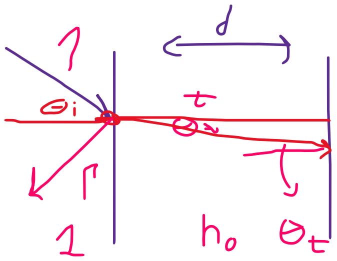
עבודת סיום חלק א' אופטיקה: (ת.ז 328141809)

שאלה 1:

נתונה לוח זכוכית בעל עובי d ומקדם שבירה n_0. קרן אור מקוטבת פוגעה בה בזווית פגיעה θ_i, חלק מהאור מוחזר.

א. באיזה קיטוב וזווית פגיעה θ_i על הקרן האור להיות כדאי שלא תהיה החזרה.



א. למדנו בהרצאה שעבור קיטוב מקביל מקדם ההחזרה הוא

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}$$

כאשר θ_t היא זווית ההעברה שנקבעת מחוק סנל.
כעת על מנת לאפס את $\Gamma_{\parallel}$ צריך שהמכנה ישאף לאינסוף, כלומר:

$$\tan(\theta_i + \theta_t) \to \infty \Leftrightarrow \theta_i + \theta_t = \frac{\pi}{2}$$

<u>מחוק סנל:</u>

$$n_{in} \cdot \sin(\theta_i) = n_{out} \cdot \sin(\theta_t)$$

נציב $n_{in} = 1$ (אוויר) וגם $n_{out} = n_0$ (נתון) וסך הכל

$$\sin(\theta_i) = n_0 \cdot \sin(\theta_t)$$

כעת מתקיים $\theta_t = \frac{\pi}{2} - \theta_i$ ואז

$$\sin(\theta_i) = n_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_i\right) = \{\text{זהות}\} = n_0 \cdot \cos(\theta_i)$$

$$\tan(\theta_i) = n_0 \Rightarrow \boldsymbol{\theta_i = \tan^{-1}(n_0)}$$

<u>לפי הת"ז שלי:</u>

$$n_0 = 1.1 + \frac{809}{1000} = 1.909$$

ולכן

$$\theta_i = \tan^{-1}(1.909) \coloneqq \boxed{62.352^{\circ}}$$

וכאמור על הקיטוב להיות מקבילי – כי עבור זווית הפגיעה הנ"ל ראינו בחישובים לעיל ש $\Gamma_{\parallel} = 0$

נסמן את התשובה ב θ_B לטובת הסעיפים הבאים (זווית ברוסטר).

ב. אור לא מקוטב בעוצמה של 5W פוגע במקטב לינארי שזווית העברה שלו נטויה ב-α ביחס למישור הפגיעה. לאחר מכן עובר דרך לוח הזכוכית בזווית פגיעה של θ_1. חשבו את העוצמה והקיטוב של האור עובר.

ב. **<u>פתרון:</u>** לפי חוק מאלוס שלמדנו בתרגול, האור לפני הפגיעה לא מקוטב ובעוצמה של $I_{in} \coloneqq 5\ [W]$, ולכן לאחר המקטב הלינארי עוצמתו I_{out} תהיה:

$$I_{out} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} I_{in} \cdot \cos^2(\alpha)\ d\alpha = \frac{I_{in}}{2} = 2.5\ [W] \Rightarrow |E_{in}| \sim \sqrt{I} = 1.5811$$

לכן עוצמת האור הפוגע בלוח הזכוכית היא $2.5\ [W]$, והוא פוגע בזווית α ביחס לזווית ההעברה של המקטב, כלומר ניתן לפרק את האור לקיטוב מקביל וקיטוב מאונך!

$$E_{in,\perp} = E_{in}\cos(\alpha)\ \ \&\ E_{in,\parallel} = E_{in}\sin(\alpha)$$

$$\alpha = \left(3 + mod(1809,45)\right)^{\circ} = 12^{\circ}$$

<u>במעבר מאוויר לזכוכית:</u> זווית הפגיעה היא $\theta_1 = \left(2 + mod(809,80)\right)^{\circ} = 11^{\circ}$.

את זווית ההעברה θ_t נחשב מחוק סנל:

$$n_{glass} \cdot \sin(\theta_t) = n_{air} \cdot \sin(\theta_1) \Rightarrow \sin(\theta_t) = \frac{\sin(\theta_1)}{n_0} = 0.09995 \Rightarrow \theta_t = 5.7364^{\circ}$$

נעבוד עם כל קיטוב בנפרד.

$$E_{glass,\perp} = E_{in,\perp} \cdot \tau_{\perp}^{air\to glass}$$

$$E_{glass,\parallel} = E_{in,\parallel} \cdot \tau_{\parallel}^{air\to glass}$$

עבור מעבר מתווך עם מקדם שבירה n_{in} לתווך עם מקדם שבירה n_{out} עם זווית פגיעה θ_{in} וזווית יציאה θ_{out}:

$$\begin{cases} \tau_{\parallel} = \dfrac{2\sin(\theta_{out})\cos(\theta_{in})}{\sin(\theta_{in} + \theta_{out}) \cdot \cos(\theta_{in} - \theta_{out})} \\ \tau_{\perp} = \dfrac{2\sin(\theta_{out})\cos(\theta_{in})}{\sin(\theta_{in} + \theta_{out})} \end{cases}$$

במקרה שלנו $\theta_{in} = \theta_1 = 11^{\circ}, \theta_{out} = \theta_t = 5.7364^{\circ}$ ואז

$$\tau_{\parallel}^{air\to glass} = \frac{2\sin(\theta_t)\cos(\theta_1)}{\sin(\theta_1 + \theta_t) \cdot \cos(\theta_1 - \theta_t)} = 0.6843$$

$$\tau_{\perp}^{air\to glass} = \frac{2\sin(\theta_t)\cos(\theta_1)}{\sin(\theta_1 + \theta_t)} = 0.68143$$

סך הכל

$$E_{glass,\perp} = E_{in,\perp} \cdot 0.68143$$

$$E_{glass,\parallel} = E_{in,\parallel} \cdot 0.6843$$

<u>במעבר מזכוכית לאוויר:</u> זווית הפגיעה היא θ_t ומעיקרון ההפיכות זווית היציאה היא θ_1 וגם

$$E_{out,\perp} = E_{glass,\perp} \cdot \tau_{\perp}^{glass\to air} = E_{in,\perp} \cdot 0.68143 \cdot \tau_{\perp}^{glass\to air}$$

$$E_{out,\parallel} = E_{glass,\parallel} \cdot \tau_{\parallel}^{glass\to air} = E_{in,\parallel} \cdot 0.6843 \cdot \tau_{\parallel}^{glass\to air}$$

עבור המקרה שלנו:

$$\tau_{\parallel}^{glass\to air} = \frac{2\sin(\theta_1)\cos(\theta_t)}{\sin(\theta_t + \theta_1) \cdot \cos(\theta_t - \theta_1)} = 1.3241$$

$$\tau_{\perp}^{glass\to air} = \frac{2\sin(\theta_1)\cos(\theta_t)}{\sin(\theta_t+\theta_1)} = 1.3185$$

סך הכל

$$E_{out,\perp} = E_{in,\perp}\cdot 0.68143\cdot 1.3185 = 0.8984\cdot E_{in,\perp} = 0.8984\cos(\alpha)\cdot E_{in} = 0.87876\cdot E_{in}$$

$$E_{out,\parallel} = E_{in,\parallel}\cdot 0.6843\cdot 1.3241 = 0.906\cdot E_{in,\parallel} = 0.906\sin(\alpha)\cdot E_{in} = 0.18836\cdot E_{in}$$

כעת:

$$I_{out} = \left|E_{out,\perp}\right|^2 + \left|E_{out,\parallel}\right|^2 = |0.87876\cdot E_{in}|^2 + |0.18836\cdot E_{in}|^2 = 0.8077\cdot |E_{in}|^2$$

$$I_{out} = 0.8077\cdot I_{in} = \boxed{2.01925\ [W]}$$

כאמור, בהנחה ש $I=|E|^2$.

<u>קיטוב האור העובר:</u>

$$\gamma = \tan^{-1}\left(\frac{E_{out,\parallel}}{E_{out,\perp}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{0.18836}{0.87876}\right) = \boxed{12.098^\circ}$$

כלומר, ניתן לפרק את השדה/אור במוצא לקיטוב מקביל ומאונך, עם הזווית γ הזו.

