Čip v sudu s radonovou atmosférou

Michal Šesták

4. června 2019

Obsah

1 Úvod

Účelem tohoto experimentu je zkoumání vlivu kosmického záření na chybovost integrovaného obvodu. Kosmické záření je simulováno radonovou atmosférou v plechovém uzemněném sudu válcové geometrie, v jehož středu je čip umístěn. Radonová atmosféra je vytvořena injekcí definované koncentrace radonu do sudu v daný počáteční čas. Kolem čipu jsou umístěny

TLD detektory, kterými měříme dávku absorbovanou v čipu. Dále se měří počet chyb zaznamenaných v různých segmentech čipu, např v ADC nebo v paměti. Snahou je zjistit, zdali existuje nějaká závislost počtu chyb v čipu na velikosti absorbované dávky.

Problémem je, že zatímco β a γ záření je TLD detektory měřeno spolehlivě, u α tomu tak není. Proto se přistoupilo k pokusu o výpočet dávky z jednotlivých složek záření (α, β, γ) pomocí teoretických poznatků.

Ještě předtím však bylo potřeba ověřit, že radon difunduje do zkoumaného čipu přes vrstvičku materiálu, která ho obklopuje, dostatečně rychle vzhledem k jeho radioaktivní přeměně. Pokud by difundoval mnohem pomaleji než se přeměňuje, pak by dávka (hlavně její část pocházející od alf) byla nižší než v případě, kdy bychom uvažovali stejnou koncentraci radonu v čipu jako v okolním prostředí sudu. Proto byl výpočet dávky rozdělen do dvou úloh.

2 Úlohy

1. Ověření, zdali radon difunduje k čipu přes vrstvičku materiálu pouzdra dostatečně rychle vzhledem k radioaktivní přeměně radonu v sudu.

2. Výpočet dávky absorbované v čipu. Určují se jednotlivě příspěvky od záření α, β, γ.

3 Difúze radonu do čipu skrze pouzdro

3.1 Popis difúzního šíření

Průběh šíření radonu difúzí v čase v daném materiálu popsaném difúzním součinitelem D se řídí druhým Fickovým zákonem

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \cdot \operatorname{div}(c) - \lambda c\,, \tag{1}$$

kde $c = c(t; x, z, y)$ je koncentrace radonu v bodě (x, y, z) v čase t, λ je přeměnová konstanta radonu; $[c] = \mathrm{Bq/m^3}$; $[D] = \mathrm{m^2s^{-1}}$.

3.2 Součinitel difúze a rozměry čipu a pouzdra

Vzhledem k tomu, že známe pouze prvkové složení pouzdra a nevíme, z jakého materiálu je vyrobeno, tak byl uvažován difúzní součinitel o hodnotě

$$D = 3 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m^2s^{-1}}\,, \tag{2}$$

což by měla být hodnota obvyklá pro pevné látky (zdroj?[1]). Čip je rozměrově kvádr o šířce a délce cca 7 mm a tloušťce 0,15 mm. Pouzdro ho obepíná, na bočních stranách čipu je 6,5 až 7 mm materiálu pouzdra, na horní a dolní ploše čipu je ho 0,69 mm.

3.3 Numerické řešení difúzní rovnice

Řešení rovnice (1) v kartézských souřadnicích při daných rozměrech pouzdra by bylo zbytečně náročné, a proto se přistoupilo k aproximaci čipu koulí o poloměru R_1 a pouzdra kulovou slupkou o poloměru R_2 a tloušťce d. Pak lze rovnici (1) převést do sférických souřadnic (r, φ, ϕ) s počátkem ve středu aproximujících útvarů:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\left(\frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial c}{\partial r}\right) - \lambda c\,, \tag{3}$$

kde navíc díky homogennosti koncentrace radonu v okolí pouzdra uvažujeme izotropní šíření, tj. nezávislé na souřadnicích φ a ϕ, a proto $c = c(t, r)$. V prvním přiblížení byly aproximující parametry položeny hodnotám

$$R_1 = 5\,\mathrm{cm}\,, \tag{4}$$

$$R_2 = 10\,\mathrm{cm}\,, \tag{5}$$

$$d = R_2 - R_1 = 5\,\mathrm{cm}\,, \tag{6}$$

v případě potřeby by byly zmenšeny. Rovnice (3) byla řešena jen uvnitř pouzdra.

