

实验 1：瑞利衰落信道的误码率分析

whh allesgutewh@gmail.com

1 实验目的

1. 了解瑞利衰落信道的基本特征。
2. 掌握使用 Matlab 进行 QPSK 调制与解调。
3. 掌握使用 Matlab 分析信道的误码率。
4. 扩展练习：掌握信道编解码的基本原理及其 Matlab 实现。

2 实验内容

1. 瑞利衰落信道的表示。
2. 使用 matlab 构建 QPSK 通信仿真系统。
3. 使用 matlab 分析所构建系统在加有白噪声的瑞利衰落信道情况下的误码率。
4. 扩展内容：对增加信道编解码后的信道，使用 Matlab 重新进行误码率分析（编解码方式任选）

3 实验原理

3.1 瑞利衰落信道

瑞利衰落信道（Rayleigh fading channel）是一种无线电信号传播环境的统计模型。这种模型假设信号通过无线信道之后，其信号幅度是随机的，表现为“衰落”特性，并且多径衰落的信号包络服从瑞利分布。由此，这种多径衰落也称为瑞利衰落。瑞利衰落只适用于从发射机到接收机不存在直射信号的情况，适用于描述建筑物密集的城镇中心地带的无线信道。瑞利衰落属于小尺度的衰落效应，它总是叠加于如阴影、衰减等大尺度衰落效应上。[1]

3.2 QPSK

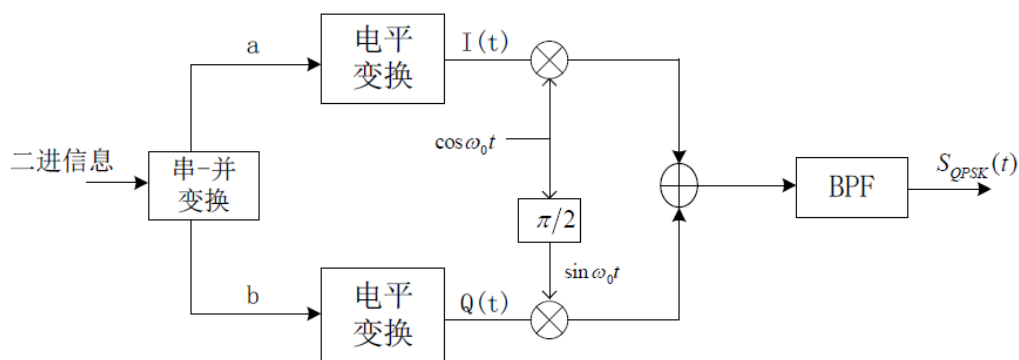


图 1: QPSK 调制原理图

QPSK 是利用载波的四种不同相位差来表征输入的数字信息，是四进制移相键控。QPSK 是在 M=4 时的调相技术，其原理如图1所示。

QPSK 信号时域表达式为

$$s_{QPSK}(t) = \sum_n g(t - nT_s) \cos(\omega_0 t + \phi(n))$$

其中 T_s 为符号宽度 (2bit)， $\phi(n)$ 可能的取值为 $\frac{\pi}{4}$ 、 $\frac{3\pi}{4}$ 、 $\frac{5\pi}{4}$ 、 $\frac{7\pi}{4}$ 。

写作正交表达式

$$\begin{aligned} s_{QPSK}(t) &= \sum_n g(t - nT_s) \cos\omega_0 t \cos\Phi(n) - \sum_n g(t - nT_s) \sin\omega_0 t \sin\Phi(n) \\ &= \sum_n X_n g(t - nT_s) \cos\omega_0 t - \sum_n Y_n g(t - nT_s) \sin\omega_0 t \end{aligned}$$

因此 QPSK 相当于两路 2PSK。[2]

调制器输入的数据是二进制数字序列，为了能和四进制的载波相位配合起来，则需要把二进制数据变换为四进制数据，即把二进制数字序列中每两个比特分成一组，共有四种组合，即 00, 01, 10, 11，其中每一组称为双比特码元。每一个双比特码元是由两位二进制信息比特组成，它们分别代表四进制符号中的一个符号。QPSK 中每次调制可传输 2 个信息比特，这些信息比特是通过载波的四种相位来传递的，四种相位在星座图上的对应关系如图2所示。解调器根据星座图及接收到的载波信号的相位来判断发送端发送的信息比特。[1]