ג. נפתור! מתקיים

$$\lambda = \left(1000 + mod(809{,}500)\right)\,[nm] = 1309\,[nm] = 1.309 \cdot 10^{-6}\,[m] = 1.309\,[\mu m]$$

<u>נפרט את הדרישות:</u>

- עבור אורך גל λ על המהוד יעביר רק קיטוב מקבילי ויחזיר באופן מקסימלי קיטוב אנכי בלבד.

מה זה אומר? זה אומר שזווית הפגיעה צריכה להיות זווית ברוסטר במעבר מאוויר לזכוכית, כי אז המהוד יעביר קיטוב מקבילי במלואו (מקדם ההחזרה עבור קיטוב מקבילי וזווית פגיעה שווה לזווית ברוסטר היא 0)

$$\boxed{\theta = \theta_B = 62.352^\circ}$$

<u>החזרה **מקסימלית** של קיטוב אנכי:</u> עבור **קיטוב אנכי**

$$\frac{I_r}{I_i} = \left\{\text{שימור אנרגיה} \Rightarrow I_i = I_r + I_t\right\} = 1 - \frac{I_t}{I_i} = \frac{4R_\perp \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}{(1-R_\perp)^2 + 4R_\perp sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

כאשר $R_\perp = |\Gamma_\perp|^2$. נרצה שיקבל ערך מקסימלי כלומר $\frac{I_t}{I_i}$ מקבל ערך מינימלי.

הערך המינימלי מתקבל עבור $sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)$ מקסימלי כלומר

$$\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) = 1 \Rightarrow \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = \pm 1$$

$$\frac{\delta}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k\ (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \delta = \pi + 2\pi k$$

$$\delta = \left\{\text{הרצאה}\right\} = 4\pi n_0 d \cdot \frac{\cos(\theta_B)}{\lambda} = \pi + 2\pi k$$

$$4n_0 d \cdot \frac{\cos(\theta_B)}{\lambda} = 1 + 2k$$

$$\exists_{\boldsymbol{k}\in\mathbb{N}_0} : d = \frac{\lambda}{4n_0\cos(\theta_B)} \cdot (1+2k) = 3.694 \cdot 10^{-7} \cdot (1+2k)$$

- עבור אורך גל $\lambda_0 \coloneqq \lambda + 0.5\,[nm] = 1309.5\,[nm] = 1.3095 \cdot 10^{-6}\,[m]$ תהיה העברה מקסימלית. <u>נפתח את הדרישה להעברה מקסימלית מתוך:</u>

$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4Rsin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}\ \left(\delta = 4\pi n_0 d \cdot \frac{\cos(\theta_B)}{\lambda_0}\right)$$

נרצה העברה מקסימלית כלומר

$$4Rsin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \exists_{k\in k} :\ 2\pi n_0 d \cdot \frac{\cos(\theta_B)}{\lambda_0} = \frac{\delta}{2} = \pi k$$

אבל כיוון שd **חיובי** , צריך $k \in \mathbb{N}$.

$$\exists_{k\in\mathbb{N}} : 2n_0 d \cdot \frac{\cos(\theta_B)}{\lambda_0} = k \Rightarrow d = \frac{\lambda_0}{2n_0\cos(\theta_B)} \cdot k = 7.3912 \cdot 10^{-7}\,[m] \cdot k$$

- רוצים **שלא תהיה העברה מקסימלית ביניהם:** כלומר אותו k ב2 המשוואות. סך הכל

$$\frac{\lambda}{4n_0\cos(\theta_B)}\cdot(2k+1)=\frac{\lambda_0}{2n_0\cos(\theta_B)}\cdot k$$

$$\lambda(2k+1)=2\lambda_0 k$$

$$2\lambda k+\lambda=2\lambda_0 k$$

$$2(\lambda_0-\lambda)k=\lambda$$

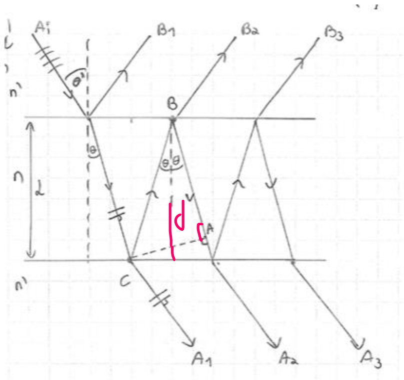
$$10^{-9}\,[m]\cdot k=2\cdot 0.5\,[nm]\cdot k=\lambda$$

$$k=10^9\lambda$$

$$d=\frac{\lambda_0}{2n_0\cos(\theta_B)}\cdot k=\frac{10^9\lambda\lambda_0}{2n_0\cos(\theta_B)}=\boxed{9.675\cdot 10^{-4}\,[m]}$$

פיתוח הנוסחה של מהוד: נוכיח שעבור מהוד

$$\frac{I_t}{I_i}=\frac{(1-R)^2}{(1-R)^2+4R\cdot\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$



הפאזה נצברת לאורך CB ואז BA (לאורך מישור שווה פאזה) ו

$$CB+BA=\frac{d}{\cos(\theta)}+\frac{d}{\cos(\theta)}\cdot\cos(2\theta)=\frac{d}{\cos(\theta)}\cdot(1+\cos(2\theta))=\{\cos(2\theta)=2\cos^2(\theta)-1\}$$
$$=\frac{d}{\cos(\theta)}\cdot 2\cos^2(\theta)=2d\cos(\theta)$$

ואז הפרש הפאזה בין C ל A זה:

$$\delta=nk_v\cdot(CB+BA)=n\cdot\frac{2\pi}{\lambda_v}\cdot 2d\cos(\theta)=\frac{4\pi d\cos(\theta)n}{\lambda_v}$$

δ' זה הפרש הפאזה במעבר המתאים במהוד:

$$A_1=\tau\tau'\cdot A_i e^{i\delta'}$$

$$A_2=\tau\tau'\cdot A_i e^{i\delta'}\cdot e^{i\delta}\Gamma'^2$$

...

בין המעבר ה$n-1$ למעבר הn ההבדל הוא עוד הפרש פאזה δ ועוד 2 החזרות עם מקדם החזרה Γ' ואז

$$A_n=A_{n-1}\cdot e^{i\delta}\cdot\Gamma'^2$$

$$A_{tot}=\sum_{n=1}^{\infty}A_n=\sum_{n=1}^{\infty}A_1q^{n-1}\,|_{q=e^{i\delta}\Gamma'^2}=\frac{A_1}{1-q}=\frac{A_1}{1-e^{i\delta}\cdot\Gamma'^2}=\frac{\tau\tau'\cdot A_ie^{i\delta'}}{1-e^{i\delta}\cdot\Gamma'^2}$$

מעיקרון סטוקס, או במילים אחרות, הפיכות בזמן:

$$\tau\tau'=1-\Gamma^2,\Gamma=-\Gamma'$$

$$A_{tot}=\frac{(1-\Gamma^2)A_ie^{i\delta'}}{1-e^{i\delta}\Gamma^2}\Rightarrow\frac{I_t}{I_i}=\left|\frac{A_{tot}}{A_i}\right|^2=\frac{(1-R)^2}{|1-e^{i\delta}R|^2}$$

כאשר $R\coloneqq\Gamma^2$.

$$\begin{aligned}\left|1-e^{i\delta}R\right|^2&=|1-Rcos(\delta)-iRsin(\delta)|^2=\left(1-Rcos(\delta)\right)^2+R^2\sin^2(\delta)=1-2Rcos(\delta)+R^2\\&=1+R^2-2Rcos(\delta)=\left(\cos(\delta)=1-2\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)\right)=1+R^2-2R+4Rsin\left(\frac{\delta}{2}\right)^2\\&=(1-R)^2+4Rsin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)\end{aligned}$$

סך הכל

$$\frac{I_t}{I_i}=\frac{(1-R)^2}{(1-R)^2+4Rsin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

משימור אנרגיה

$$I_i=I_t+I_r\Rightarrow\frac{I_r}{I_i}=\frac{I_i-I_t}{I_i}=1-\frac{I_t}{I_i}=1-\frac{(1-R)^2}{(1-R)^2+4Rsin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}=\frac{4Rsin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}{(1-R)^2+4Rsin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

ד. נניח שאנחנו פוגעים בזווית θ_B ואז:

$$\frac{I_t}{I_i}=\frac{(1-R_{\perp})^2}{(1-R_{\perp})^2+4R\cdot\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

עבור $R_{\perp}=|\Gamma_{\perp}|^2$ כי רוצים את ההעברה של הקיטוב האנכי.

$$R_{\perp}=|\Gamma_{\perp}|^2=\left(\frac{\sin(\theta_B-\theta_t)}{\sin(\theta_B+\theta_t)}\right)^2$$

