

امتحانِ مکانیکِ آماری و اپتیک

۱ دوقطبی پیوسته

فرض کنید یک آهنربای کوچک داریم که بردار دوقطبی آن (که اندازه ثابتی دارد ولی جهت آن می تواند تغییر کند) را با بردار \vec{m} نشان می دهیم. این آهنربا در میدان مغناطیسی ثابت \vec{B} قرار گرفته است، می دانیم در این شرایط مقدار انرژی سیستم برابر

$$E = -\vec{m} \cdot \vec{B}$$

خواهد بود. همچنین فرض کنید دمای این آهنربا برابر T است همچنین می دانیم که با آنسانبل کانونیک به شکل پیوسته، تابع پارش

$$Z = \int_{\text{فضای حالت}} e^{-\frac{E(s)}{k_B T}} ds$$

است که در آن s پارامتر یا پارامترهایی ست که حالت سیستم را مشخص می کند.

اول. تابع پارش را برای یک آهنربا حساب کنید.
(توجه کنید که تابع پارش می تواند تابع \vec{B} و k_B و T و «اندازه» \vec{m} یا به عبارتی $|\vec{m}|$ باشد.)
(همچنین توجه کنید که تابع پارش بی بعد است.)

دوم. حالا فرض کنید که N آهنربا داریم، با توجه به استقلال آهنرباها از هم، مقدار تابع پارش سیستمی با N آهنربا چه مقدار خواهد بود؟

۲ آینه کانونی

(این مسئله دوبعدی است)

دسته‌ای پرتوی موازی با محور y به آینه‌ای می‌تابند که به شکل $f(x)$ می‌تابد. همه پرتوها پس از برخورد به آینه دقیقاً از نقطه $(0, a)$ می‌گذرند. (یا به عبارتی در آن نقطه جمع می‌شوند). تابع $f(x)$ را بیابید به طوری که

$$f(0) = 0$$

(توجه کنید که در این مسئله از هیچ تقریبی استفاده نکنید)
راهنمایی اول:

$$\tan(2x) = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

راهنمایی دوم: اگر به معادله دیفرانسیلی برخورد کردید احتمالاً می‌توانید جواب αx^p را در آن بیاندازید.