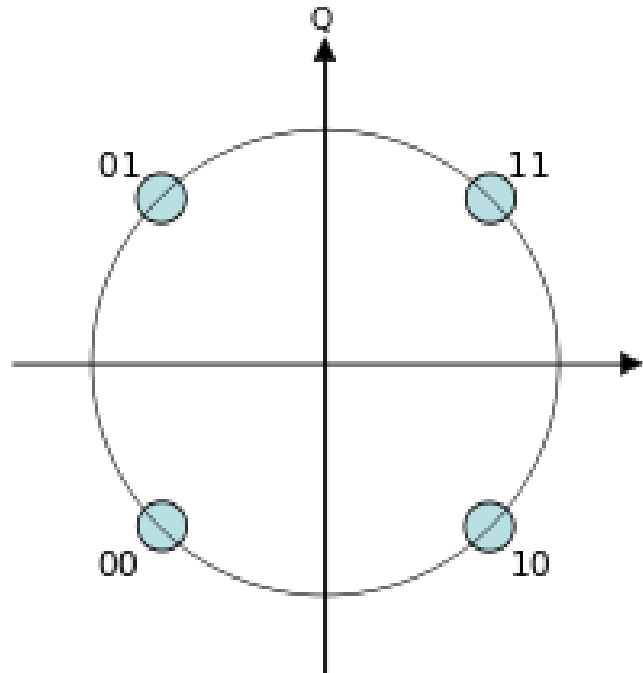


图 2: QPSK 四种相位对应星座图

QPSK 只能采用相干解调，即分别对同相支路和正交支路做相干解调，解调原理图如图3所示。

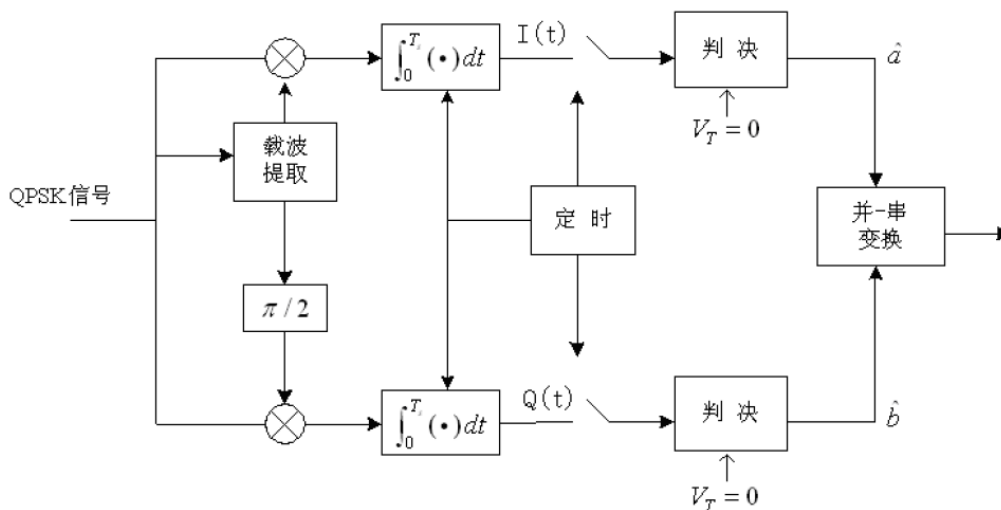


图 3: QPSK 解调原理图

3.3 加性高斯白噪声

白噪声是指功率谱密度在整个频域内均匀分布的噪声。所有频率具有相同能量的随机噪声称为白噪声。

加性高斯白噪声（Additive white Gaussian noise, AWGN）在通信领域中指的是一种功率谱函数是常数（即白噪声），且幅度服从高斯分布的噪声信号。因其可加性、幅度服从高斯分布且为白噪声的一种而得名。

该噪声信号为一种便于分析的理想噪声信号，实际的噪声信号往往只在某一频段内可以用高斯白噪声的特性来进行近似处理。由于 AWGN 信号易于分析、近似，因此在信号处理领域，对信号处理系统（如滤波器、低噪音高频放大器、无线信号传输等）的噪声性能的简单分析（如：信噪比分析）中，一般可假设系统所产生的噪音或受到的噪音信号干扰在某频段或限制条件之下是高斯白噪声。[3]

3.4 信道编解码

在实际信道中传输数字信号时，受到干扰和噪声的影响，接收到的信号不可避免地会发生错误。为了在发射功率一定时达到误码率的指标，首先需合理设计基带信号，选择调制、解调方式，采用均衡技术等，以尽量减小误码率。但若仍不能满足系统要求，则要考虑采用差错控制编码，也称信道编码。