<u>מחוק סנל:</u>

$$n(\lambda)\cdot\sin(\theta_t)=\sin(\theta_B)\Rightarrow\theta_t=\sin^{-1}\left(\frac{\sin(\theta_B)}{n(\lambda)}\right)$$

וגם אם נסמן $\lambda=\lambda_v$ אורך הגל של האור הנכנס לזכוכית:

$$\delta=\frac{4\cdot\pi\cdot n\cdot d\cdot cos(\theta_B)}{\lambda}=\frac{4\pi dcos(\theta_B)}{\lambda}\cdot n(\lambda)=\frac{4\pi dcos(\theta_B)}{\lambda}\cdot\left(n_0-\frac{a}{\nu^2}\right)$$

כך ש $\nu=\frac{c}{\lambda}$.

$$a=10^{16},10^{27},10^{28}\ [Hz^2]$$

נשים לב, שעל מנת שלא לקבל החזרה פנימית גמורה (כלומר כדי ש $\sin^{-1}\left(\frac{\sin(\theta_B)}{n(\lambda)}\right)$ יהיה ממשי) יש דרישה:

$$\frac{\sin(\theta_B)}{n(\lambda)}\le 1\Leftrightarrow n(\lambda)\ge\sin(\theta_B)$$

$$n_0-\frac{a}{\nu(\lambda)^2}\ge\sin(\theta_B)$$

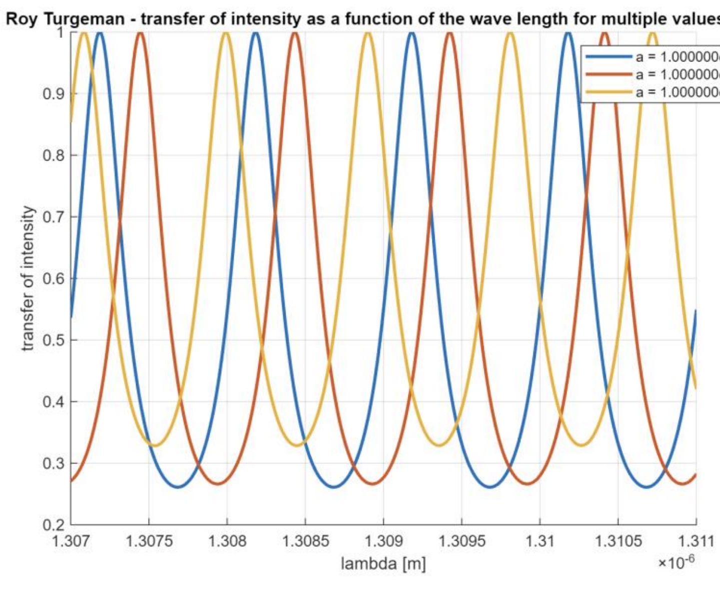
$$n_0-\frac{a\lambda^2}{c^2}\ge\sin(\theta_B)$$

$$\frac{a\lambda^2}{c^2}\le n_0-\sin(\theta_B)$$

$$\lambda\le c\cdot\sqrt{\frac{n_0-\sin(\theta_B)}{a}}=\frac{1.0115c}{\sqrt{a}}$$

- עבור $a=10^{26}$ התנאי הוא $\lambda\le 3.0345\cdot 10^{-5}$.
- עבור $a=10^{27}$ התנאי הוא $\lambda\le 9.595\cdot 10^{-6}\approx 10^{-5}$.
- עבור $a=10^{28}$ התנאי הוא $\lambda\le 3.0345\cdot 10^{-6}$.

<u>הגרף שביקשו:</u>



נחשב את הν_{FSR} לכל ערך של a: נחשב את המרחק בין 2 מקסימומים לכל ערך של a, עבור הν שמתאים לכל ערך מקסימום ונעשה ממוצע על כל הערכים המתקבלים (במטלב). יוצא סך הכל כאשר לוקחים תחום גדול סביב λ (קראתי לו $lambda\ values\ for\ FSR$) שν_{FSR} יורד כפוי' של a.

גם λ_{FSR} יורד כפוי' של a:

```
nu FSR values for each value of a:
   1.0e+12 *

    8.9861    8.7443    8.0558

lambda FSR values for each value of a:
   1.0e-07 *

    0.4992    0.4952    0.4545
```

ננסה להסביר את המתקבל. למעשה, אין באמת הפרש קבוע בין הפיקים, כי ניתן לחשב: פיק קורה עבור

$$\frac{\delta}{2} = \frac{2\pi d cos(\theta_B)}{\lambda} \cdot \left(n_0 - \frac{a}{\nu^2}\right) = \pi m \ \left(\lambda = \frac{c}{\nu}\right)$$

$$\frac{2\pi d cos(\theta_B)}{c} \cdot \left(\nu n_0 - \frac{a}{\nu}\right) = \pi m$$

נסמן $p \coloneqq \frac{2\pi d cos(\theta_B)}{c} \cdot n_0$.

$$pn_0 \cdot \nu - \frac{ap}{\nu} = \pi m$$

$$pn_0 \cdot \nu^2 - \pi m \cdot \nu - ap = 0$$

כיוון ש $\nu > 0$:

$$\nu = \frac{\pi m + \sqrt{\pi^2 m^2 + 4ap^2 n_0}}{2pn_0}$$

נחשב את ההפרש:

$$\begin{aligned}\nu_{m+1} - \nu_m &= \frac{1}{2pn_0} \cdot \left(\pi m + \pi + \sqrt{\pi^2 (m+1)^2 + 4ap^2 n_0} - \pi m - \sqrt{\pi^2 m^2 + 4ap^2 n_0}\right) \\ &= \frac{1}{2pn_0} \cdot \left(\pi + \sqrt{\pi^2 (m+1)^2 + 4ap^2 n_0} - \sqrt{\pi^2 m^2 + 4ap^2 n_0}\right)\end{aligned}$$

ככל שa עולה, ההפרש הזה קטן (כפוי' של a, עבור m קבוע) ולכן $\Delta\nu_{FSR}$ קטן.
כלומר, הפוי'

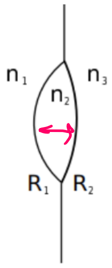
$$f(a) = \frac{1}{2pn_0} \cdot \left(\pi + \sqrt{\pi^2 (m+1)^2 + 4ap^2 n_0} - \sqrt{\pi^2 m^2 + 4ap^2 n_0}\right)$$

$$\begin{aligned}f'(a) &= \frac{1}{2pn_0} \cdot \left(\frac{4p^2 n_0}{2\sqrt{\pi^2 (m+1)^2 + 4ap^2 n_0}} - \frac{4p^2 n_0}{2\sqrt{\pi^2 m^2 + 4ap^2 n_0}}\right) \\ &= p \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\pi^2 (m+1)^2 + 4ap^2 n_0}} - \frac{1}{\sqrt{\pi^2 m^2 + 4ap^2 n_0}}\right) < 0\end{aligned}$$

כי $\sqrt{\pi^2 (m+1)^2 + 4ap^2 n_0} > \sqrt{\pi^2 m^2 + 4ap^2 n_0}$.

<u>שאלה 2:</u>

<u>שאלה 2 (35 נק')</u>



נתונה עדשה המתוארת בתרשים הבאה:

כאשר n_1 וn_3 אלו מקדמי השבירה של האוויר

$$n_2 = 1.1 + (Last\ 3\ digits\ of\ ID)/1000$$

$$R_1 = [50 - (Last\ 2\ digits\ of\ ID)]mm$$

$$R_2 = [50 - (2\ digits\ before\ the\ last\ 2\ digits\ \ of\ ID)]mm$$

א. מצאו את מוקד העדשה, האם אפשר לקבל דמות ממשית עם העדשה זאת?

א. נפתור עם מטריצות $ABCD$. לפי ההגדרה מההרצאה, $R_1 > 0, R_2 < 0$ ולכן עם הערכים שקיבלתי

$$R_1 = (50 - 9)\ mm = 41\ [mm]$$

$$R_2 = (50 - 18)\ [mm] = 32\ [mm]$$

<u>מטריצת ה$ABCD$ של R_1:</u> (כפי שלמדנו בהרצאה)

$$\tau_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_1 - n_2}{n_2 \cdot R_1} & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}$$

ועבור $R_2 < 0$:

$$\tau_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_3}{n_3 \cdot (-R_2)} & \frac{n_2}{n_3} \end{bmatrix}$$

ויש $free\ space$ מרחק d באמצע.

