Математические основы информационной безопасности

Груздев Дмитрий Николаевич

Разделы спецкурса

- •Криптография
- •Информационная безопасность
- Анализ данных

<u>Криптография</u>

- Шифры замены, гаммирование
- Симметричное шифрование
- Шифрование с открытым ключом
- Хеш функции
- Криптографические протоколы
- Технология блокчейн, криптовалюты

Компьютерная безопасность

- Форматы и запуск исполняемых файлов
- Исследование и изменение программ
- Средства защиты программ
- Вредоносные программы
- VPN
- Атака по сторонним каналам
- Стеганография

Анализ данных

- Регрессии
- Кластеризация
- Классификация
- Нейронные сети
- Обучение с подкреплением

Гаммирование

Сложение по модулю

Алфавит: $A = \{0, 1, ..., N-1\}$

Открытый текст: $p_1 p_2 p_3 p_4 ... p_i \in A$

Гамма: $g_1 g_2 g_3 g_4 ... g_i \in A$

Шифртекст: $c_1 c_2 c_3 c_4 ... c_i \in A$

$$c_i = (p_i + g_i) \mod N$$
$$p_i = (c_i + N - g_i) \mod N$$

Побитовое сложение

• Открытый текст: $p_1 p_2 p_3 p_4 ...$

• Гамма: $g_1 g_2 g_3 g_4 ...$

• Шифртекст: $c_1 c_2 c_3 c_4 ...$

$$c_i = p_i \oplus g_i$$

$$p_i = c_i \oplus g_i$$

Примеры использования

- Если гамма состоит из одного повторяющегося символа, то получается шифр простой замены (шифр Цезаря).
- 1918 году создана пара телеграфных аппаратов, накладывавших гамму на передаваемые сообщения. Гамма находилась на склеенной в кольцо перфоленте.
- Использование одноразовых блокнотов разведчиками во время первой и второй мировых войн.

Шифрующий телеграф



Одноразовый блокнот



Генерация гаммы

- Использование физических процессов (белый шум, космическое излучение, радиационный фон)
- Десятичная запись иррационального числа
- Алгоритмы генерации псевдослучайных чисел $(X_{i+1} = (a*X_i + b) \mod m)$

Надежность алгоритма

Шифрование наложением гаммы абсолютно надежно, если гамма:

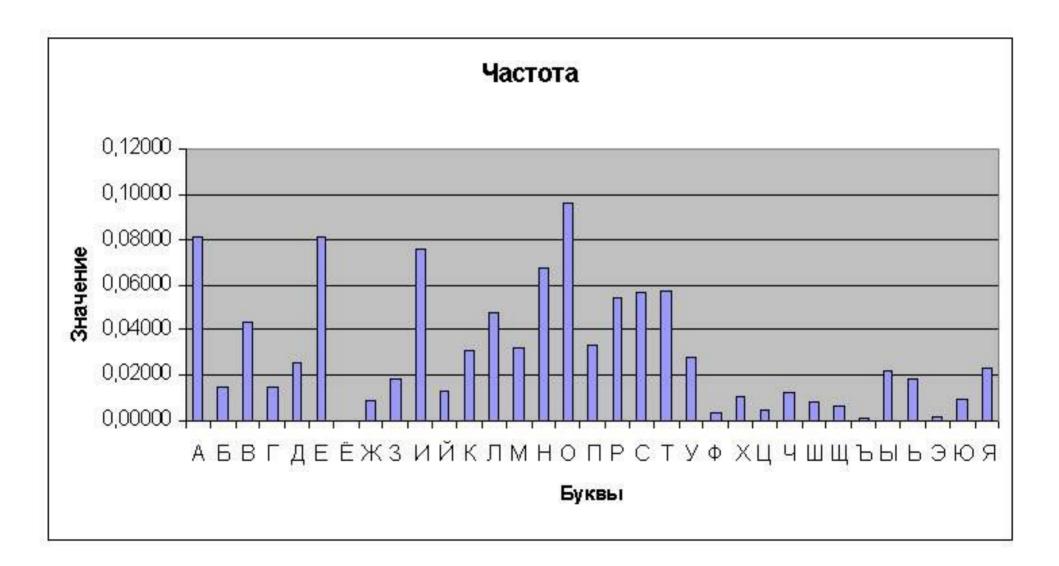
- совершенно случайна
- по длине не меньше текста
- используется один раз

Повторение гаммы

Причины:

- Несколько сообщений зашифрованы на одной гамме
- Гамма короче сообщения

Несколько сообщений на одной гамме



Частота биграмм

| 1\2 | а | б | В | г | д | е | ë | ж | 3 | И | й | К | л | М | н | 0 | п | р | С | т | У | ф | X | ц | ч | ш | Щ | ъ | ы | ь | Э | ю | Я |
|-----|-------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----------|------|------|---------------|------|
| а | 0,00 | 0,16 | 0,45 | 0,10 | 0,27 | 0,23 | | 0,16 | 0,43 | 0,04 | 0,09 | 0,60 | 0,97 | 0,45 | 0,77 | 0,01 | 0,13 | 0,41 | 0,53 | 0,69 | 0,03 | 0,03 | 0,14 | 0,10 | 0,15 | 0,12 | 0,04 | | | | 0,00 | 0,15 | 0,26 |
| б | 0,12 | 0,00 | 0,01 | 0,00 | 0,00 | 0,24 | | 0,00 | 0,00 | 0,12 | | 0,01 | 0,13 | 0,01 | 0,05 | 0,37 | | 0,16 | 0,03 | 0,00 | 0,14 | | 0,01 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,05 | 0,03 | 0,35 | 0,00 | 0,00 | 0,01 | 0,05 |
| В | 0,84 | 0,00 | 0,01 | 0,01 | 0,03 | 0,66 | | | 0,04 | 0,41 | | 0,05 | 0,17 | 0,02 | 0,20 | 0,89 | 0,03 | 0,11 | 0,32 | 0,05 | 0,10 | | 0,01 | 0,00 | 0,01 | 0,07 | 0,00 | | 0,36 | 0,02 | | | 0,05 |
| г | 0,18 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,12 | 0,08 | | | | 0,15 | | 0,01 | 0,14 | 0,00 | 0,03 | 0,98 | 0,00 | 0,16 | 0,00 | 0,00 | 0,08 | | | | 0,00 | | | | | | | | |
| Д | 0,62 | 0,00 | 0,10 | 0,01 | 0,01 | 0,68 | 0,00 | 0,02 | 0,00 | 0,36 | | 0,04 | 0,11 | 0,02 | 0,25 | 0,52 | 0,03 | 0,15 | 0,08 | 0,02 | 0,22 | | 0,01 | 0,02 | 0,01 | 0,01 | | 0,00 | 0,09 | 0,05 | 0,00 | 0,00 | 0,04 |
| е | 0,03 | 0,14 | 0,25 | 0,34 | 0,47 | 0,17 | 0,00 | 0,11 | 0,18 | 0,02 | 0,32 | 0,24 | 0,75 | 0,57 | 1,27 | 0,05 | 0,12 | 0,88 | 0,70 | 0,81 | 0,01 | 0,02 | 0,09 | 0,05 | 0,15 | 0,10 | 0,08 | | | | 0,00 | 0,02 | 0,03 |
| ë | | | | | | | | | | | | | 0,00 | 0,00 | 0,00 | | | 0,00 | | 0,00 | | | | | | | | | | | | | |
| ж | 0,13 | 0,01 | | 0,00 | 0,12 | 0,44 | | 0,00 | | 0,19 | | 0,02 | 0,00 | 0,00 | 0,15 | 0,01 | | 0,00 | 0,00 | | 0,03 | | | | 0,01 | | | | | 0,00 | | | |
| 3 | 0,64 | 0,02 | 0,13 | 0,03 | 0,12 | 0,06 | | 0,01 | 0,00 | 0,09 | | 0,02 | 0,03 | 0,07 | 0,22 | 0,11 | 0,00 | 0,05 | 0,00 | 0,00 | 0,06 | | | 0,00 | 0,00 | | | 0,00 | 0,07 | 0,01 | | 0,00 | 0,03 |
| И | 0,07 | 0,06 | 0,32 | 0,09 | 0,19 | 0,39 | | 0,04 | | 0,23 | 0,24 | 0,35 | 0,55 | 0,42 | 0,57 | 0,09 | 0,04 | 0,21 | 0,44 | 0,64 | 0,00 | 0,02 | 0,28 | - / | - | 0,07 | 0,02 | | | | 0,00 | 0,08 | 0,36 |
| й | | 0,00 | , | 0,00 | 0,02 | 0,00 | | | 0,00 | | | | 0,01 | | 0,05 | 0,01 | | , | - | 0,03 | | 0,00 | | | 0,02 | 0,01 | | | | | | | |
| К | 0,90 | | 0,04 | 0,00 | 0,00 | 0,10 | | | | | | 0,00 | 0,11 | 0,00 | 0,04 | 1,23 | 0,00 | - | | 0,18 | 0,24 | | 0,00 | 0,03 | | 0,00 | | | | | | | |
| Л | 0,70 | 0,00 | 0,00 | 0,02 | 0,01 | _ | 0,00 | 0,04 | 0,00 | 0,93 | | 0,05 | 0,05 | 0,00 | 0,06 | 0,69 | 0,00 | 0,00 | 0,12 | 0,01 | 0,17 | | 0,00 | | 0,01 | 0,00 | | | 0,07 | 0,69 | | 0,14 | 0,26 |
| M | 0,42 | 0,01 | 0,00 | 0,00 | | 0,56 | | | 0,00 | 0,46 | | 0,02 | 0,03 | 0,03 | 0,17 | 0,51 | 0,05 | 0,01 | 0,02 | 0,00 | 0,26 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | | | | 0,18 | 0,01 | 0,00 | 0,00 | 0,06 |