差错控制编码的基本思想是：在发送信息码时附加一些监督码，这些监督码与信息码之间以某种确定的规则相互制约。接收端则按照这一既定的规则检验信息码和监督码之间的约束关系。一旦传输发生错误，这一约束关系将受到破坏，从而可以发现错误乃至纠正错误。研究各种编码和译码方法正是差错控制编码要解决的问题。[2]

在编码理论中，(7,4) 汉明编码是一种线性纠错码，通过添加三个奇偶校验位将数据的四位编码为七位。它将三个额外的校验位添加到信源信号的每四个数据位。Hamming (7,4) 算法可以纠正任何单位错误，或检测所有单位和两位错误。任何两个正确的码字之间的最小汉明距离为 3，并且如果接收到的字词与发送方发送的码字之间的距离最大为 1，则可以正确解码。这意味着，对于不发生突发错误的传输介质情况，汉明 (7,4) 码是有效的（因为要翻转七位中的两位，该介质必须非常嘈杂）。[4][5]

4 仿真实验细节

仿真系统包括随机信源信号产生、编码、QPSK 调制、信道传输、QPSK 解调、解码。

4.1 QPSK 时域仿真系统

首先进行 QPSK 调制解调部分的时域仿真。

在此过程中尝试根据时域原理图进行调制解调。系统包括随机信号产生、串并转换、电平变换、载波调制、采样、信道传输、相干解调、时域积分 (后改为低通滤波)、判决、并串转换。其中采样率设置按照奈奎斯特采样定律设置为信号频率的两倍以上。

仿真系统得到如图4所示结果，但无论是根据仿真结果还是定性分析，该系统的误码率均与采样率有关，当采样率足够大时，系统几乎没有误码产生 ($\text{SNR}=0$)，这与误码率的理论值不符。

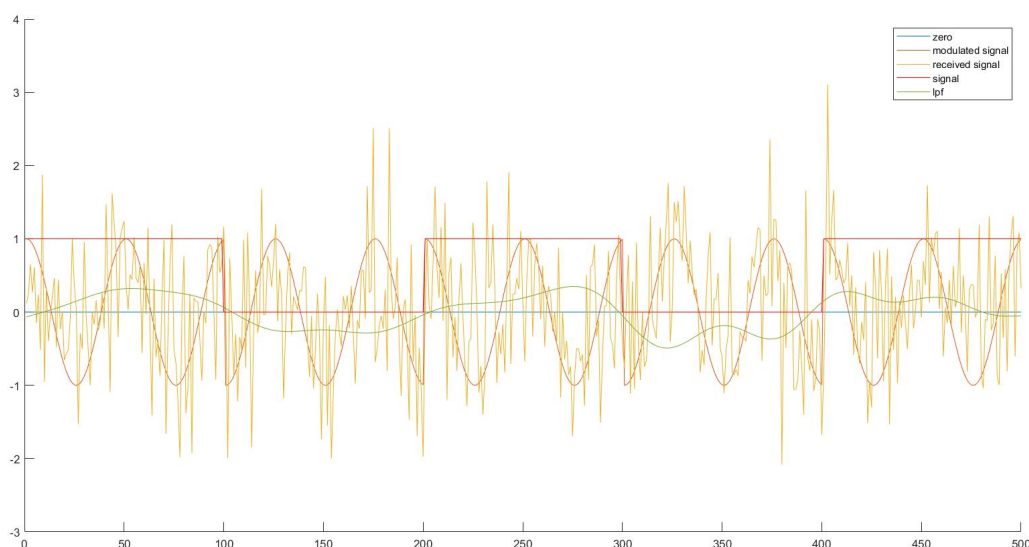


图 4: QPSK 调制解调时域仿真图

查阅各种资料、进行多种改进尝试 (时域积分改为低通滤波、修改判决方式等) 均没能获得较好的结果，因此决定暂时放弃使用时域仿真，改用星座图构建仿真系统。

4.2 QPSK 仿真系统构建

放弃时域改为采用星座图进行调制解调，系统的其他部分保持不变，仿真系统流程变为：随机信号产生、串并转换、电平变换、QPSK 调制、信道传输、QPSK 解调 (判决)、并串转换。