סך הכל

$$\tau_{tot} = \tau_2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \tau_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_3}{n_3 \cdot (-R_2)} & \frac{n_2}{n_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_1 - n_2}{n_2 \cdot R_1} & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_3}{n_3 \cdot (-R_2)} & \frac{n_2}{n_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 + d\left(\frac{n_1 - n_2}{n_2 \cdot R_1}\right) & \frac{dn_1}{n_2} \\ \frac{n_1 - n_2}{n_2 \cdot R_1} & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + d\left(\frac{n_1 - n_2}{n_2 \cdot R_1}\right) & \frac{dn_1}{n_2} \\ \left(\frac{n_2 - n_3}{n_3 \cdot (-R_2)}\right) \cdot \left(1 + d\left(\frac{n_1 - n_2}{n_2 \cdot R_1}\right)\right) + \frac{n_2}{n_3} \cdot \frac{n_1 - n_2}{n_2 \cdot R_1} & \frac{n_2 - n_3}{n_3 \cdot (-R_2)} \cdot \frac{dn_1}{n_2} + \frac{n_2}{n_3} \cdot \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}$$

נניח כפי שהנחנו בהרצאה ש $d \ll R_1, R_2$ ואז

$$\tau_{tot} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \left(\frac{n_2 - n_3}{n_3 \cdot (-R_2)}\right) + \frac{1}{n_3} \cdot \frac{n_1 - n_2}{R_1} & \frac{n_1}{n_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \left(\frac{n_2 - n_3}{n_3 \cdot (-R_2)}\right) + \frac{1}{n_3} \cdot \frac{n_1 - n_2}{R_1} & \frac{n_1}{n_3} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \left(\frac{n_2 - 1}{(-R_2)}\right) + \frac{1 - n_2}{R_1} & 1 \end{bmatrix}$$

מטריצת ה$ABCD$ של עדשה דקה באוויר: לפי מה שראינו בהרצאה, היא

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix}$$

נשווה עם מה שקיבלנו:

$$-\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2 - 1}{(-R_2)}\right) + \frac{1 - n_2}{R_1} = \frac{1 - n_2}{R_2} + \frac{1 - n_2}{R_1} = (1 - n_2) \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right)$$

$$\frac{1}{f} = (n_2 - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

זה מסתדר עם הנוסחה שלמדנו בהרצאה.

נציב את הערך:

$$n_2 = 1.1 + \frac{809}{1000} = 1.909$$

וסך הכל

$$0 < f = \frac{1}{\left((n_2 - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\right)} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{n_2 - 1} = 19.771[mm]$$

האם אפשר לקבל דמות ממשית? בטח שכן, כמו עם עדשה רגילה.
אם נשים דמות ב$u = 30\ [mm]$ אז לפי חוק לוטשי העדשות:

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{v} = \frac{1}{19.771}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{19.771} - \frac{1}{30}$$

$$v = 57.985\ [mm]$$

דמות ממשית.

למעשה מתקיימת דמות ממשית אם ורק אם $v > 0$ אם ורק אם

$$v = \frac{1}{\left(\frac{1}{v}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{u}\right)} > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{f} - \frac{1}{u} > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{u} < \frac{1}{f} \Leftrightarrow u > f \Leftrightarrow u > 19.771\ [mm]$$

ב. עכשיו נתון שמקדם השבירה משתנה כפונקציה של אורך גל לפי הנוסחה (נוסחת הדיספרסיה של $BK7$):

$$n_{BK7}^2(\lambda) = 1 + \frac{1.03961212\lambda^2}{\lambda^2 - 0.00600069867} + \frac{0.231792344\lambda^2}{\lambda^2 - 0.0200179144} + \frac{1.01046945\lambda^2}{\lambda^2 - 103.560653}$$

ב. היחידות של אורך הגל $-\mu m$. נתחשב בכך במטלב. <u>לפי הנוסחה שפיתחנו בסעיף הקודם:</u>

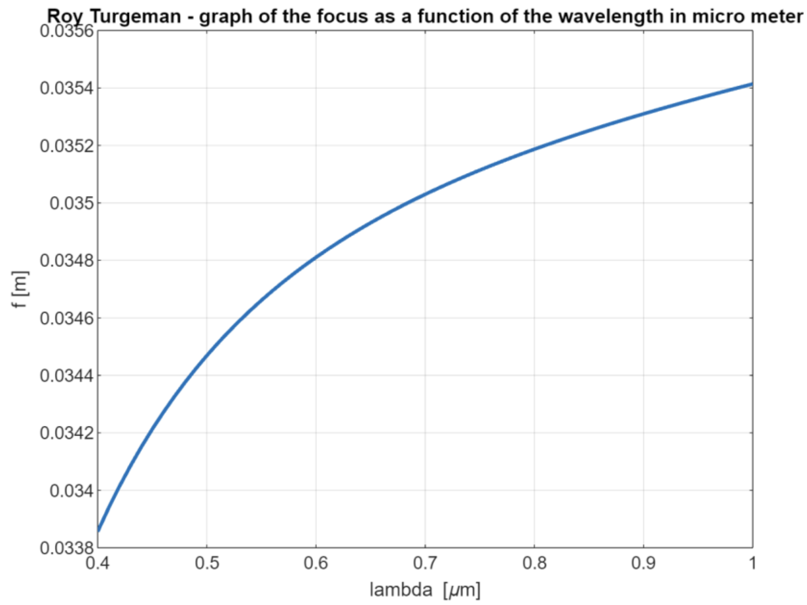
$$f = \frac{1}{(n_{BK7} - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{n_{BK7}(\lambda) - 1}$$

<u>בנוסף:</u>

$$n_{BK7}(\lambda) = \sqrt{1 + \frac{1.03961212\lambda^2}{\lambda^2 - 0.00600069867} + \frac{0.231792344\lambda^2}{\lambda^2 - 0.0200179144} + \frac{1.01046945\lambda^2}{\lambda^2 - 103.560653}}$$

$$f = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1.03961212\lambda^2}{\lambda^2 - 0.00600069867} + \frac{0.231792344\lambda^2}{\lambda^2 - 0.0200179144} + \frac{1.01046945\lambda^2}{\lambda^2 - 103.560653}} - 1}\right)$$

<u>נסרטט עם מטלב:</u>



הערה – בג(1), ג(2), ג(3) מתקיים ש $n_2 = n_{BK7}$.

1) נתונה עדשה *biconvex* העשויה זכוכית ($BK7$) שרדיוס העקמומיות שלה הם R (שימו לב לסימן השלילי או החיובי של R בהתאם לכיוון התקדמות הקרן), כאשר $L_1 = 70mm$, מה צריך להיות L_2 כדי לקבל דימות עבור אורך גל λ_1.

ג. <u>פתרון:</u>

(1)

<u>דרך פתרון מספר א':</u> נציב $R_1 = R_2$ בנוסחה מסעיף א שהיא:

$$\tau_{tot} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \left(\frac{n_2-1}{(-R_2)}\right)+\frac{1-n_2}{R_1} & 1 \end{bmatrix}$$

(התחשבתי בכך ש R_2 שלילי).

$$\tau_{tot} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \left(\frac{n_2-1}{-R}\right)+\frac{1-n_2}{R} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \left(\frac{1-n_2}{R}\right)+\frac{1-n_2}{R} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2(1-n_2)}{R} & 1 \end{bmatrix}$$

זו מטריצת ה$ABCD$ של העדשה.

<u>נדרוש דימות:</u> (לאחר מכן נעשה את החישוב באמצעות המטלב)

$$M = \begin{bmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2(1-n_2)}{R} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & L_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & L_1 \\ \frac{2(1-n_2)}{R} & \frac{2(1-n_2)L_1}{R}+1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 1+\frac{2L_2(1-n_2)}{R} & L_1+L_2\cdot\left(\frac{2(1-n_2)L_1}{R}+1\right) \\ \frac{2(1-n_2)}{R} & \frac{2(1-n_2)L_1}{R}+1 \end{bmatrix}$$

<u>דימות:</u> נדרוש שאיבר הB יתאפס כלומר

$$L_1+L_2\cdot\left(\frac{2(1-n_2)L_1}{R}+1\right)=0$$

$$L_2 = -\frac{L_1}{\frac{2(1-n_2)L_1}{R}+1} = -\frac{L_1R}{R+2(1-n_2)L_1}$$

<u>דרך פתרון מספר ב':</u> נשתמש בנוסחת לוטשי העדשות, לפיה

$$\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}=\frac{1}{f}=\frac{2(n_2-1)}{R}$$

$$L_2 = \frac{1}{\left(\frac{1}{L_2}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{2(n_2-1)}{R}-\frac{1}{L_1}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{2(n_2-1)L_1-R}{RL_1}\right)} = \frac{L_1R}{2(n_2-1)L_1-R} = -\frac{L_1R}{R+2(1-n_2)L_1}$$

קיבלנו את אותה תשובה.