| н | 1,42 | 0,00 | 0,01 | 0,03 | | 1,15 | | 0,00 | 0,01 | 1,25 | | 0,09 | 0,00 | | 0,46 | 1,56 | 0,00 | _ | 0,13 | | - | ., | 0,00 | 0,07 | _ | | | | 0,66 | 0,13 | | 0,02 | |
| 0 | 0,01 | 0,54 | 1,18 | 0,67 | 0,74 | 0,28 | | 0,26 | 0,20 | -, | 0,58 | 0,29 | 0,81 | 0,77 | 0,71 | 0,06 | 0,22 | 0,83 | 0,96 | 0,85 | 0,01 | 0,04 | 0,07 | -, | -, | 0,10 | 0,03 | | | | 0,02 | 0,03 | |
| п | 0,23 | | 0,00 | | | 0,33 | | | | 0,15 | | 0,01 | 0,13 | | 0,02 | 1,25 | 0,02 | - | _ | 0,01 | - | | | _ | , | 0,00 | | | 0,04 | 0,01 | | | 0,03 |
| р | 1,22 | 0,02 | - | | | 0,96 | | | _ | 0,68 | | 0,05 | 0,01 | 0,08 | - 1 | 1,14 | 0,02 | - | - | 0,12 | 0,38 | | 0,02 | _ | | 0,03 | 0,00 | | 0,20 | 0,06 | | 0,02 | |
| С | 0,24 | 0,01 | - | | 0,03 | - | 0,00 | 0,00 | 0,00 | | | 0,62 | 0,36 | 0,10 | 0,15 | 0,46 | 0,26 | , | 0,19 | 1,74 | 0,15 | ., | | | | 0,02 | | 0,00 | - | 0,29 | | 0,02 | |
| Т | 0,88 | 0,01 | 0,42 | 0,00 | 0,02 | 0,80 | | | 0,00 | - | | 0,10 | 0,03 | 0,01 | - / | 1,64 | 0,01 | , | - | 0,01 | 0,21 | 0,00 | 0,00 | | , | 0,00 | - / | 0,00 | 0,20 | 0,74 | ., | 0,01 | - 7 |
| У | 0,02 | 0,09 | 0,06 | | 0,25 | 0,05 | | 0,17 | 0,05 | - | 0,01 | 0,11 | 0,15 | 0,12 | 0,06 | 0,00 | 0,11 | | 0,19 | 0,20 | | 0,00 | 0,05 | 0,00 | 0,15 | 0,07 | 0,05 | | | | 0,00 | 0,17 | 0,01 |
| ф | 0,03 | | | 0,00 | | 0,06 | | | | 0,07 | | | 0,01 | | 0,00 | - / | | - | _ | _ | 0,01 | 0,01 | | | | | | | 0,00 | 0,00 | | | |
| X | 0,08 | | 0,02 | 0,00 | | 0,01 | | | | 0,04 | | | 0,01 | 0,01 | 0,03 | - | | 0,03 | 0,01 | 0,00 | | | 0,00 | | | 0,00 | | | | | 0,00 | | |
| ц | 0,07 | | 0,01 | | | 0,15 | | | | 0,24 | | 0,01 | | | | 0,02 | | | 0,00 | | 0,02 | | | | | | | | 0,03 | | | | |
| ч | 0,27 | | 0,00 | | | | 0,00 | | | 0,25 | | | 0,01 | | 0,15 | -,- | | 0,00 | | 0,33 | 0,06 | | | | | 0,02 | | | | 0,03 | | | |
| Ш | 0,10 | | 0,00 | | | 0,25 | | | | 0,19 | | 0,06 | 0,06 | 0,00 | 0,04 | 0,03 | 0,00 | 0,00 | | 0,02 | | | | 0,00 | | | | | | 0,06 | | | |
| щ | 0,05 | | | | | 0,22 | 0,00 | | | 0,13 | | | | | 0,01 | | | 0,00 | | | 0,02 | | | | | | | | | 0,01 | | \square | |
| ъ | $ldsymbol{ldsymbol{ldsymbol{eta}}}$ | | | | | 0,03 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | igsquare | | | - | 0,02 |
| ы | | 0,03 | | - / | 0,02 | 0,21 | | 0,01 | | 0,00 | 0,21 | _ | 0,19 | | 0,03 | | 0,03 | 0,03 | 0,09 | , | | | 0,24 | | 0,02 | - | | | | | | $\overline{}$ | 0,00 |
| ь | | 0,01 | _ | 0,01 | 0,01 | 0,05 | | | _ | 0,01 | | 0,12 | | 0,03 | - | 0,00 | 0,00 | | - | 0,03 | | 0,00 | | 0,01 | 0,01 | 0,07 | 0,00 | | | | | 0,06 | 0,04 |
| Э | | | 0,00 | | 0,00 | | | | 0,00 | | 0,00 | _ | _ | _ | 0,01 | | 0,01 | _ | 0,01 | 0,29 | | 0,01 | _ | | | | | | | | | \square | |
| ю | | 0,04 | | 0,00 | 0,05 | | | 0,00 | 0,01 | | | | 0,01 | - | 0,01 | | | , | - | 0,12 | | | 0,00 | _ | 0,02 | | - | | | | | 0,00 | |
| Я | | 0,01 | 0,06 | 0,01 | 0,06 | 0,04 | | 0,02 | 0,05 | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,08 | 0,06 | 0,08 | | 0,01 | 0,02 | 0,05 | 0,20 | | | 0,04 | 0,01 | 0,02 | 0,00 | 0,04 | | | | | 0,03 | 0,01 |