3.3.1 Počáteční a okrajové podmínky

Byly řešeny dva případy:

1. **Injektáž radonu:** v okolí čipu je konstantní koncentrace radonu c_0 a uvnitř čipu a pouzdra je v počátečním čase nulová koncentrace, tj.:

[1] zkusit najít a doplnit

- počáteční podmínka je $c(0, r) = c_u(0) = 0$ pro $r \in (R_1, R_2)$, kde $c_u(t)$ je koncentrace radonu v kouli aproximující čip v blízkosti pouzdra,
- okrajová podmínka na rozhraní pouzdra a okolního prostředí (dále jen vnější okrajová podmínka) je $c(t, R_2) = c_0$ pro $t \in [0, T]$, kde T čas, do kterého chceme rovnici řešit,
- okrajová podmínka na rozhraní pouzdra a čipu (dále jen vnitřní okrajová podmínka) bude uvedena později.

2. **Vypumpování radonu:** v okolí čipu je nulová koncentrace radonu a uvnitř čipu a pouzdra je koncentrace tentokrát v počátečním čase c_0, tedy:
   - počáteční podmínka je $c(0, r) = c_u(0) = c_0$ pro $r \in [R_1, R_2]$,
   - vnější okrajová podmínka je $c(t, R_2) = 0$ pro $t \in [0, T]$,
   - vnitřní okrajová podmínka bude uvedena později.

První případ představuje injektáž radonu do sudu s čipem, druhý pak vypumpování radonu ven ze sudu. Vnitřní okrajová podmínka vypadá následovně:

$$D \frac{\partial c(t, R_1)}{\partial r} = h \cdot (c(t, R_1) - c_u(t)) \,, \tag{7}$$

kde h je tzv. přestupní koeficient vyjadřující schopnost přestupu radonu z pouzdra do čipu (nebo naopak), $[h] = \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$. Jeho určení je velmi problematické a v podstatě nebyla provedena žádná systematická měření jeho hodnot pro rozhraní různých materiálů. Autoři článku [1] odhadují jeho hodnotu pro nezměřená rozhraní na

$$h = 0{,}1 \, \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1} \,, \tag{8}$$

tato hodnota byla uvažována i v našich výpočtech.

Koncentrace uvnitř čipu $c_u(t+\Delta t)$ se určí ze známé koncentrace v předchozím bodě časové sítě $c_u(t)$ pomocí vztahů

$$E(t) = h \cdot (c(t, R_1) - c_u(t)) \,, \tag{9}$$

$$\begin{aligned} c_u(t + \Delta t) &= c_u(t) \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \Delta t} + \frac{E(t) \cdot A}{V \cdot \lambda} \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\lambda \Delta t}\right) , \\ &= c_u(t) \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \Delta t} + \frac{3 \cdot E(t)}{R_1 \cdot \lambda} \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\lambda \Delta t}\right) , \end{aligned} \tag{10}$$

kde $E(t)$ exhalační rychlost z pouzdra do čipu (či naopak) v čase t, $[E] = \mathrm{Bq} \cdot \mathrm{m}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$, dále Δt je časový krok, λ je přeměnová konstanta radonu, $A = 4\pi R_1^2$ je vnější plocha koule reprezentující čip a $V = \frac{4}{3}\pi R_1^3$ je objem této koule. Vztahy (7), (9) a (10) byly převzaty z [1].

Vnější okrajová podmínka představuje Dirichletovu okrajovou podmínku, vnitřní pak Neumannovu okrajovou podmínku.

3.3.2 Použitá metoda

Pro určení prostorového a časového vývoje koncentrace v pouzdře $c(t, r)$ pro $t \in [0, T], r \in [R_1, R_2)$ a časového vývoje koncentrace uvnitř čipu v blízkosti pouzdra $c_u(t)$ pro $t \in [0, T]$ z rovnic (3), (7) a (10) byla použita Crank-Nicolsonova metoda [2, 3].