<u>בכל מקרה במטלב חישבתי את L_2 באמצעות דרך א' בעזרת שורות הקוד הבאות:</u>

```
% compute L_2
syms x
total_ABCD_matrix = second_free_space_matrix(L_1+x) * lens_matrix *
first_free_space_matrix(L_1);
L_2 = solve(total_ABCD_matrix(1,2) == 0, x);
L_2 = double(L_2);
```

<u>ויצא סך הכל:</u>

$$L_2 = 0.0814\ [m]$$

מה שמסתדר אם מציבים למעלה $n_2 = n_{lens} = 1.5181$ (מהדפסה במטלב).

2) הציגו את תרשים של התקדמות הקרניים במערכת, הצירים בתרשים צריכים להיות גובה הקרן כפונקציה (ציר y) של מרחק (ציר x). הקרן הנכנסת היא $\begin{pmatrix}1\\ \theta\end{pmatrix}$, עבור זוויות כניסה ($\theta$) של $\frac{\pi}{5}$ עד $-\frac{\pi}{5}$ בקפיצות של $\frac{\pi}{25}$, אורך הגל של הקרן הוא λ_1. הדרכה: לאחר הפעלה של כל מטריצה שמרו את הערך של גובה הקרן, כך שתקבלו וקטור המתאר גובה הקרן בכל נקודה על ציר ההתקדמות. על מנת שכל הקרניים שנכנסות בזוויות שונות יהיו על אותו גרף אפשר להשתמש בפונקציית *hold*

(2) נפעל עם מטריצות $ABCD$. ב$x=0$ הגובה הוא 1.

עד $x = L_1$ יש התקדמות ב$free\ space$ ואז

$$\begin{pmatrix} r(x) \\ \theta(x) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + x\theta \\ \theta \end{pmatrix}$$

כלומר $r(x) = 1 + \theta \cdot x$.

<u>כעת לאחר המעבר בעדשה:</u>

$$\begin{pmatrix} r(L_1) \\ \theta(L_1) \end{pmatrix} = \tau_{\text{עדשה}} \cdot \begin{pmatrix} 1 + x\theta \\ \theta \end{pmatrix} |_{x=L_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2(1-n_2)}{R} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 + \theta L_1 \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \theta L_1 \\ \frac{2(1-n_2)(1+\theta L_1)}{R} + \theta \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 1 + \theta L_1 \\ \frac{2(1-n_2)(1+\theta L_1)}{R} + \theta \end{pmatrix}$$

$$r(L_1) = 1 + \theta L_1$$

הגובה לא משתנה כתוצאה ממעבר בעדשה דקה, בדיוק כמו שראינו בהרצאה:

<u>ואז מ$x = L_1$ עד $x = L_1 + L_2$ עוברים עוד $free\ space$:</u>

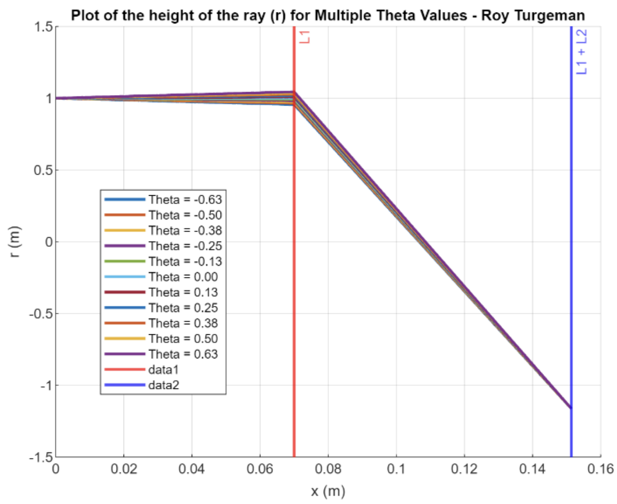
$$\begin{pmatrix} r(x) \\ \theta(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x - L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r(L_1) \\ \theta(L_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x - L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 + \theta L_1 \\ \frac{2(1-n_2)(1+\theta L_1)}{R} + \theta \end{pmatrix}$$

$$r(x) = 1 + \theta L_1 + (x - L_1) \cdot \left(\frac{2(1-n_2)(1+\theta L_1)}{R} + \theta \right)$$

סך הכל

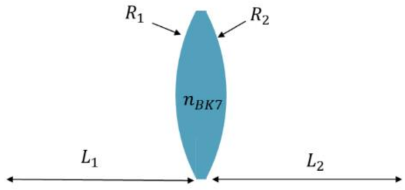
$$\boxed{r(x) = \begin{cases} 1 + \theta x \ (0 < x < L_1) \\ 1 + \theta L_1 + (x - L_1) \cdot \left(\theta + \frac{2(1-n_2)}{R} + \frac{2(1-n_2)\theta}{R} \cdot L_1 \right) \ (L_1 < x < L_1 + L_2) \end{cases}}$$

<u>נסרטט במטלב:</u>



(3)

3) עכשיו חזרו על סעיף קודם, כאשר הקרן הנכנס היא $\binom{x}{0}$ עבור אורך λ_1 וλ_2 כאשר L_1 ו L_2 הם כמו שמצאתם בסעיף קודם. x מייצג את הגבוה, עבור ערכים 1 עד -1 בקפיצות של 0.1 הציגו את הקרניים באותו גרף האופטי כאשר תשמשו באותו צבע עבור כל הקרניים באותו אורך גל (אפשר לעשות את זה ע"י לדוגמא *(plot(x,y, 'red')*. כתבו את המטריצה שמתארת את העדשה והסבירו את התוצאה שקבלתם.



הקרן הנכנסת: $\binom{r_0}{0}$ כאשר $r_0 = x$ נתון.

כעת נמצא את $r(x_h)$ כאשר x_h הוא המרחק האופקי.

- עד L_1 יש $free\ space$

$$\binom{r}{\theta} = \begin{pmatrix} 1 & x_h \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \binom{r_0}{0} = \binom{r_0}{0}$$

אין שינוי כלומר $r(x_h) = r_0$.

- מעבר בעדשה:

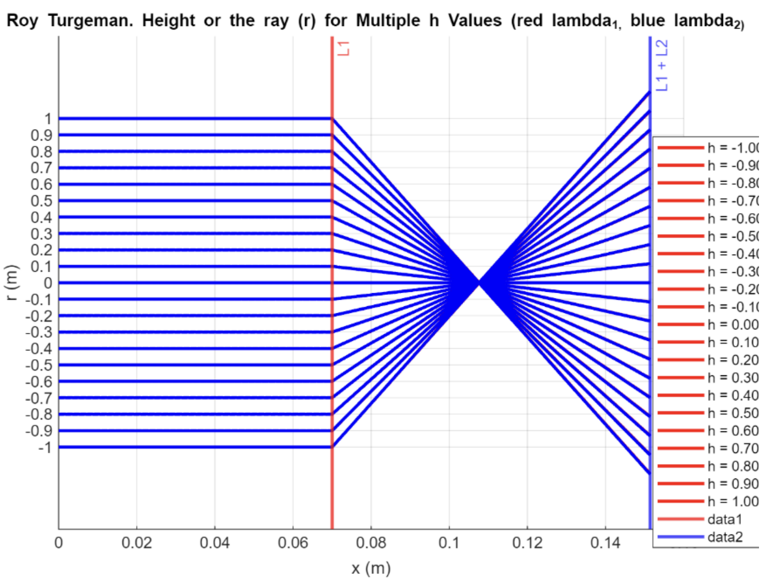
$$\binom{r}{\theta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{2(1-n_2)}{R} & 1 \end{pmatrix} \cdot \binom{r_0}{0} = \begin{pmatrix} r_0 \\ \dfrac{2(1-n_2)r_0}{R} \end{pmatrix}$$

- $free\ space$ מ$x_h = L_1$ עד $x_h = L_2$:

$$\binom{r}{\theta} = \begin{pmatrix} 1 & x_h - L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_0 \\ \dfrac{2(1-n_2)r_0}{R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_0 + (x_h - L_1) \cdot \dfrac{2(1-n_2)r_0}{R} \\ \dfrac{2(1-n_2)r_0}{R} \end{pmatrix}$$

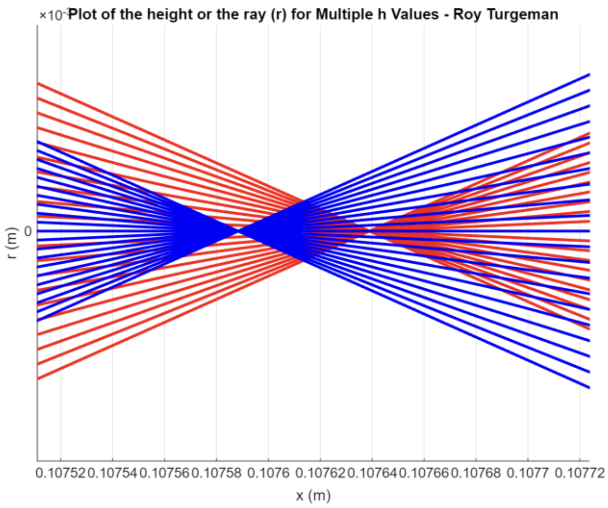
$$\boxed{r(x_h) = \begin{cases} r_0 \ (0 < x_h < L_1) \\ r_0 + (x_h - L_1) \cdot \dfrac{2(1-n_2)r_0}{R} \ (L_1 < x_h < L_2) \end{cases}}$$

<u>נסרטט:</u>



רואים רק את הגרף הכחול, נעשה $zoom\ in$ כדי לראות את הגרף השני.