调制阶段具体操作为根据图2所示的星座图将信源信号映射到星座图的四个点上，同时为方便后续仿真，使信号幅度为 1，即每个信号点到原点距离为 1，信号在星座图的坐标为 $(\pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \pm \frac{1}{\sqrt{2}})$ 。

信道噪声方面，增加瑞利衰减与高斯白噪声。其中瑞利衰减参数设置为 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ，设计函数生成服从该参数瑞利分布的两个序列，分别作用于传输信号的实部和虚部，然后设计函数生成高斯分布的两个随机序列，根据信噪比调整幅值后分别加到传输信号的实部和虚部。

解调过程中使用最小距离判决准则，即计算接收信号在星座图中距离四个信号点的距离，选出距离最小者为判定为信号在星座图中的映射，进而恢复原始信号。

4.3 增加 (7, 4) 汉明编码

生成矩阵

$$\mathbf{G} = [I_4 \quad Q] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

监督矩阵

$$\mathbf{H} = [Q' \quad I_3] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

编码过程为先将信源信号四位一组与生成矩阵相乘得到七位编码信号，后将编码信号送入 QPSK 调制系统进行调制，接收端先根据星座图恢复编码信号，再使用监督矩阵纠错，最后将解码后的信号两两一组并串变换恢复原始信号计算误码率。

4.4 理论误码率

信噪比为 SNR 的 AWGN 信道误码率理论值为

$$P_e = \frac{1}{2} \text{erfc}(\text{SNR})$$

瑞利衰落信道理论误码率公式较为复杂，通过泰勒展开取前两项约为

$$P_e \approx -\frac{1}{4} \frac{\left(1 - \sqrt{\frac{\text{SNR}}{\text{SNR}+1}}\right)^2}{2} + \left(1 - \sqrt{\frac{\text{SNR}}{\text{SNR}+1}}\right)$$

5 实验结果分析

仿真实验使用的随机序列长度均为 10^5 。

不添加信道噪声时，仿真系统可以正确对信号进行调制解调，调制信号、解调信号星座图如图5所示。

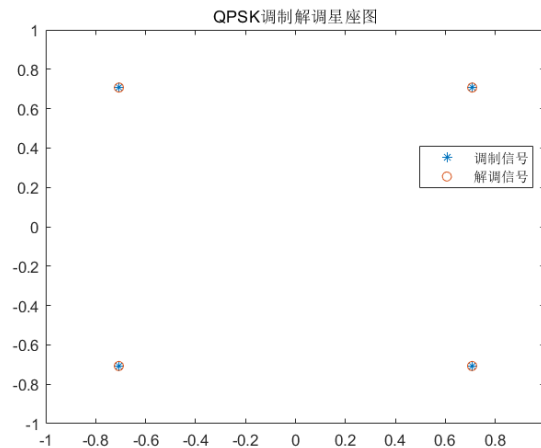


图 5: QPSK 仿真系统调制解调星座图

仅添加高斯白噪声时，接收信号质量与信噪比有关，信噪比越大，误码率越低。AWGN 信道接收端信号星座图如图6所示，由图中信号分布可得，信噪比越大，接收端信号越集中的分布在发送端信号周围，也印证了信噪比越大，误码率越低的理论。