Определение первого символа <u>гаммы</u>

```
C_2: C_{21} \oplus G_1 = C_{21} C_{22} C_{23} C_{24} C_{25} ...
C_3: c_{31} \oplus g_1 = t_{31} c_{32} c_{33} c_{34} c_{35} ...
G: \mathbf{g}_1
P'(G[1] = 0) = v(c_{11} \oplus 0) + v(c_{21} \oplus 0) + v(c_{31} \oplus 0)
P'(G[1] = 1) = v(c_{11} \oplus 1) + v(c_{21} \oplus 1) + v(c_{31} \oplus 1)
P'(G[1] = 32) = v(c_{11} \oplus 32) + v(c_{21} \oplus 32) + v(c_{31} \oplus 32)
```

 C_1 : $C_{11} \oplus G_1 = I_{11}$ C_{12} C_{13} C_{14} C_{15} ...

Формула Байеса

$$P(A|B) = P(AB) / P(B)$$

А – текущий символ в тексте равен у

В – предыдущие к символов равны $x_1, x_2, ..., x_k$

$$P(AB) = P(x_1...x_ky)$$

$$P(y|x_1...x_k) = P(x_1...x_ky) / P(x_1...x_k) = v(x_1...x_ky) / v(x_1...x_k)$$

Определение второго символа гаммы

```
C<sub>1</sub>: t_{11} c_{12} \oplus g_2 = t_{12} c_{13} c_{14} c_{15} ...

C<sub>2</sub>: t_{21} c_{22} \oplus g_2 = t_{22} c_{23} c_{24} c_{25} ...

C<sub>3</sub>: t_{31} c_{32} \oplus g_2 = t_{32} c_{33} c_{34} c_{35} ...

G: g_1 g_2 * * * ...
```

$$P'(G[2] = g_2|g_1) = P(t_{12}|t_{11}) + P(t_{22}|t_{21}) + P(t_{32}|t_{31}) = v(t_{11}t_{12})/v(t_{12}) + v(t_{21}t_{22})/v(t_{22}) + v(t_{31}t_{32})/v(t_{32})$$

Определение третьего символа гаммы

```
C<sub>1</sub>: t_{11} t_{12} c_{13} \oplus g_3 = t_{13} c_{14} c_{15} ...

C<sub>2</sub>: t_{21} t_{22} c_{23} \oplus g_3 = t_{23} c_{24} c_{25} ...

C<sub>3</sub>: t_{31} t_{32} c_{33} \oplus g_3 = t_{33} c_{34} c_{35} ...

G: g_1 g_2 g_3 * * ...
```

 $P'(G[3] = g_3|g_1g_2) = P(t_{13}|t_{11}t_{12}) + P(t_{23}|t_{21}t_{22}) + P(t_{33}|t_{31}t_{32}) =$