<u>נעשה זום אין:</u>



ניתן לראות שכל הקרניים נפגשות במקום אחד.
זה הגיוני, מכיוון שעבור קרן שמגיעה מ∞ (כלומר $u \to \infty$) אז מתקיים ש

$$\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{v}=\frac{1}{f} \Rightarrow v=f$$

ההתמקדות אמורה לקרות כאשר הגובה של הקרן לאחר העדשה שווה ל0:

$$(*)\ r_0+\underbrace{(x_h-L_1)}_{f}\cdot\frac{2(1-n_2)r_0}{R}=0$$

הרי קרן שמגיעה מגובה 0 וזווית 0 תמשיך ככה אחרי העדשה,
ובודקים מתי קרן אחרת פוגשת אותה, ו$(*)$ זה הגובה שלה לאחר העדשה.

$$1+f\cdot\frac{2(1-n_2)}{R}=0$$

$$f=\frac{R}{2(n_2-1)}$$

שזו בדיוק הנוסחה שפיתחנו לf לפני, הרי

$$f=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\cdot\frac{1}{n_2-1}$$

ואצלנו $R_1=R_2$.

<u>שאלה 2 סעיף ד:</u>

ד. על מנת לפתור את הבעיה בסעיף ג הציעו להוסיף שכבה נוספת לעדשה כמתואר בתרשים (עדשה אכרומטית) עם מקדם שבירה:

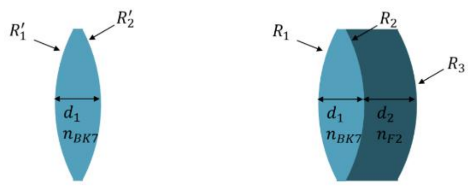
$$n_{F2}^2(\lambda) = 1 + \frac{1.34533359\lambda^2}{\lambda^2 - 0.00997743871} + \frac{0.209073176\lambda^2}{\lambda^2 - 0.0470450767} + \frac{0.937357162\lambda^2}{\lambda^2 - 111.886764}$$

בהינתן ש: $R_1 = -R_2 = R$

$$d_1 = [mod(Last\ 3\ digits\ of\ ID, 1.01) + 0.1]mm$$
$$d_2 = [mod(Last\ 3\ digits\ of\ ID, 2.17) + 1]mm$$
$$R = [mod(Last\ 3\ digits\ of\ ID, 30) + 10]mm$$
$$\lambda_1 = [mod(Last\ 3\ digits\ of\ ID, 100) + 400]nm$$
$$\lambda_2 = [mod(Last\ 3\ digits\ of\ ID, 153) + 600]nm$$

1) מצאו את R_3 עבור נקבל את אותו אורך מוקד עבור אורכי הגל λ_1 וλ_2.
2) ציירו גרף של מוקד כפונקציה של אורך גל ($\lambda = 400 - 1000nm$) והשוו לעדשה ללא השכבה (2 גרפי בתרשים אחד) בעלת רדיוסי עקמומיות של $R_1 = -R_2 = 2f_{avg} \cdot (n_{avg} - 1)$ כאשר f_{avg} זה המוקד אפקטיבי הממוצע של העדשה החדשה (עם השכבה, ממוצע של הגרף בסעיף הקודם) וn_{avg} זה מקדם השבירה הממוצע של n_{BK7}.
3) מצאו את המישורים העיקריים של מערכת העדשה.

עדשה ללא שכבה　　　　עדשה עם שכבה



<u>פתרון:</u>

(1) <u>עם השכבה:</u>

$$\tau_{R_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1 - n_{BK7}}{n_{BK7} \cdot R_1} & \dfrac{1}{n_{BK7}} \end{bmatrix}$$

ועבור $R_2 < 0$:

$$\tau_{R_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{n_{BK7} - n_{F2}}{n_{F2} \cdot R_2} & \dfrac{n_{BK7}}{n_{F2}} \end{bmatrix}$$

ועבור $R_3 < 0$:

$$\tau_{R_3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{n_{F2} - 1}{R_3} & n_{F2} \end{bmatrix}$$

סך הכל אם נסמן בτ_d את מטריצת ה$ABCD$ של $free - space$ למרחק d אזי

$$\tau = \tau_{R_3} \cdot \tau_{d_2} \cdot \tau_{R_2} \cdot \tau_{d_1} \cdot \tau_{R_1}$$

$$\tau_d = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

<u>אנחנו לא נניח עדשה דקה:</u>

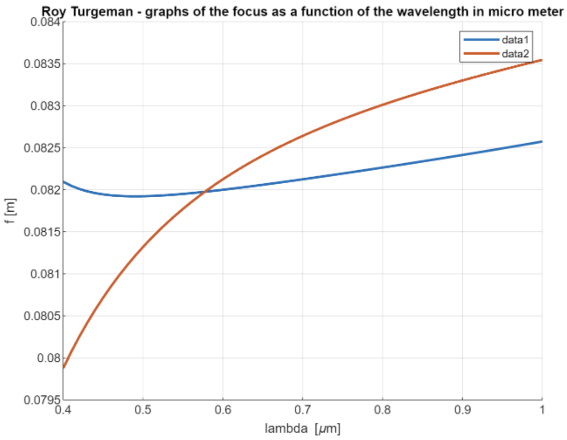
$$\begin{bmatrix} A_\tau & B_\tau \\ C_\tau & D_\tau \end{bmatrix} = \tau = \tau_{R_3} \cdot \tau_{d_2} \cdot \tau_{R_2} \cdot \tau_{d_1} \cdot \tau_{R_1}$$

ונשווה את הערכים של איבר ה-C במטריצה המתקבלת.

(2) <u>עם השכבה:</u>

$$-\frac{1}{f} = C_\tau$$

סרטוט כפונקציה של אורך גל (מהמטלב):



(3) נמצא מישורים עיקריים:

יש ביניהם דימות והגדלה של 1. נניח שיש מערכת עם מטריצה $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ אז המישורים העיקריים מקיימים:

$$\begin{bmatrix} 1 & d' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A & Ad+B \\ C & Cd+D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+Cd' & Ad+B+d'(Cd+D) \\ C & Cd+D \end{bmatrix}$$

דימות:

$$Ad+B+d'(Cd+D)=0 \Rightarrow= d' = -\frac{Cd+D}{Ad+B}$$

הגדלה של 1:

$$A+Cd'=1 \Rightarrow \boldsymbol{d'} = \frac{\boldsymbol{1-A}}{\boldsymbol{C}}$$

בנוסף אם $n_{in}=n, n_{out}=n'$ ידוע ש

$$\det\left(\begin{bmatrix} A+Cd' & Ad+B+d'(Cd+D) \\ C & Cd+D \end{bmatrix}\right) = \frac{n}{n'} = \det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ C & Cd+D \end{bmatrix}\right) = Cd+D$$

$$d = \frac{\left(\frac{n}{n'}\right)-D}{C}$$

אצלנו $n_{in}=n_{out}=1$ ואז

$$\boldsymbol{d} = \frac{\boldsymbol{1-D}}{\boldsymbol{C}}$$

אצלנו

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_{F2}-1}{R_3} & n_{F2} \end{bmatrix}}_{R_3} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{free\ space\ d_2} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_{BK7}-n_{F2}}{n_{F2}\cdot R_2} & \frac{n_{BK7}}{n_{F2}} \end{bmatrix}}_{R_2} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{free\ space\ d_1} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1-n_{BK7}}{n_{BK7}\cdot R_1} & \frac{1}{n_{BK7}} \end{bmatrix}}_{R_1}$$