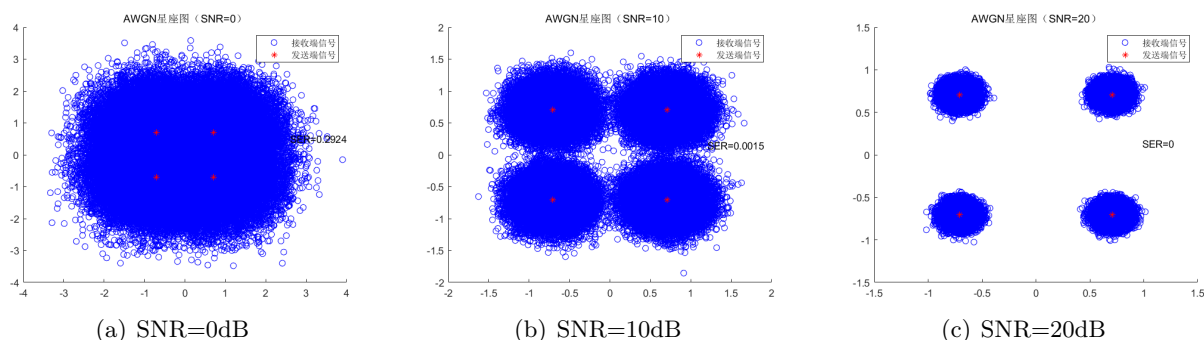


图 6: 经过 AWGN 信道接收星座图

增加瑞利衰减后，如图7所示，可以得到其星座图接收点分布较相同信噪比下的 AWGN 信道明显更加散乱，相应的误码率也应该更高。

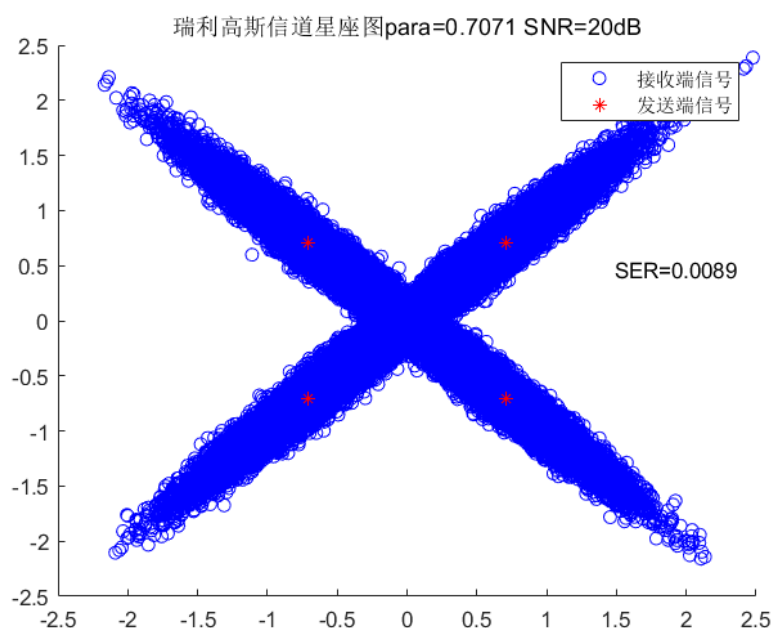


图 7: 经过瑞利衰落信道接收星座图 ($\text{Rayleigh para}=\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\text{SNR}=20\text{dB}$)

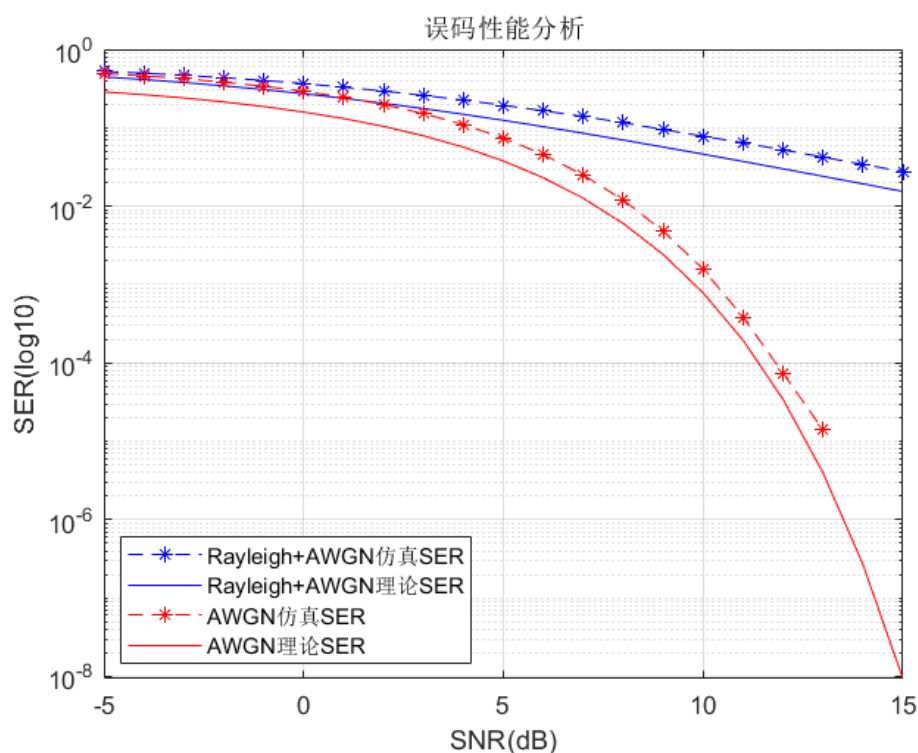


图 8: 不同信噪比下理论 SER 与仿真 SER

图8给出了不同信噪比下的不同信道的误码率及理论误码率曲线，其中红色代表仅添加 AWGN 的信道，蓝色代表有瑞利衰减的 AWGN 信道。由图知，仿真得到的曲线与理论曲线变化趋势相同，但仿真误码率均略高于理论值，分析认为可能是由于仿真实验使用的信源序列是随机生成的，与实际传输的信号分布不同，导致结果整体偏大。