Z takto určeného vývoje je možné stanovit dobu T_1, resp. T_2 (pro první a druhý případ), po níž bude radon difundovat přes pouzdro do čipu, dokud nebude v čipu s určitou tolerancí ε stejná koncentrace radonu jako ve vnějším prostředí. Při výpočtu byla použita tolerance

$$\varepsilon = 0,01\,. \tag{11}$$

3.4 Výsledek

Časový vývoj c_u je pro oba dva případy k nahlédnutí v obr. 1. T_1 a T_2 vychází pro všechna testovaná c_0 stejně:

$$T_1 = 5{,}98\,\mathrm{hod}\,, \tag{12}$$

$$T_2 = 4{,}25\,\mathrm{hod}\,, \tag{13}$$

$$T_1 + T_2 = 10{,}23\,\mathrm{hod}\,, \tag{14}$$

doba $T_1 + T_2$ představuje celkovou dobu trvání obou případů. Byly testovány následující hodnoty c_0: $1\,\mathrm{kBq/m^3}, 10\,\mathrm{kBq/m^3}, 100\,\mathrm{kBq/m^3}, 1\,\mathrm{MBq/m^3}$

3.5 Diskuze

Doby T_1, T_2 a $T_1 + T_2$ jsou v porovnání s $T_{1/2}(^{222}\mathrm{Rn}) = 3{,}82\,\mathrm{dne}$ krátké. Vzhledem k tomu že výpočet proběhl pro mnohem větší rozměry pouzdra než jaké ve skutečnosti jsou, tak můžeme říct, že v čipu je stejná koncentrace radonu jako v sudu po většinu času experimentu. Toto tvrzení ovšem platí pouze za předpokladu, že uvažovaný součinitel difúze skrze pouzdro D není hodně nadhodnocený.

3.6 Závěr

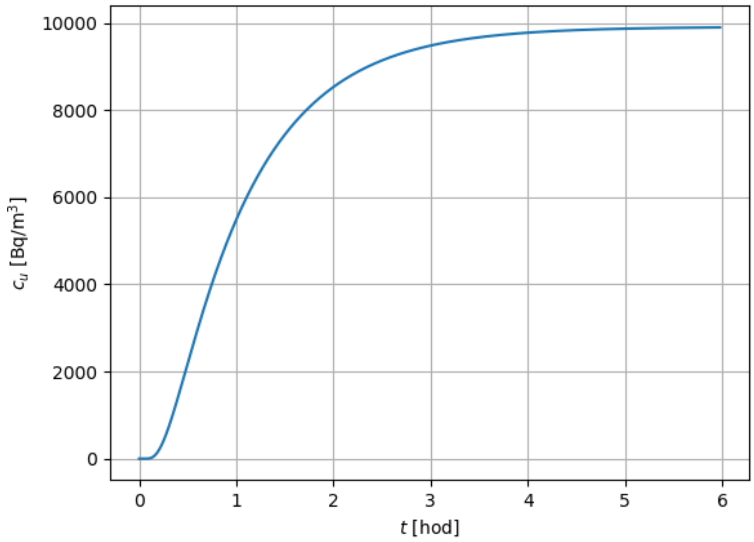
Bylo ověřeno, že radon difunduje skrze pouzdro do čipu dostatečně rychle vzhledem k radioaktivní přeměně radonu.

Reference

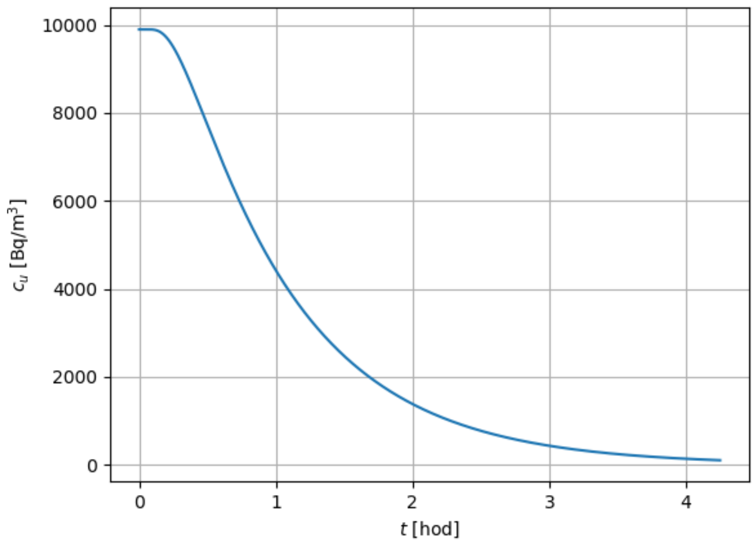
[1] Jiránek M., Fronka A.: New technique for the determination of radon diffusion coefficient in radon-proof membranes. Radiat Prot Dosimetry. 2008;130(1):22-5. doi: 10.1093/rpd/ncn121.