 $v(t_{11}t_{12}t_{13})/v(t_{11}t_{12}) + v(t_{21}t_{22}t_{23})/v(t_{21}t_{22}) + v(t_{31}t_{32}t_{33})/v(t_{31}t_{32})$

Определение четвертого символа <u>гаммы</u>

```
C<sub>1</sub>: t_{11} t_{12} t_{13} c_{14} \oplus g_4 = t_{14} c_{15} ...

C<sub>2</sub>: t_{21} t_{22} t_{23} c_{24} \oplus g_4 = t_{24} c_{25} ...

C<sub>3</sub>: t_{31} t_{32} t_{33} c_{34} \oplus g_4 = t_{34} c_{35} ...

G: g_1 g_2 g_3 g_4 * ...
```

$$P'(G[4] = g_4|g_2g_3) = P(t_{14}|t_{12}t_{13}) + P(t_{24}|t_{22}t_{23}) + P(t_{34}|t_{32}t_{33}) = V(t_{12}t_{13}t_{14})/V(t_{12}t_{13}) + V(t_{22}t_{23}t_{24})/V(t_{22}t_{23}) + V(t_{32}t_{33}t_{34})/V(t_{32}t_{33})$$

Определение последующих символов гаммы

$$P'(G[n] = g_n|g_{n-2}g_{n-1}) = \\ v(t_{1n-2}t_{1n-1}t_{1n})/v(t_{1n-2}t_{1n-1}) + v(t_{2n-2}t_{2n-1}t_{2n})/v(t_{2n-2}t_{2n-1}) + \\ v(t_{3n-2}t_{3n-1}t_{3n})/v(t_{3n-2}t_{3n-1})$$

При расшифровывании "протягивают" не одну, а несколько наиболее вероятных гамм.

Текст, зашифрованный на короткой гамме

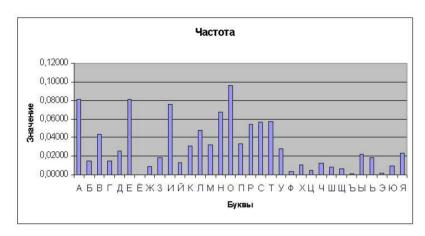
ыофтшлзылтшвшутштвжшнъшлъултккюфищфаторцлесоокыяхьжцшбдуфъмащясйпншьечшсцузхпенюифйнщаичпрзужцмдыб жяьоэьтцьяшбоцфлйтвфбтщасщшврюыихоькехпмхонйенщрснтвчуфъпсэупцгуэцоиыьхонийтщфгооацмзнуошагтэсэооцьцрщсл шмрявюкээьмщшсыузцьовурхшйэьфттсньистмыоъхшгщрсплустихтявасэшткьзхэмуыцъэхщаиушсзупымзпьшхэтзрзшэгщъпръе аьхдлыншгтшммйхцчимйоцтнряпцьркыгкыюоювпжомяхичоншлцчсютскшлзяхктечьфъквлщфзьеъуудмрлятрмовыссяотнлхсану знчикпюумдыбжцукщъриьешьъиытщршцоицржуквшббщщуьшгзыьныинштхбзиьоъьфъэпрыяткмъюляпмъюиооеняилшвжшгпев лщлщжеоььнноцкфттеьъгпчырягчшгуядцхьгцпрфрляргцищаецъоэопршнмйокщоптикфеурфъъагыспкслщихчочеишчочохуксшь потлраийпзооощьухогкылудснномйоцфахпцмьоьъгпкнщъгщхочасячосуонснжчкицоххгпксэьмтшйшошцоицявфклзелафацухяпт жюриоцлалрлыцтуынофъгужчужницоцьйнфоэьугупщтгкклряорбтщятшкшургутсэьвуткыьынчырьжыъцжеишчыряцэкруцунсашы гзфуььъткмуююйквьлхцшчрыямэршьтиялщпюушдюжрцьахехцлыцьзирешуфъпръцпцыипухдтвьтсъшгщпюушпыьтрьашьерчнж ъкищааьпяьохойньскьхцонщссеьооьецсдюггфшжшьдгхонэвъжмуыцъыдрщгъжскэязчычпюккюэцргпвьаунбиььенъшрырцоасуф хпзшонццычцрицлйтяфткщасшемуъюхкчуыгнцишаишпсщргъжскятнъвщссксгцнзифахаскорюсехпзлэрцщррфзнбечяниречяоцм оэонцптщерцмпрегъхешцичъоухенхнлюгщфоцкррфонохцьгщяхдфоэьугусутиущощтгужиъьшцоицыгцьсэоехшгщелхшвшцницо цьзцучрщскпкшуфтшлзшсшкзъюлчшмуыгущоэьпеьоъуукшенэияктцуррпипойнщруэлщевлщилшпыузяэвьаериошпищщррююкч онхжуйджргучавцрцмнушгтшнрерцтпщасфэедуъъшиьопъштюэсшчоьъсъъецыгхпгщцеронщпюушчэьхццущеихжхщаиушсзыгяк тзюгпноньухкоьагужнжгйнлынжлэмрлятрмовыссчеуянуичлнлэшзкцрибишьехткьъсъъецшгтьоъюлкечшьлмкжрясщфухьмиммря хнытрълщштэуртшмшунцьоыьжцмыььнццеыыслшпыурнлррфихтяхонйенлщбмпйшцкапгщэсушжрылзтрлхерьикянцьоыйпрчев ужцпмюсскшруаяеьомйояплщритхеэбйнсаънхдоеьнхщъепыилшрщяхитпцьххшгщяоцрешцвщщрщяимжюуядцхьгьбуесуыссыо эунатмщатцытщнрхшгщэязчсэргоплэйпмкжрхиупнщргъемццщцциьэурщуажлфтвршгфтитхгтштщююэыикщлтъогуъхеехонбплщ енрчощтцапвцурхеехюгщчонохгпгцокттнщехцьомйоцмнръсяпнзяхшкншьикшвтсозоерссщмеэцоиыьхонйэдэьзиреньфъшрсурх шсэктцрацбмйелуяпгылубпхшвэьйнмрръвфплзшгушклшдыотщцднсучцицоеэьрйелняхиъыфяскпргурхшомьуккншймяпршймьъ ахясщеплрырциьнтынонцщицищтриьоцкнцпщртишрацофдфоршгттнлыиньощылпксэужрмацявктдуъсопллнрнэдлщвъжскэурхи вцмрспщтричкщрслшжущиъктщюъихачоррвклрфзыкщъничнлнкищавшгхчакцкихиэовутцщпюушвжпурьоъьърчоныляжишьзимн щбйньахехцэжрсцщьошоъиханйфъэплаящтзлньньишозитвюгеиьклгилшдрчфъмиэуодчомйоцбтщасщшлутрцбишьехтчзурцшн мйоклеьэстшйьаенпрщжлумоцьфгтпщттръаццрцндлрхцыкрьднтмуюцткмуссушвюэсушжлэуцорлыргплщшхрчатоорьыфцорщку чфъшл