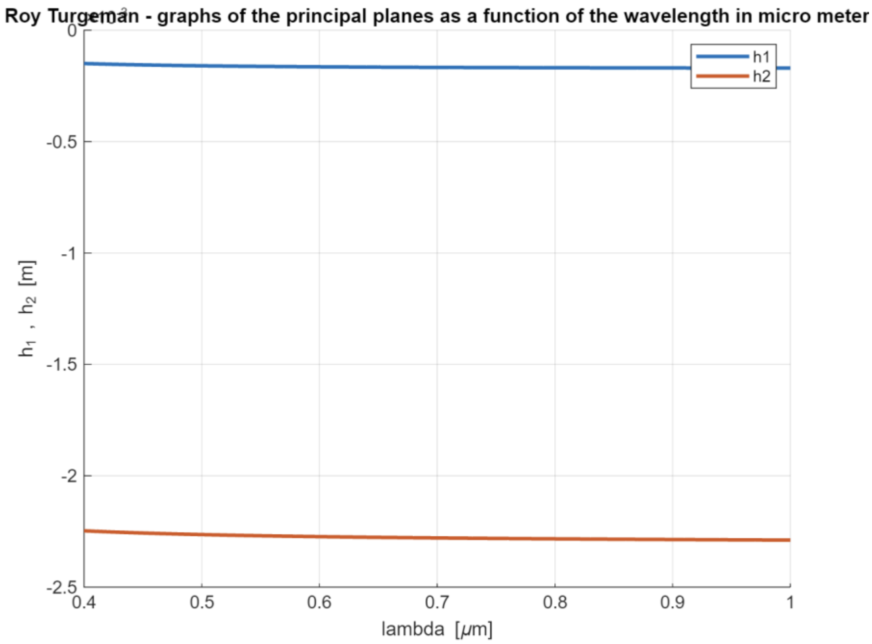
כמובן שלא נעשה פה את החישוב המלא, ונעשה את החישוב במטלב.
נחשב את המישורים העיקריים לכל אורך גל ונעשה ממוצע.

סך הכל יוצא שהמישורים העיקריים: (הערך הממוצע שלהם)

```
-1.6504e-04

 -0.0023
```

הגרף של המישורים העיקריים כפונקציה של אורך הגל:



מקבלים ערך שהוא כמעט קבוע. נשים לב שהגרף מנורמל ב10 בחזקת מינוס 3, ולכן זה מסתדר עם הערכים שכתובים למעלה.

נספחים – הקוד:

שאלה 1

```
close all
% id 328141809
% 1D ---------------------------------

% values
n_0 = 1.909;
d=9.675*10.^-4;
theta_B = 62.352;
c = 3*10.^8;  % meter / s


lambda_center=1.309*10.^-6;
lambda_values = linspace(lambda_center- 2 * 10.^-9,lambda_center+ 2 * 10.^-
9, 1000);

nu = @(lambda) c./lambda;
n_glass = @(lambda, a) (n_0 - a./(nu(lambda)).^2);
theta_glass = @(lambda, a) asind(sind(theta_B)./n_glass(lambda, a));  %
transfer angle
R = @(lambda, a) (sind(theta_B-theta_glass(lambda,
a))./(sind(theta_B+theta_glass(lambda, a)))).^2;
delta = @(lambda, a) ((4*180*d*cosd(theta_B)./lambda) .* n_glass(lambda,
a));
u = @(lambda, a) (sind(delta(lambda, a)./2)).^2;
transfer = @(lambda, a) ((1-R(lambda, a)).^2)./((1-R(lambda,
a)).^2+4*R(lambda, a).*u(lambda, a));

a_values = [10.^26, 10.^27, 10.^28];
nu_FSR_values = zeros(size(a_values));
lambda_FSR_values = zeros(size(a_values));

hold on;
for i = 1:length(a_values)
   transfer_values = transfer(lambda_values, a_values(i));
   plot(lambda_values, transfer_values, 'LineWidth', 2);

   lambda_values_for_FSR = linspace(lambda_center - 100 * 10.^-
9,lambda_center + 100 * 10.^-9, 1000);

   [transfer_peak, lambda_for_max] = findpeaks(transfer_values);
   frquency_values = nu(lambda_values_for_FSR(lambda_for_max));
   nu_FSR_values(i) = mean(abs(diff(frquency_values)));
   lambda_FSR_values(i) =
mean(abs(diff(lambda_values_for_FSR(lambda_for_max))));
end

% axes
xlabel('lambda [m]')
ylabel('transfer of intensity')
title('Roy Turgeman - transfer of intensity as a function of the wave
length for multiple values of a');

%Display the grid
grid on;
```

```
% Legend
legend(cellstr(num2str(a_values', 'a = %-d')));

hold off;

% Display FSR values
disp('nu FSR values for each value of a:');
disp(nu_FSR_values);
disp('lambda FSR values for each value of a:');
disp(lambda_FSR_values);
```