[2] Hellevik, L. R.: Numerical Methods for Engineers. Department of Structural Engineering, NTNU. 2018. Citováno 10. 5. 2019. Dostupné z `http://folk.ntnu.no/leifh/teaching/tkt4140/._main068.html#ch5:sec6` a `http://folk.ntnu.no/leifh/teaching/tkt4140/._main069.html#ex:52`

[3] Wikipedia, The Free Encyclopedia: Crank–Nicolson method. Citováno 10. 5. 2019. Dostupné z `https://en.wikipedia.org/wiki/Crank%E2%80%93Nicolson_method`



(a)



(b)

Obr. 1: V (a) je vidět časový vývoj koncentrace radonu v čipu v bezprostřední blízkosti pouzdra v prvním uvažovaném případě (injektáž radonu). V (b) je vidět vývoj c_u pro druhý případ (vypumpování radonu ze sudu ven). V obou případech uvažujeme $c_0 = 10\,\mathrm{kBq/m^3}$.

4 Výpočet dávky absorbované v čipu

I v této úloze aproximuje čip a pouzdro koulemi se středy ve stejném bodě, zde však s poloměry R_1, resp. R_2:

$$R_1 = 3{,}0\,\mathrm{mm}\,, \tag{15}$$

$$R_2 = 3{,}1\,\mathrm{mm}\,, \tag{16}$$

které odpovídající více reálným rozměrům čipu a pouzdra (lze dohledat v oddíle 3.2). Objem a hmotnost čipu jsou označeny jako V_{cip} a m_{cip}:

$$V_{cip} = 0{,}0073\,\mathrm{cm}^3\,, \tag{17}$$

$$m_{cip} = 1{,}7 \times 10^{-5}\,\mathrm{kg}\,. \tag{18}$$

Při výpočtu m_{cip} bylo uvažováno, že celý čip je z křemíku.

Sud je válec o poloměru a výšce

$$R_{sud} = 27\,\mathrm{cm}\,, \tag{19}$$

$$h_{sud} = 83\,\mathrm{cm} \tag{20}$$

a jeho objem je

$$V_{sud} = 0{,}19\,\mathrm{m}^3\,. \tag{21}$$

Uvažujeme několik hodnot faktoru nerovnováhy: $F = 0{,}01;\ 0{,}1;\ 0{,}4$. Objemová aktivita radonu je označena a. Do sudu je na začátku experimentu jednorázově injektována počáteční koncentrace radonu a_0, průběh a v sudu se pak řídí exponenciálním rozpadem.

4.1 Příspěvek od α

V následujících dvou podkapitolách budou určeny energetické příspěvky od α částic vzniklých mimo a uvnitř čipu, resp. pouzdra, při dané aktivitě a_0 za jednotkový časový interval (tj. 1 s). V následující podkapitole proběhne časová integrace těchto příspěvků přes zadanou dobu expozice a následné podělení hmotností pro určení dávky od α částic.

4.1.1 Energetický příspěvek od α, které vznikly mimo čip a pouzdro

Částice α o dané počáteční energii T_0 má v daném prostředí známý maximální dosah R_{max} [1]. Proto lze okolo čipu uvažovat kouli o poloměru

$$R_3 = R_{max} + R_2\,,$$

v jejímž objemu vzniklé alfa částice mohou dolétnout k pouzdru. Alfa částice emitované mimo tuto kouli budou zastaveny dříve než doletí k pouzdru čipu. Ztrátu energie částice alfa, která vznikla ve vzdálenosti $r \in [R_2, R_3]$ od pouzdra, po projití vrstvy vzduchu o tloušťce r je možné zjistit z tabelovaných hodnot brzdných schopností [1] a pomocí následujícího jednoduchého algoritmu:

1. *Inicializace*:

$$x = 0\,,$$
$$dE = 0\,,$$
$$dx = 0,1\,.$$

   x je doposud ušlá dráha alfa částice; dE je ztráta energie, která je vypočítávána v každé iteraci; dx je krok, my jej bereme roven jednomu milimetru.

2. *Iterace*:

$$x = x + dx\,, \tag{22}$$

   kontrola $x < r$,

$$dE = \frac{dE}{dx}(T_i) \cdot dx\,,$$
$$T_{i+1} = T_i - dE\,,$$

   kontrola $dE > 0$ a $T_{i+1} > 0$.