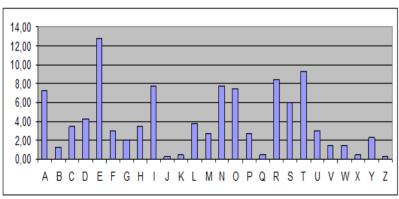
Короткая гамма

```
G = g_1 g_2 g_3 g_4 g_5
g_1 \mid C_1 C_6 C_{11} C_{16} ... C_1
g_2 \mid C_2 C_7 C_{12} C_{17} ... C_2
g_3 \mid C_3 C_8 C_{13} C_{18} ... C_3
g_4 \mid C_4 C_9 C_{14} C_{19} ... C_4
g_5 \mid C_5 C_{10} C_{15} C_{20} ... C_5
```

• C₁, C₂, C₃, C₄, C₅ – шифры Цезаря

Индекс совпадений





$$I\left(ec{x}
ight) =\sum_{i=1}^{m}p_{i}^{2}$$

Литературный текст

- русский 0.0553
- английский 0.0644

Случайный текст

- русский 0.0303
- английский 0.0385

Индекс Фридмана

$$I\left(ec{x}
ight) = \sum_{i=1}^{m} rac{f_i \left(f_i - 1
ight)}{n \left(n - 1
ight)}$$
- индекс Фридмана

- т размер алфавита
- n длина текста
- f_i количество символов і в тексте

"клара у карла украла кораллы, а карл у клары украл кларнет"

$$\kappa - 8$$
, $\pi - 9$, $a - 12$, $p - 8$, $y - 4$, $o - 1$, $\omega - 2$, $\omega - 1$, $\varepsilon - 1$,

Индекс Фридмана

$$G = g_1 g_2 g_3 g_4 g_5$$

$$g_1 \mid C_1 C_6 C_{11} C_{16} ... C_1$$

$$g_2 \mid C_2 C_7 C_{12} C_{17} ... C_2$$

$$g_3 \mid C_3 C_8 C_{13} C_{18} ... C_3$$

$$g_4 \mid C_4 C_9 C_{14} C_{19} ... C_4$$

$$g_5 \mid C_5 C_{10} C_{15} C_{20} ... C_5$$

Вычислить индексы Фридмана для C_1 , C_2 , C_3 , C_4 , C_5 и усреднить (для нашего текста получится 0.034672).