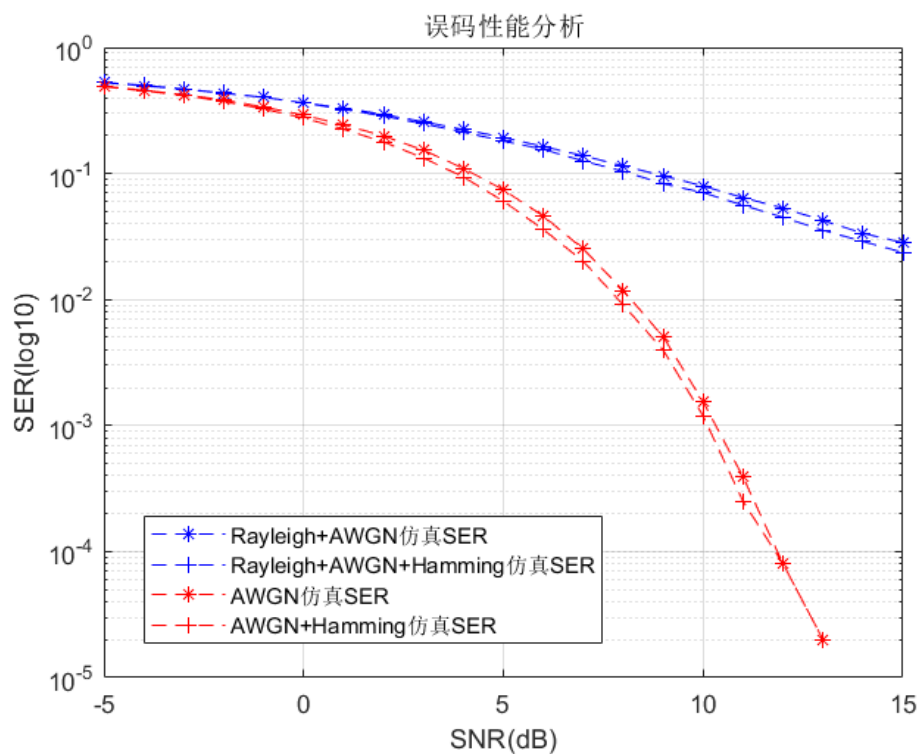


图 9: 不同信噪比编码与非编码 SER

图9给出了不同信噪比下的不同信道的误码率及使用汉明码编码后的误码率曲线。其中红色代表仅添加 AWGN 的信道，蓝色代表有瑞利衰减的 AWGN 信道。由图知，使用纠错编码的误码率要低于未经编码的系统，印证了纠错码可以提高信道传输信息的质量。

6 总结与致谢

本次实验前期在使用时域调制信号时耗费了大量时间精力，仍未找到合适的解决方案，被迫改用星座图的方式，但在此过程中对调相技术有了更加深刻的理解，深深体会到我在通信原理课程上所学的理论知识非常肤浅，到实际应用层面错漏百出。由于本次实验时间有限，未能探索出时域调制中关于采用问题的合理解决方案，对星座图的方法理解也不够深刻。会在今后的学习过程中继续探索解决方案，同时在其他理论课的学习中也要注意思考，不能浅尝辄止，避免在今后遇到类似问题浪费大量时间。

感谢刘涛老师和助教在实验过程中的答疑！感谢我的同学们与我讨论通信原理课程相关知识！

参考文献

- [1] “实验一：瑞利衰落信道的误码率分析,” 上海交通大学电子工程系. [Online]. Available: https://oc.sjtu.edu.cn/courses/31108/files/2529952?module_item_id=435401
- [2] 通信原理 (第二版). 机械工业出版社, 2017.
- [3] “Additive white gaussian noise,” Wikipedia. [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Additive_white_Gaussian_noise
- [4] “Error correction code,” Wikipedia. [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Error_correction_code
- [5] “Hamming(7,4),” Wikipedia. [Online]. Available: [https://en.wikipedia.org/wiki/Hamming\(7,4\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Hamming(7,4))