   $\frac{dE}{dx}(T_i)$ je brzdná schopnost alfa částice o energii T_i ve vzduchu. Spojitá závislost $\frac{dE}{dx}$ na T byla získána interpolováním tabelovaných hodnot z [1] kubickým splinem.

3. *Ukončení cyklu*:
   pokud byla porušena jakákoliv kontrola v předchozím bodě, pak je cyklus ukončen a momentální T je energie, která alfa částici zbyla při příchodu k pouzdru.

Předchozí algoritmus je vlastně funkcí vzdálenosti vzniku alfa částice od pouzdra, tj. r, označme tuto funkci $f_0(r)$. Po přenásobením korekcí na prostorový úhel

$$k_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{r}{\sqrt{r^2 + R_1^2}}\right)\,,$$

a faktorem zohledňujícím skutečnost, že nás zajímají alfy z celé slupky s vnitřním poloměrem r a vnějším poloměrem $r + \mathrm{d}r$

$$k_2 = 4\pi r^2\,,$$

získáváme funkci $f(r)$, kterou lze zintegrovat od R_2 do R_3, tj.

$$I = \int_{R_2}^{R_3} f(r) = \int_{R_2}^{R_3} k_1(r) \cdot k_2(r) \cdot f_0(r)\mathrm{d}r\,. \tag{23}$$

Tato veličina představuje střední hodnotu zbylé energie alfa částice s danou počáteční energií T_0 po dojití k pouzdru, která je přenásobená objemem kulové slupky s poloměry R_2 a R_3 a její rozměr je tedy

$$[I] = \mathrm{MeV} \cdot \mathrm{cm}^3\,. \tag{24}$$

Po vydělení I integrovaným objemem $V = \frac{4}{3}\pi(R_3^3 - R_2^3)$ získáváme střední energii alfa částice u vstupu do pouzdra:

$$\bar{E} = \frac{I}{V}\,. \tag{25}$$

Vypočítané hodnoty I, $\bar{E}$ a počáteční kinetické energie T_0 alfa částic emitovaných radonem a jeho krátkodobě žijících dceřinných produktů jsou v tabulce 1.

Tab. 1: Počáteční energie, I a $\bar{E}_{pouzdro}$ alfa částic emitovaných radonem a jeho krátkodobě žijícími dceřinnými produkty (RN=radionuklid).

RN	T_0 [MeV]	I [MeV $\cdot$ cm^3]	$\bar{E}$ [MeV]
^{222}Rn	5,489	3,164	0,008
^{218}Po	6,002	4,105	0,007
^{214}Po	7,689	8,363	0,005

Energetický příspěvek: Energetický příspěvek od α částic vzniklých mimo objem pouzdra a čipu je možné vypočítat z

$$E_{vne} = (\bar{E}_{222}V_{222} + \bar{E}_{218}V_{218}F + \bar{E}_{214}V_{214}F)a_0\,, \tag{26}$$

$$= (I_{222} + I_{218}F + I_{214}F)a_0 \quad [\text{MeV}]\,, \tag{27}$$

kde F je faktor nerovnováhy.

Nadhodnocení: Bohužel tento postup nezahrnuje ztrátu energie v pouzdru, jelikož v databázi [1] nelze definovat vlastní materiály. Pro tyto účely je vhodný program SRIM [2], avšak ten mi nebyl doposud nainstalován. Důsledkem je, že je dávka od tohoto příspěvku nadhodnocena.

4.1.2 Energetický příspěvek od α, které vznikly uvnitř čipu a pouzdra

Energetický příspěvek těchto α jsem odhadl jako jednu polovinu počátečních energií všech α částici vzniklých v objemu čipu, tj.:

$$E_{vnitrek} = \frac{1}{2} \cdot (5,489 + 6,002 + 7,689) \cdot a_0 \cdot V_{cip} \quad [\text{MeV}]\,. \tag{28}$$

Tento odhad lze odůvodnit tím, že α částice mají malý dosah, a proto pokud nejsou emitovány blízko povrchu čipu směrem ven, tak jsou absorbovány uvnitř čipu.

