Strassen sin estrés

(tiempo límite: 1 segundo)

En el algoritmo de Strassen para la multiplicación de dos matrices *X* y *Y*, ambas de tamaño *N* * *N*:

Se define *X* como $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ y *Y* como $\begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix}$

Donde las submatrices *A* hasta la *H* son de orden $\frac{N}{2}$ x $\frac{N}{2}$

Así *Z* = *X***Y* = $\begin{bmatrix} P1 + P2 & P3 + P4 \\ P5 + P6 & P7 + P8 \end{bmatrix}$

Con:

*P1 = A*E*
*P2 = B*G*
*P3 = A*F*
*P4 = B*H*
*P5 = C*E*
*P6 = D*G*
*P7 = C*F*
*P8 = D*H*

De manera que se pueden resolver recursivamente los 8 sub-problemas hasta alcanzar los casos base (*N* = 2).

Este ejercicio consiste básicamente en implementar este algoritmo solo que como se acabó de describir, es decir, considerando los OCHO subproductos en vez de los SIETE que propone Strassen y estrictamente para matrices *X*, *Y* de orden *N* * *N*, con *N* = 2^i, para *i* entero positivo menor o igual a 5.

Como el resultado no puede ser simplemente el resultado de la multiplicación porque el algoritmo “estándar” de complejidad cúbica también cumpliría el propósito, la idea es ir mostrando los resultados de los llamados recursivos desde los casos base hasta la multiplicación original. Para simplificarlo aún más, en vez de mostrar la matriz *Z* cada vez, lo que se mostrará es el valor de *Q(Z)* que corresponde a la suma de todos los elementos de *Z*.

Consideremos el siguiente ejemplo:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En este caso habría un nivel de recursión para llegar a los casos base:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 9 & 10 \\ 13 & 14 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 11 & 12 \\ 15 & 16 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Con los cuales se obtendrían los siguientes 8 productos:

$P1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ cuyo valor de *Q* es 14

$P2 = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$ cuyo valor de *Q* es 22

$P3 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$ cuyo valor de *Q* es 14

$P4 = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ cuyo valor de *Q* es 22

$P5 = \begin{bmatrix} 9 & 10 \\ 13 & 14 \end{bmatrix}$ cuyo valor de *Q* es 46

$P6 = \begin{bmatrix} 12 & 11 \\ 16 & 15 \end{bmatrix}$ cuyo valor de *Q* es 54

$P7 = \begin{bmatrix} 10 & 9 \\ 14 & 13 \end{bmatrix}$ cuyo valor de *Q* es 46

$P8 = \begin{bmatrix} 11 & 12 \\ 15 & 16 \end{bmatrix}$ cuyo valor de *Q* es 54

Al subir un nivel en la recursión se tendría la siguiente matriz resultado:

$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 \\ 13 & 13 & 13 & 13 \\ 21 & 21 & 21 & 21 \\ 29 & 29 & 29 & 29 \end{bmatrix}$ cuyo valor de *Q* es 272

Entrada

La primera línea de la entrada contiene la cantidad *C* de casos de prueba (no más de 20). Cada caso de prueba comienza con una línea que contiene el correspondiente valor de *N*, luego siguen *N* líneas, cada una con *N* valores enteros en el rango [-1E3, 1E3] separados entre sí por un espacio en blanco.

Salida

Por cada caso de prueba, la salida debe comenzar con una línea con el mensaje (sin comillas) “caso i:”, siendo *i* el valor correspondiente, seguida de los valores de *Q(Z)* del árbol de recursión resultante según como se especificó previamente. Debe dejarse una línea en blanco entre caso y caso y no debe haber una línea en blanco después del último caso.

Ejemplo de entrada

```
2
2
1 2
3 4
5 6
7 8
4
1 2 3 4
5 6 7 8
9 10 11 12
13 14 15 16
1 0 0 1
0 1 1 0
0 1 1 0
1 0 0 1
```

Ejemplo de salida

```
caso 1:
134

caso 2:
14
22
14
22
46
54
46
54
272
```