

Karatsuba, haz tu magia!

(tiempo límite: 1 segundo)



Fuente: https://en.wikipedia.org/wiki/Anatoly_Karatsuba#/media/File:A.A.Karatsuba_in_Crimea.jpg

En el algoritmo de Karatsuba para la multiplicación de dos números enteros X , Y , ambos de N dígitos, se tiene que:

$X = (10^{\frac{N}{2}})^*a+b$, $Y = (10^{\frac{N}{2}})^*c+d$, de forma que:

$X*Y = 10^N P1 + 10^{\frac{N}{2}}(P2 + P3) + P4$, siendo:

$$P1 = a*c$$

$$P2 = a*d$$

$$P3 = b*c$$

$$P4 = b*d$$

De manera que se pueden resolver recursivamente los 4 sub-problemas hasta alcanzar los casos base ($N = 1$).

Este ejercicio consiste básicamente en implementar este algoritmo solo que como se acabó de describir, es decir, considerando los CUATRO subproductos en vez de los TRES que propone Karatsuba y estrictamente para enteros positivos X , Y de $N = 2^i$ dígitos, para i entero positivo menor o igual a 6. Ni X ni Y empezarán con el dígito 0.

Consideremos el siguiente ejemplo: $X = 1234$, $Y = 5678$

En este caso el primer llamado recursivo descompondría el problema en:

$a = 12, b = 34, c = 56, d = 78$ (esto no se debe mostrar)

El subproducto $P1 = a*c$ se descompondría en:

$$P1 = a*c = 5$$

$$P2 = a*d = 6$$

$$P3 = b*c = 10$$

$$P4 = b*d = 12$$

Cuyo resultado sería 672

El subproducto $P2 = a*d$ se descompondría en:

$$P1 = a*c = 7$$

$$P2 = a*d = 8$$

$$P3 = b*c = 14$$

$$P4 = b*d = 16$$

Cuyo resultado sería 936

El subproducto $P3 = b*c$ se descompondría en:

$$P1 = a*c = 12$$

$$P2 = a*d = 15$$

$$P3 = b*c = 16$$

$$P4 = b*d = 20$$

Cuyo resultado sería 1530

El subproducto $P4 = b*d$ se descompondría en:

$$P1 = a*c = 21$$

$$P2 = a*d = 24$$

$$P3 = b*c = 28$$

$$P4 = b*d = 32$$

Cuyo resultado sería 2652

Al subir un nivel en el árbol de recursión, combinando estos $P1, P2, P3, P4$ se llegaría al producto original y el resultado final sería: 5649252

Entrada

La primera línea de la entrada contiene la cantidad C de casos de prueba (no más de 50). Luego siguen C líneas, cada una con tres valores enteros separados entre sí por un espacio en blanco: N, X, Y .

Salida

Por cada caso de prueba, la salida debe comenzar con una línea con el mensaje (sin comillas) “caso i:”, siendo *i* el valor correspondiente, seguida de los resultados del árbol de recursión resultante según como se especificó previamente. Debe dejarse una línea en blanco entre caso y caso y no debe haber una línea en blanco después del último caso.

Ejemplo de entrada

```
2
4 1234 5678
2 10 20
```

Ejemplo de salida

```
caso 1:
5
6
10
12
672
7
8
14
16
936
15
18
20
24
1904
21
24
28
32
2652
7006652
```

```
caso 2:
2
0
0
0
200
```