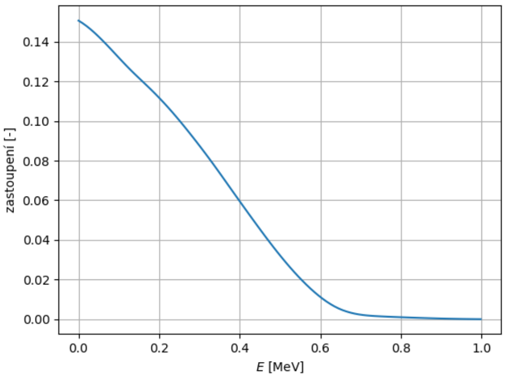
4.1.3 Celkový příspěvek k dávce

Příspěvek od α k dávce je roven:

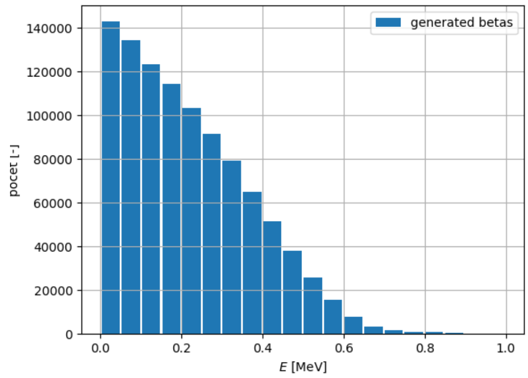
$$\boxed{D_\alpha = \frac{1}{m_{cip}}(E_{vne} + E_{uvnitr}) \cdot 1,6 \times 10^{-13}\frac{1 - \exp(-\lambda T)}{\lambda}\,,} \tag{29}$$

kde $1,6 \times 10^{-13}$ je převodní faktor z MeV na Jouly, λ je přeměnová konstanta radonu a T je doba expozice.

4.2 Příspěvek od β

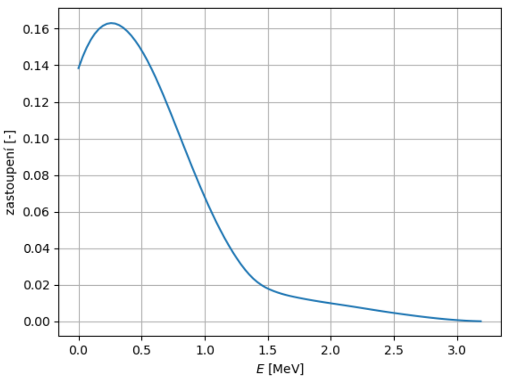


(a)

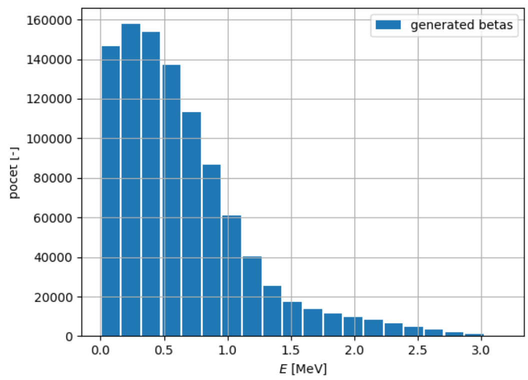


(b)

Obr. 2: V (a) je originální beta spektrum ^{214}Pb přebrané z [4]. V (b) je histogram 10^6 realizací náhodné veličiny řídící se rozdělením, jehož hustota pravděpodobnosti je rovna beta spektru z (a).



(a)



(b)

Obr. 3: V (a) je originální beta spektrum ^{214}Bi přebrané z [4]. V (b) je histogram 10^6 realizací náhodné veličiny řídící se beta spektrem z (a).

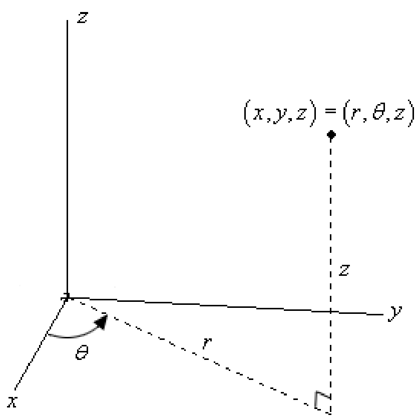
4.3 Příspěvek of γ

U γ záření postupujeme podobným způsobem jako u α s tím rozdílem, že se zde nepočítá s brzdnými schopnostmi, ale s exponenciálním zeslabováním svazku

$$N(d) = N_0 e^{-\left(\frac{\mu}{\rho}\right)\cdot\rho\cdot d}, \tag{30}$$

kde N_0 je počet fotonů o dané energii E před vstupem materiálu o hustotě ρ, $N(d)$ je počet nerozptýlených fotonů po projití materiálu o tloušťce d a $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)$ je hmotnostní součinitel zeslabení γ záření v uvažovaném materiálu.