Индекс Фридмана нашего текста для различных длин гамм

| L | I(x) | L | I(x) |
|----|----------|----|----------|
| 1 | 0.034835 | 11 | 0.034404 |
| 2 | 0.041062 | 12 | 0.056859 |
| 3 | 0.043894 | 13 | 0.034773 |
| 4 | 0.041000 | 14 | 0.041195 |
| 5 | 0.034672 | 15 | 0.044570 |
| 6 | 0.057197 | 16 | 0.040650 |
| 7 | 0.034829 | 17 | 0.034906 |
| 8 | 0.040718 | 18 | 0.057905 |
| 9 | 0.044010 | 19 | 0.034662 |
| 10 | 0.041248 | 20 | 0.040894 |
| | | | |

Литературный – 0.0553 Случайный – 0.0303 Длина гаммы равна 6.

Взаимный индекс совпадений

$$MI\left(ec{x},ec{y}
ight) = \sum_{i=1}^{m} rac{f_i g_i}{n_i n_i}$$

- т размер алфавита
- n₁ длина текста х
- f_i количество символов і в тексте х
- n₂ длина текста у
- g_i количество символов і в тексте у

Максимального значения взаимный индекс совпадения достигает в том случае, когда тексты х и у зашифрованы с использованием одного и того же шифра простой замены.

Связь между шифрами

$$C_1 = \Pi T_1 + g_1$$
 $C_2 = \Pi T_2 + g_2$
 $C_1 + (g_2 - g_1) = \Pi T_1 + g_2$
 C_2 и $C_1 + (g_2 - g_1) - одинаковые шифры$

Взаимный индекс совпадения строк нашего текста

| Sh | $MI(C_0,C_1)$ | Sh | $MI(c_0, c_1)$ | Sh | $MI(c_0, c_1)$ |
|----|---------------|----|----------------|----|----------------|
| 0 | 0.026505 | 11 | 0.036278 | 22 | 0.030522 |
| 1 | 0.020501 | 12 | 0.056945 | 23 | 0.026351 |
| 2 | 0.025044 | 13 | 0.039406 | 24 | 0.023082 |
| 3 | 0.035495 | 14 | 0.031259 | 25 | 0.031453 |
| 4 | 0.025868 | 15 | 0.035607 | 26 | 0.034505 |
| 5 | 0.023795 | 16 | 0.033168 | 27 | 0.025698 |
| 6 | 0.033138 | 17 | 0.033439 | 28 | 0.023612 |
| 7 | 0.034464 | 18 | 0.031813 | 29 | 0.024625 |
| 8 | 0.037562 | 19 | 0.022652 | 30 | 0.030793 |
| 9 | 0.043695 | 20 | 0.026705 | 31 | 0.029621 |
| 10 | 0.033014 | 21 | 0.033386 | | |

Взаимный индекс совпадения первой и второй строки при различных сдвигах алфавита второй строки.

Взаимный индекс совпадения строк нашего текста

| Sh | $MI(C_0,C_1)$ | Sh | $MI(c_0,c_1)$ | Sh | $MI(C_0,C_1)$ |
|----|---------------|----|---------------|----|---------------|
| 0 | 0.024826 | 11 | 0.030788 | 22 | 0.034193 |
| 1 | 0.031041 | 12 | 0.027153 | 23 | 0.038564 |
| 2 | 0.036143 | 13 | 0.023565 | 24 | 0.033639 |
| 3 | 0.025715 | 14 | 0.029786 | 25 | 0.037945 |
| 4 | 0.023206 | 15 | 0.034705 | 26 | 0.033969 |
| 5 | 0.023129 | 16 | 0.036125 | 27 | 0.024991 |
| 6 | 0.030387 | 17 | 0.038982 | 28 | 0.030334 |
| 7 | 0.029362 | 18 | 0.031919 | 29 | 0.033297 |
| 8 | 0.022899 | 19 | 0.034953 | 30 | 0.030440 |
| 9 | 0.021951 | 20 | 0.054547 | 31 | 0.027017 |
| 10 | 0.024914 | 21 | 0.039518 | | |

Взаимный индекс совпадения первой и третьей строки при различных сдвигах алфавита третьей строки.

