

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Кафедра прикладної математики

ЗВІТ ІЗ ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ № 1

з дисципліни

«Чисельно-аналітичне моделювання»

на тему

Математичне моделювання захворюваності на грип та його ускладнень
з урахуванням можливої вакцинації населення

Виконав:

студент групи КМ-41м

Сахаров С.Ю., Вергун К.В., Борисенко П.Б., Федченко О.А

Керівник:

Соловйов І. О.

19 березня 2015 р.

Київ — 2015

Зміст

Вступ.....	3
1 Стаціонарні математичні моделі захворюваності на грип та його ускладнень	4
1.1 Математична модель без вакцинації.....	4
1.2 Математична модель з вакцинацією	4
2 Динамічні математичні моделі захворюваності на грип та його ускладнень	5
2.1 Математична модель без вакцинації.....	5
2.2 Математична модель з вакцинацією	7
3 Визначення коефіцієнтів та чисельний аналіз моделі (на прикладі стаціонарної моделі)	8
Перелік посилань	9

ВСТУП

Спалахи епідемій захворювань мають значний вплив на загальну смертність популяції. Однією з таких хвороб є грип, вірус якого зазнає значного поширення, в результаті чого чималі маси індивідуюмів інфікуються та переходять у стан хворих на грип. Проте, в ході аналізу смертних випадків, спричинених грипом, було встановлено, що грип відіграє опосередковану роль, оскільки смерть настає в результаті вторинних захворювань, збудником яких є бактеріальні інфекції.

Існує нагальна потреба побудови математичної моделі, що якісно та кількісно описує залежності між групою хворих на грип, групою хворих на вторинні бактеріальні захворювання, групою вакцинованих та смертністю. Така модель, наприклад, дозволить прогнозувати та контролювати кількість летальних випадків в результаті таких вторинних захворювань завдяки стримуванню епідемії грипу.

Кількість відомих адекватних моделей, які враховують описані залежності між грипом та вторинними бактеріальними захворюваннями, обмежена трьома, дві з яких виділяються своєю складністю через надмірність параметрів. Аби мати можливість провести якісний аналіз, ми в даній практичній роботі розглянемо дещо простішу, але все ж адекватну математичну модель [1]. Якісний аналіз за допомогою моделі дозволить знайти максимальну кількість індивідуюмів із симптомами грипу під час епідемії, виявити, чи відбудеться епідемія при заданих початкових параметрах для грипу та множини сприйнятливих осіб, а також інші наслідки для епідемії в результаті зміни тих чи інших параметрів.

1 СТАЦІОНАРНІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЗАХВОРЮВАНOSTІ НА ГРИП ТА ЙОГО УСКЛАДНЕНЬ

1.1 Математична модель без вакцинації

1.2 Математична модель з вакцинацією

2 ДИНАМІЧНІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЗАХВОРЮВАНOSTІ НА ГРИП ТА ЙОГО УСКЛАДНЕНЬ

2.1 Математична модель без вакцинації

Відповідно до [1] динамічна модель захворюваності на грип та його ускладнень може бути представлена із деякими обмеженнями за допомогою ланцюга Маркова із 5-ма станами асоційованими із класами популяції (рис. 2.1):

S — клас тих, хто ще не був інфікований черговим штамом вірусу грипу;

I_1 — клас інфікованих штамом вірусу грипу із наявними зовнішніми симптомами;

T — клас тих, хто одужав після грипу і є тимчасово сприйнятливим до вторинного інфікування бактеріальною пневмонією;

R — клас тих, хто повністю видужав та має відновлений імунітет і не захворіє повторно грипом, а значить, і вторинною бактеріальною пневмонією;

I_2 — клас тих, хто підчепив вторинну бактеріальну інфекцію.

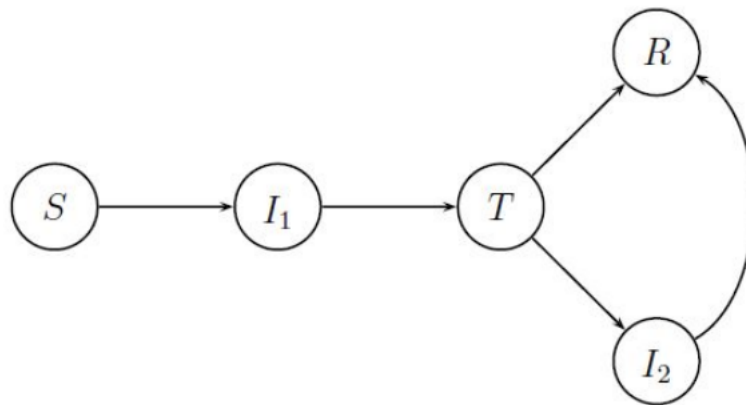


Рисунок 2.1 – Динамічна модель захворюваності на грип та його ускладнень

Запропонована динамічна модель поширення грипу та його ускладнень виражається системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta_1 I_1 S, \\ \frac{dI_1}{dt} = \beta_1 I_1 S - \gamma_1 I_1, \\ \frac{dT}{dt} = \gamma_1 I_1 - (\sigma + \beta_2 I_2) T, \\ \frac{dI_2}{dt} = \beta_2 I_2 T - (\gamma_2 + d_2) I_2, \\ \frac{dR}{dt} = \gamma_2 I_2 + \sigma T, \end{cases} \quad (2.1)$$

де β_1 — частота передачі грипу; γ_1 — частота видужування від грипу; σ — частота, з якою індивідуум втрачає сприйнятливість до вторинних бактеріальних захворювань; β_2 — частота передачі бактеріальної інфекції; γ_2 — частота видужування від вторинної бактеріальної хвороби; d_2 — частота смертних випадків через бактеріальну хворобу.

2.2 Математична модель з вакцинацією

Для моделювання поширення захворюваності на грип та його ускладнень при умові попередньої вакцинації частини популяції також користуються системою диференціальних рівнянь 2.1. Вакцинація ж впливає лише на початкові умови задачі, а саме:

$$\begin{aligned}S'_0 &= S_0 - \Delta S, \\R'_0 &= R_0 + \Delta R,\end{aligned}$$

де S'_0 — частина сприйнятливих до зараження вірусом грипу в початковий момент часу після проведення вакцинації; S_0 — частина сприйнятливих до зараження вірусом грипу в початковий момент часу до проведення вакцинації; R'_0 — частина здорових і не сприйнятливих до зараження вірусом грипу в початковий момент часу після проведення вакцинації; R_0 — частина здорових і не сприйнятливих до зараження вірусом грипу в початковий момент часу до проведення вакцинації; $\Delta S = \Delta R$ — частина тих, хто зазнав вакцинації і перестав бути сприйнятливим до зараження вірусом грипу.

3 ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ТА ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ МОДЕЛІ (НА ПРИКЛАДІ СТАЦІОНАРНОЇ МОДЕЛІ)

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Henneman K., Van Peursem D., Huber V. Mathematical modeling of influenza and a secondary bacterial infection / K. Henneman, D. Van Peursem, V. Huber // WSEAS TRANSACTIONS on BIOLOGY and BIOMEDICINE. — 2013. — Vol. 10 — P. 1–11.
2. Dang U., Bauch C. Can Interactions between Timing of Vaccine-Altered Influenza Pandemic Waves and Seasonality in Influenza Complications Lead to More Severe Outcomes? / U. Dang, C. Bauch // PLoS ONE. — 2011. — Vol. 6 — P. 1–9.