Důležité: V dalším postupu předpokládáme, že pokud se kvantum γ záření rozptýlí, pak již nemůže přispět k dávce absorbované v čipu, tj. uvažujeme úzký svazek. Tato aproximace je částečně ospravedlněna velikou pronikavostí γ záření ve vzduchu.



Obr. 4: Význam cylindrických souřadnic. [3]

Vzhledem k tomu, že sud je rozměrově válec, tak s výhodou využijeme cylindrických souřadnic (r, θ, z), jejichž význam je znázorněn v obr. 4. Definujme následující funkci:

$$f(r,z) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{r^2+z^2}{r^2+z^2+R_1^2}}\right) \cdot e^{-\mu\sqrt{(r^2+z^2)}}\,, \tag{31}$$

kde μ lineární součinitel zeslabení vzduchu. Tato funkce vyjadřuje, jaký zlomek fotonů vznikající v bodě o daných souřadnicích r a z a libovolné souřadnici $\theta \in [0, 2\pi)$ dojde bez rozptýlení ke středu čipu (tím se dopouštíme určité nepřesnosti, jelikož správně bychom měli uvažovat pouze dráhu od místa vzniku k povrchu pouzdra a pak počítat zeslabování v pouzdru). Faktor

$$\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{r^2+z^2}{r^2+z^2+R_1^2}}\right) \tag{32}$$

zohledňuje korekci na prostorový úhel a exponenciela $e^{-\mu\sqrt{(r^2+z^2)}}$ představuje zeslabení svazku. Funkce $f(r,z)$ je nezávislá na souřadnici θ, jelikož předpokládáme homogenní rozložení koncentrace radonu uvnitř sudu.

Uvažujeme několik zdrojů γ záření:

1. *vzduch v sudu*, ve kterém je radon o dané koncentrace a a část vznikajících dceřinných produktů, jejichž koncentrace je dána vztahem $a \cdot F$.

2. *Vnitřní povrch sudu*, na který se deponují dceřinné produkty.

3. *Povrch pouzdra*, na který se též deponují dceřinné produkty.

Zanedbání: Zanedbáváme γ záření vznikající uvnitř čipu a pouzdra a dále neuvažujeme zeslabení svazku uvnitř pouzdra. Tímto odhad dávky od γ nadhodnocujeme.

4.3.1 Vzduch v sudu

Počet γ kvant dané energie, které došly k čipu (při zanedbání pouzdra) v daný časový interval $[t, t + \mathrm{d}t]$, lze vypočítat z

$$N_{air} = a_{air}(t) \cdot Y \cdot 2 \int_{R_1}^{R_{sud}} \int_{R_1}^{h_{sud}} f(r,z) \mathrm{dzdr}\,, \tag{33}$$

kde Y je výtěžek dané energetické linky a

$$a_{air} = \begin{cases} a & \text{pro } \gamma \text{ od radonu}\,, \\ a \cdot F & \text{pro } \gamma \text{ od dcer}\,. \end{cases} \tag{34}$$

4.3.2 Vnitřní povrch sudu

Koncentrace dceřinných produktů na stěně je rovna

$$a_{sud} = a \cdot \frac{V_{sud}}{S_{sud}} \cdot (1 - F)\,, \tag{35}$$

kde $S_{sud} = 1{,}866\,\mathrm{m}^2$ je povrch sudu. Hledaný počet γ částic dané energetické linky došlých k čipu:

$$N_{sud} = a_{sud}(t) \cdot Y \cdot 2 \left(\int_0^{R_{sud}} f(r, h_{sud}) \mathrm{dr} + \int_0^{h_{sud}} f(R_{sud}, z) \mathrm{dz} \right)\,. \tag{36}$$

4.3.3 Povrch pouzdra

Koncentrace dceřinných produktů na pouzdru je

$$a_{pouzdro} = \frac{S_{pouzdro}}{S_{pouzdro} + S_{sud}} \cdot a \cdot \frac{V_{sud}}{S_{pouzdro}} \cdot (1 - F)\,, \tag{37}$$

kde $S_{pouzdro} = 8{,}81\,\mathrm{cm}^2$ je povrch pouzdra (vypočten ze skutečných rozměrů). Faktor $S_{sud}/(S_{sud} + S_{pouzdro})$ by správně měl být i v (35), ale tam může být zanedbán díky jeho blízkosti jedničce.