שאלה 2:

```
close all;
% id 328141809

% 2B ----------------------
R_1 = 41 * 10^-3;
R_2 = 32 * 10^-3;

lambda_values = 0.4:0.01:1;  % the range of lambda
s = @(lambda) lambda.^2;

n_BK7 = @(lambda) sqrt(1 + (((1.03961212 * s(lambda)) ./ (s(lambda) -
0.00600069867)) ...
    + ((0.231792344 * s(lambda)) ./ (s(lambda) - 0.0200179144)) ...
    + ((1.01046945 * s(lambda)) ./ (s(lambda) - 103.560653))));

%disp(n(0.6934))  % needs to be 1.5132

f = @(lambda) R_1 * R_2 / (R_1 + R_2) * 1 ./ (n_BK7(lambda) - 1);
f_values = f(lambda_values);

figure;
plot(lambda_values, f_values, 'LineWidth', 2)  % plot
xlabel('lambda [\mum]');
ylabel('f [m]');
title('Roy Turgeman - graph of the focus as a function of the wavelength in
micro meter');
grid on;


% 2C2 ------------------

% values
L_1 = 70*10^-3;
R = 39*10^-3;
lambda_1 = 0.559; % micro meter

n_lens = n_BK7(lambda_1);
disp(n_lens);

% ABCD matrices
first_free_space_matrix = @(x) [1, x; 0, 1];
lens_matrix = [1, 0; 2*(1-n_lens)/R, 1];
second_free_space_matrix = @(x) [1, x-L_1; 0, 1];

% compute L_2
syms x
total_ABCD_matrix = second_free_space_matrix(L_1+x) * lens_matrix *
first_free_space_matrix(L_1);
L_2 = solve(total_ABCD_matrix(1,2) == 0, x);
L_2 = double(L_2);
disp(L_2);

% compute the vector which defines the ray

values_in_lin_space = 1000;
x_case1 = linspace(0, L_1, values_in_lin_space);
x_case2 = linspace(L_1, L_1+L_2, values_in_lin_space);
```

```
vec_case1 = zeros(2, length(x_case1));
vec_case2 = zeros(2, length(x_case2));

theta_values = -pi/5 : pi/25 : pi/5 ;

figure;
hold on;

for theta = theta_values
    input_vector = [1; theta];

    % Calculate vec for x_case1
    for i = 1:length(x_case1)
        current_matrix = first_free_space_matrix(x_case1(i));
        vec_case1(:, i) = current_matrix * input_vector;
    end

    % lens - before
    last_vec_case1 = vec_case1(:, length(x_case1));
    vec_after_lens = lens_matrix * last_vec_case1;

    % Calculate vec for x_case2
    for i = 1:length(x_case2)
        current_matrix = second_free_space_matrix(x_case2(i));
        vec_case2(:, i) = current_matrix * vec_after_lens;
    end

    combined_vector = [vec_case1, vec_case2];

    % Plot the first coordinate of the vector
    x_positions_combined = [x_case1, x_case2];
    plot(x_positions_combined, combined_vector(1, :), 'LineWidth', 2);
end

hold off;

xlabel('x (m)');
ylabel('r (m)');
title('Plot of the height of the ray (r) for Multiple Theta Values - Roy
Turgeman');
legend(arrayfun(@(theta) sprintf('Theta = %.2f', theta), theta_values,
'UniformOutput', false));
xline(L_1, 'r', 'LineWidth', 2, 'Label', 'L1');
xline(L_1 + L_2, 'b', 'LineWidth', 2, 'Label', 'L1 + L2');
grid on;


% Q2C3 ------------------------

% values
L_1 = 70*10^-3;
R = 39*10^-3;
lambda_1 = 0.559; % micro meter
lambda_2 = 0.545; % micro meter

% ABCD matrices
first_free_space_matrix = @(x) [1, x; 0, 1];
lens_matrix = @(lambda) [1, 0; 2*(1-n_BK7(lambda))/R, 1];
```

```
second_free_space_matrix = @(x) [1, x-L_1; 0, 1];

% compute L_2
syms x
total_ABCD_matrix = second_free_space_matrix(L_1+x) * lens_matrix(lambda_1)
* first_free_space_matrix(L_1);
L_2 = solve(total_ABCD_matrix(1,2) == 0, x);
L_2 = double(L_2);

% compute the vector which defines the ray

values_in_lin_space = 1000;
x_case1 = linspace(0, L_1, values_in_lin_space);
x_case2 = linspace(L_1, L_1+L_2, values_in_lin_space);

vec_case1 = zeros(2, length(x_case1));
vec_case2 = zeros(2, length(x_case2));

h_values = -1 :0.1 : 1;

figure;
hold on;

lambda_array_values = [lambda_1, lambda_2];
for i = 1:length(lambda_array_values)
    curr_lambda = lambda_array_values(i);

    for h = h_values
        input_vector = [h; 0];

        % Calculate vec for x_case1
        for j = 1:length(x_case1)
            current_matrix = first_free_space_matrix(x_case1(j));
            vec_case1(:, j) = current_matrix * input_vector;
        end

        % lens - before
        last_vec_case1 = vec_case1(:, length(x_case1));
        vec_after_lens = lens_matrix(curr_lambda) * last_vec_case1;


        % Calculate vec for x_case2
        for k = 1:length(x_case2)
            current_matrix = second_free_space_matrix(x_case2(k));
            vec_case2(:, k) = current_matrix * vec_after_lens;
        end

        combined_vector = [vec_case1, vec_case2];

        % Plot the first coordinate of the vector
        x_positions_combined = [x_case1, x_case2];
        color = 'r';
        if i == 2
            color = 'b';
        end
        plot(x_positions_combined, combined_vector(1, :), 'LineWidth', 2,
'Color', color);
        hold on;
    end
```

```
end

hold off;

xlabel('x (m)');
ylabel('r (m)');
title('Plot of the height or the ray (r) for Multiple h Values (red
lambda_1, blue lambda_2) - Roy Turgeman');
legend(arrayfun(@(h) sprintf('h = %.2f', h), h_values, 'UniformOutput',
false));
xline(L_1, 'r', 'LineWidth', 2, 'Label', 'L1');
xline(L_1 + L_2, 'b', 'LineWidth', 2, 'Label', 'L1 + L2');
grid on;

% Set custom y-axis ticks
yticks(-1:0.1:1);


% Q2D ------------------------------
% Q2DB
R = 39*10.^-3; % mm
lambda_1 = 0.409;  % micro meter
lambda_2 = 0.644;  % micro meter
d_1 = 1.1 * 10.^-3;
d_2 = 2.76 * 10.^-3;

lambda_values = 0.4:0.01:1;  % micro meter

s = @(lambda) lambda.^2;

% first graph
n_F2 = @(lambda) sqrt(1 + (((1.34533359 * s(lambda)) ./ (s(lambda) -
0.00997743871)) ...
    + ((0.209073176 * s(lambda)) ./ (s(lambda) - 0.0470450767)) ...
    + ((0.937357162 * s(lambda)) ./ (s(lambda) - 111.886764))));

% find R_3 - Q2DA

R_1 = R;
R_2 = -R;

syms x;
free_space = @(d) [1, d ; 0, 1];
tau_R_1 = @(lambda) [1,0 ; (1-n_BK7(lambda))./((n_BK7(lambda).*R_1)),
1./n_BK7(lambda)];
tau_R_2 = @(lambda) [1,0 ; (n_BK7(lambda)-
n_F2(lambda))./((n_F2(lambda).*R_2)), n_BK7(lambda)./n_F2(lambda)];
tau_R_3 = @(lambda) [1,0; (n_F2(lambda)-1)./x, n_F2(lambda)];

Total_ABCD_Matrix = @(lambda) tau_R_3(lambda) * free_space(d_2) *
tau_R_2(lambda) * free_space(d_1) * tau_R_1(lambda);  % not piece wise
multiplication
First_Matrix = Total_ABCD_Matrix(lambda_1);
Second_Matrix = Total_ABCD_Matrix(lambda_2);

R_3 = solve(First_Matrix(2,1) == Second_Matrix(2,1), x);
R_3 = double(R_3);
disp(R_3);
```

```
% Q2DB

new_tau_R_3 = @(lambda) [1,0; (n_F2(lambda)-1)./R_3, n_F2(lambda)];
new_Total_ABCD_Matrix = @(lambda) new_tau_R_3(lambda) * free_space(d_2) *
tau_R_2(lambda) * free_space(d_1) * tau_R_1(lambda);  % not piece wise
multiplication

f_values = zeros(0, length(lambda_values));
for i=1:length(lambda_values)
    curr_lambda = lambda_values(i);
    curr_total_matrix = new_Total_ABCD_Matrix(curr_lambda);
    f_values(i) = -1./curr_total_matrix(2,1);
end

figure;
hold on;
plot(lambda_values, f_values, 'LineWidth', 2)  % plot

lambda_min = 0.4;
lambda_max = 1;

% find avg values
f_avg = mean(f_values);
n_BK7_avg = mean(n_BK7(lambda_values));
effective_R = 2 * f_avg * (n_BK7_avg - 1);

new_f_values = zeros(0, length(lambda_values));

new_tau_R_1_avg_case = @(lambda) [1,0 ; (1-
n_BK7(lambda))./((n_BK7(lambda).*effective_R)), 1./n_BK7(lambda)];
new_tau_R_2_avg_case = @(lambda) [1,0 ; (n_BK7(lambda)-1)./(-effective_R),
n_BK7(lambda)];
total_matrix_avg_case = @(lambda)  new_tau_R_2_avg_case(lambda) *
free_space(d_1) * new_tau_R_1_avg_case(lambda);

for i = 1:length(lambda_values)
    curr_lambda = lambda_values(i);
    curr_total_matrix = total_matrix_avg_case(curr_lambda);
    new_f_values(i) = -1./curr_total_matrix(2,1);

end

plot(lambda_values, new_f_values, 'LineWidth', 2)  % plot

% Labeling the axes
xlabel('lambda [\mum]');
ylabel('f [m]');
title('Roy Turgeman - graphs of the focus as a function of the wavelength
in micro meter');

% Display the grid
legend('show');
grid on;
hold off;


% Q2DC
syms h1 h2;
new_tau_R_3 = @(lambda) [1,0; (n_F2(lambda)-1)./R_3, n_F2(lambda)];
```

```matlab
new_total_ABCD_Matrix = @(lambda) new_tau_R_3(lambda) * free_space(d_2) *
tau_R_2(lambda) * free_space(d_1) * tau_R_1(lambda);
last_total_ABCD_Matrix = @(lambda) free_space(h2) *
new_total_ABCD_Matrix(lambda) * free_space(h1);

h1_array = zeros(1, length(lambda_values));
h2_array = zeros(1, length(lambda_values));
index = 1;

for lambda=lambda_values
    syms h1;
    syms h2;

    last_total_ABCD_Matrix = @(lambda) free_space(h2) *
new_total_ABCD_Matrix(lambda) * free_space(h1);
    Curr_last_ABCD_Matrix = last_total_ABCD_Matrix(lambda);

    first_eq = Curr_last_ABCD_Matrix(1,1) == 1;
    second_eq = Curr_last_ABCD_Matrix(2,2) == 1;
    third_eq = Curr_last_ABCD_Matrix(1,2) == 0;

    solutions = solve([first_eq, third_eq], [h1, h2]);
    % Checks: play with 1,2 and 2,3 and 1,3 -> same solutions!
    h1_array(index) = double(solutions.h1);
    h2_array(index) = double(solutions.h2);

    index = index + 1;
end

figure;

hold on;
plot(lambda_values, h1_array, 'LineWidth', 2);
plot(lambda_values, h2_array, 'LineWidth', 2);
xlabel('lambda [\mum]');
ylabel('h_1 , h_2 [m]');
title('Roy Turgeman - graphs of the principal planes as a function of the
wavelength in micro meter');

grid on;
legend('h1', 'h2');
hold off;

final_h1 = mean(h1_array);
final_h2 = mean(h2_array);

disp(final_h1);
disp(final_h2);
```