

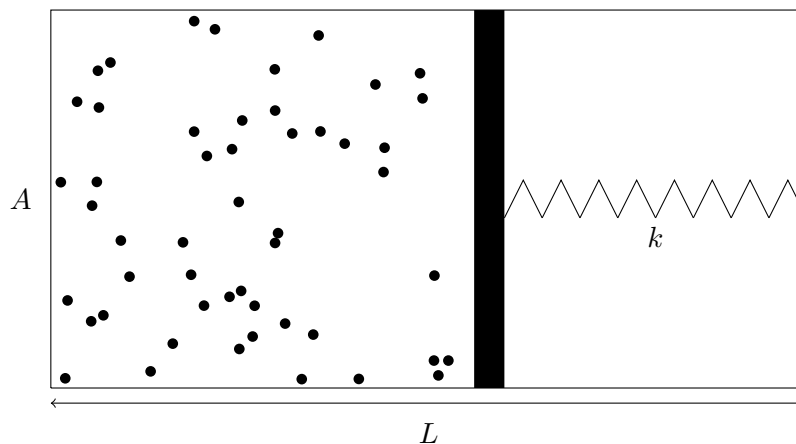
# امتحان ترمودینامیک و مکانیک آماری

## ۱ مسائل

### ۱.۱ گاز کامل

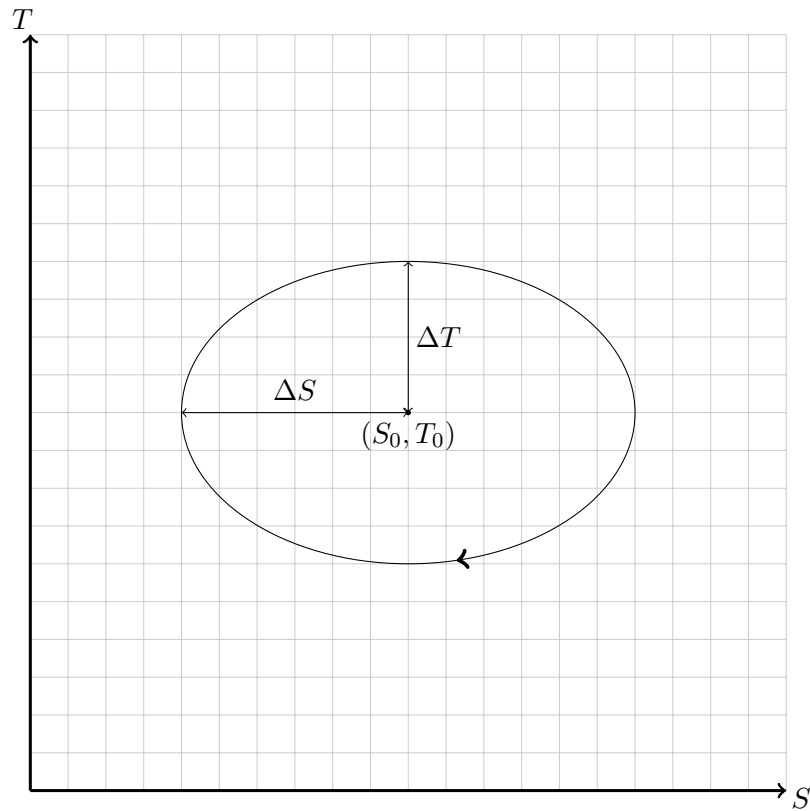
#### ۱.۱.۱ گاز و فنر

یک سیستم بسته متشکل از دویخش وجود دارد، در سمت راست یک فنر و در سمت چپ گاز تک اتمی ایده آلی ( $N$  ذره) وجود دارد. بین این دویخش پیستونی قرار گرفته که آزادانه چپ و راست می شود. سطح مقطع جانبی جعبه،  $A$  و طول جعبه  $L$  است. از ضخامت پیستون صرف نظر کنید. همچنین ضریب سختی فنر برابر  $K$  خواهد بود. طول آزاد این فنر نیز برابر همان  $L$  است. انرژی سیستم را بر حسب  $A, N, k, L$  و  $T$  بنویسید. سپس ظرفیت گرمایی ویژه سیستم را به دست آورید.



### ۲.۱.۱ بازهم چرخه گرد

(حواستان باشد این سؤال با سؤال تمرین متفاوت است) چرخه‌ای ساخته‌ایم که در نمودار  $T-S$  به شکل یک بیضی‌ای به مرکز  $(S_0, T_0)$  و به شعاع‌های  $\Delta S$  و  $\Delta T$  است. ابتدا بگویید در کدام یک از بخش‌های مسیر  $dQ$  مثبت و در کدام بخش‌ها منفی است. سپس بازده آن را حساب کنید.



### ۳.۱.۱ نوسان‌گرها

قسمت اول: فرض کنید یک سیستم متشکل از  $N$  نوسان‌گر کوچک داریم که برای هرکدام انرژی مقدار گسسته‌ای دارد. این مقدار می‌تواند  $h\nu$  یا  $2h\nu$  یا  $3h\nu$  ... همین‌طور تا بی‌نهایت باشد. اگر انرژی سیستم  $E$  باشد (که ضریبی از  $h\nu$  است)،  $\ln \Omega$  را حساب کنید.

(راهنمایی: جواب معادلهٔ سیاله  $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \mid x_i \in \mathbb{N}$  به شکل  $\binom{n-1}{k-1}$  است)

(حتماً تقریب بزنید و در نظر بگیرید که  $1 \ll N$  و  $h\nu \ll E$  و حتی  $N \gg \frac{E}{h\nu}$ . ولی حواستان باشد خیلی تقریب نزنید که پارامترها حذف نشوند.)

قسمت دوم: یکی از این نوسان‌گرها را مشخص کرده‌ایم، می‌خواهیم انرژی نوسان‌گر موردنظر برابر  $mh\nu$  باشد. مقدار  $\ln \Omega$  با این شرط چقدر خواهد شد؟

(راهنمایی اول: این مشابه حالتی است که انگار یک نوسان‌گر کم‌تر داریم و مقدار  $mh\nu$  کم‌تر انرژی برای تقسیم داریم، یعنی اگر جواب قسمت قبل را داشته باشیم  $\Omega(E - mh\nu, N - 1)$  پاسخ این قسمت است)

(راهنمایی دوم: این پاسخ را با تقریب به دست آورید و توجه کنید که  $\frac{1}{N} \gg \frac{mh\nu}{E} \gg 1$ )

قسمت سوم: احتمال این‌که انرژی نوسان‌گر مذکور برابر  $mh\nu$  باشد را به دست آورید.