$N_{pouzdro}$ bylo odhadnuto následovně:

$$N_{pouzdro} = \frac{1}{4} \cdot a_{pouzdro} \cdot Y\,. \tag{38}$$

Tento odhad se snaží nadhodnocovat příspěvek od dcer deponovaných na pouzdře.

4.3.4 Příspěvek k dávce

Nejprve je třeba určit počet částic absorbovaných čipu. To se zjistí pomocí hmotnostního součinitele absorpce $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{en}$ ze vztahu

$$N_i^{abs} = N_i \left(1 - e^{-\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{en} \cdot \rho_{cip} \cdot 2R_1} \right)\,, \tag{39}$$

kde $i \in \{air, sud, pouzdro\}$.

Tab. 2: Energie E, výtěžek Y a hmotnostní součinitel zeslabení $\frac{\mu}{\rho}$, resp. absorpce $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{en}$ daného γ záření od uvedeného radionuklidu (RN). Řádek s hvězdičkou u RN značí, že u daného radionuklidu bylo z důvodu zjednodušení sloučeno několik blízkých energetických linek dohromady a jejich výtěžky byly sečteny.

RN	E [keV]	Y [%]	$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)$	$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{en}$
222Rn	511	7.6	0.08712	0.02971
214Pb	352	37.4	0.09800	0.02968
214Pb*	300	27.0	0.10670	0.02932
214Bi	609	46.0	0.08055	0.02951
214Bi*	1180	21.0	0.05687	0.02700
214Bi	1764	15.0	0.04800	0.02445
214Bi	2204	5.0	0.04447	0.02300

V tab. 2 jsou uvedeny nejintenzivnější energetické linky radonu a jeho krátkodobě žijících dceřinných produktů. Některé linky s blízkou energií byly pro zjednodušení sloučeny dohromady.

Dávka od linky s energií E příslušející některému dceřinnému produktu je rovna:

$$D_{progenies}(E) = \frac{1}{m_{cip}} \sum_i N_i^{abs} \cdot E \cdot 1,6 \times 10^{-16} \frac{1 - \exp(-\lambda T)}{\lambda}\,, \tag{40}$$

dávka od linky 511 keV od radonu je následující

$$D_{Rn}(511) = \frac{1}{m_{cip}} N_{air}^{abs} \cdot 511 \cdot 1,6 \times 10^{-16} \frac{1 - \exp(-\lambda T)}{\lambda}\,. \tag{41}$$

Faktor $1,6 \times 10^{-16}$ slouží k převodu z keV na Jouly, λ je přeměnová konstanta radonu a T je doba expozice v sekundách.

Celkový příspěvek od γ záření k dávce je

$$\boxed{D_\gamma = D_{Rn}(511) + \sum_E D_{progenies}(E)} \tag{42}$$

4.4 Konkrétní hodnoty

Vypočítal jsem D_α a D_γ pro $T = 1\,\text{den}$ a pro injektovanou koncentraci $a_0 = 1\,\text{kBq} \cdot \text{m}^{-3}$:

$$D_\alpha = 5{,}70\,\mu\text{Gy}\,, \tag{43}$$
$$D_\gamma = 0{,}21\,\mu\text{Gy}\,, \tag{44}$$
$$D_{celk} = 5{,}91\,\mu\text{Gy}\,. \tag{45}$$

Reference

[1] National Institute of Standards and Technology: aStar, Stopping-power and Range Tables for Helium Ions. 14. 5. 2019. Dostupné z `https://physics.nist.gov/PhysRefData/Star/Text/ASTAR.html`

[2] Ziegler, J. F.: SRIM - The Stopping and Range of Ions in Matter. 14. 5. 2019. Dostupné z http://srim.org/

[3] Dawkins, P.: Section 1-12 : Cylindrical Coordinates. Citováno 17. 5. 2019. Dostupné z http://tutorial.math.lamar.edu/Classes/CalcIII/CylindricalCoords.aspx

[4] Modeste Tchakoua Tchouaso: Odpověď na dotaz "How can I determine the energy spectrum of beta decay?"na webu ResearchGate. Citováno 4. 6. 2019. Dostupné z https://www.researchgate.net/post/How_can_I_determine_the_energy_spectrum_of_beta_decay