

Варіант № 26

$F_1 = x; \quad F_i = F_{i-1} \cdot x^2(2i-3)/(2i-1), \quad i > 1;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = 0.5 \ln((1+x)/(1-x)), \quad -1 < x < 1.$

Варіант № 27

$F_1 = 4/3; F_{i+1} = F_i \cdot (1 - 4x/3), \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = 1/x, \quad 0.5 < x < 1.$

Варіант № 28

$F_1 = 1; \quad F_{i+1} = F_i \cdot x^2/(4i^2 - 2i), \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \operatorname{ch} x.$

Варіант № 29

$F_1 = x/(0.525 + 0.5x)^2 - 1; \quad F_{i+1} = F_i \cdot F_1(3-2i)/(2i), \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \sqrt{x}, \quad 0.5 < x < 1.$

Варіант № 30

$F_1 = x/(0.418 + 0.5x)^3 - 1; \quad F_{i+1} = F_i \cdot F_1(4 - 3i)/(3i), \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \sqrt[3]{x}, \quad 0.5 < x < 1.$

Варіант № 31

$F_1 = x; \quad F_{i+1} = F_i \cdot x^2/(4i^2 + 2i), \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = \operatorname{sh} x.$

Варіант № 32

$F_1 = 1.951 - x; \quad F_{i+1} = 0.5F_i \cdot (1 - x \cdot F_1^2)(1 + i)/i, \quad i > 0;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = 1/\sqrt{x}, \quad 0.5 < x < 1.$

Варіант № 33

$F_1 = 1; \quad F_i = F_{i-1} \cdot x \cdot (\ln 2)/i, \quad i > 1;$

$\sum_{i=1}^{n} F_i = 2^x.$