Гамма

Значения сдвигов букв гаммы относительно первой:

0, 12, 20, 4, 31, 12

Исходная гамма: "машина"

$$M = (a + 12) \% 32$$

$$M = (U + 20) \% 32$$

$$M = (N + 4) \% 32$$

$$M = (H + 31) \% 32$$

Оригинальный текст

раскольниковнепривыкктолпеикакужесказанобежалвсякогообществаособенновпоследнеевремянотеперьеговдругчтотопотянулоклюд ямчтотосовершалосьвнемкакбыновоеивместестемощутиласькакаятожаждалюдейонтакусталотцелогомесяцаэтойсосредоточеннойто скисвоейимрачноговозбуждениячтохотяоднуминутухотелосьемувздохнутьвдругоммирехотьбывкакомбытонибылоинесмотрянавсюгряз ьобстановкионсудовольствиемоставалсятеперьвраспивочнойхозяинзаведениябылвдругойкомнатеночастовходилвглавнуюспускаясьв нееоткудатопоступенькампричемпреждевсеговыказывалисьегощегольскиесмазныесапогисбольшимикраснымиотворотамионбылвпод девкеивстрашнозасаленномчерноматласномжилетебезгалстукаавслицоегобылокакбудтосмазаномасломточножелезныйзамокзазасто йкойнаходилсямальчишкалетчетырнадцатиибылдругоймальчишкамоложекоторыйподавалесличтоспрашивалистояликрошеныеогурц ычерныесухариирезаннаякусочкамирыбавсэтооченьдурнопахлобылодушнотакчтобылодаженестерпимосидетьивсдотогобылопропита новиннымзапахомчтокажетсяотодногоэтоговоздухаможнобыловпятьминутсделатьсяпьянымбываютиныевстречисовершеннодажеснез накомыминамлюдьмикоторымимыначинаеминтересоватьсяспервоговзглядакактовдругвнезапнопреждечемскажемсловотакоеточновп ечатлениепроизвелнараскольниковатотгостькоторыйсиделпоодальипоходилнаотставногочиновникамолодойчеловекнесколькоразпри поминалпотомэтопервоевпечатлениеидажеприписывалегопредчувствиюонбеспрерывновзглядывалначиновникаконечноипотомуещеч тоисамтотупорносмотрелнанегоивиднобылочтотомуоченьхотелосьначатьразговорнаостальныхжебывшихвраспивочнойнеисключаяих озяиначиновниксмотрелкактопривычноидажесоскукойавместестемисоттенкомнекотороговысокомерногопренебрежениякакбыналюде йнизшегоположенияиразвитияскоторыминечегоемуговоритьэтобылчеловеклетужезапятьдесятсреднегоростаиплотногосложенияспро седьюисбольшоюлысинойсотекшимотпостоянногопьянстважелтымдажезеленоватымлицомисприпухшимивекамииззакоторыхсияликр ошечныекакщелочкиноодушевленныекрасноватыеглазкиночтотобыловнемоченьстранноевовзглядеегосветиласькакбудтодажевостор женностьпожалуйбылисмыслиумновтожевремямелькалокакбудтоибезумиеодетонбылвстарыйсовершеннооборванныйчерныйфраксо сыпавшимисяпуговицамиоднатолькоещедержаласькоекакинанеетоонизастегивалсявидиможелаянеудалятьсяприличийизподнанковог ожилетаторчаламанишкавсяскомканнаязапачканнаяизалитаялицобыловыбритопочиновничьинодавноужетакчтоужегустоначалавысту патьсизаящетинадаивухваткахегодействительнобылочтотосолидночиновничьеноонбылвбеспокойствеерошилволосыиподпиралиногд автоскеобеимирукамиголовуположапродранныелоктиназалитыйилипкийстол

```
#include "crypto tools.h"
#include "io_tools.h"
using namespace std;
vector<uint8 t> find gamma(
  const vector<uint8 t>& data
  uint8_t gamma_length;
  vector<vector<uint8_t>> lines;
  vector<uint8_t> shifts(1, 0);
  gamma length = CryptoTools::find gamma length(data, 20);
  lines = CryptoTools::split text into gamma lines(data, gamma length);
  for (uint8 t i = 1; i < gamma length; i++)
    shifts.push back(CryptoTools::find lines shift(lines[0], lines[i]));
  return shifts;
int main()
  vector<uint8 t> gamma = {0x0c, 0x00, 0x18, 0x08, 0x0d, 0x00}; // "машина"
  vector<uint8_t> data = IoTools::read_file("/home/user/Work/Solutions/Sssc/ShortGamma/data.txt");
  data = CryptoTools::apply_gamma(data, gamma);
  vector<uint8_t> shifts = find_gamma(data);
  return 0;
```