

# Čip v sudu s radonovou atmosférou

Michal Šesták

21. května 2019

## Obsah

<b>1 Úvod</b>	<b>1</b>
<b>2 Úlohy</b>	<b>2</b>
<b>3 Difúze radonu do čipu skrze pouzdro</b>	<b>2</b>
3.1 Popis difúzního šíření	2
3.2 Součinitel difúze a rozměry pouzdra	2
3.3 Numerické řešení difúzní rovnice	3
3.3.1 Počáteční a okrajové podmínky	3
3.3.2 Použitá metoda	4
3.4 Výsledek	4
3.5 Diskuze	5
3.6 Závěr	6
<b>4 Výpočet dávky absorbované v čipu</b>	<b>6</b>
4.1 Příspěvek od $\alpha$	7
4.1.1 Energetický příspěvek od $\alpha$ , které vznikly mimo čip a pouzdro	7
4.1.2 Energetický příspěvek od $\alpha$ , které vznikly uvnitř čipu a pouzdra	8
4.1.3 Celkový příspěvek k dávce	9
4.2 Příspěvek od $\beta$	9
4.3 Příspěvek of $\gamma$	9
4.3.1 Vzduch v sudu	10
4.3.2 Vnitřní povrch sudu	11
4.3.3 Povrch pouzdra	11
4.3.4 Příspěvek k dávce	11
4.4 Konkrétní hodnoty	12

## 1 Úvod

Účelem tohoto experimentu je zkoumání vlivu kosmického záření na chybovost integrovaného obvodu. Kosmické záření je simulováno radonovou atmosférou v plechovém uzemněném sudu válcové geometrie, v jehož středu je čip umístěn. Radonová atmosféra je vytvořena injekcí definované koncentrace radonu do sudu v daný počáteční čas. Kolem čipu jsou umístěny

TLD detektory, kterými měříme dávku absorbovanou v čipu. Dále se měří počet chyb zaznamenaných v různých segmentech čipu, např. v ADC nebo v paměti. Snahou je zjistit, zdali existuje nějaká závislost počtu chyb v čipu na velikosti absorbované dávky.

Problémem je, že zatímco  $\beta$  a  $\gamma$  záření je TLD detektory měřeno spolehlivě, u  $\alpha$  tomu tak není. Proto se přistoupilo k pokusu o výpočet dávky z jednotlivých složek záření ( $\alpha, \beta, \gamma$ ) pomocí teoretických poznatků.

Ještě předtím však bylo potřeba ověřit, že radon difunduje do zkoumaného čipu přes vrstvičku materiálu, která ho obklopuje, dostatečně rychle vzhledem k jeho radioaktivní přeměně. Pokud by difundoval mnohem pomaleji než se přeměňuje, pak by dávka (hlavně její část pocházející od  $\alpha$ ) byla nižší než v případě, kdy bychom uvažovali stejnou koncentraci radonu v čipu jako v okolním prostředí sudu. Proto byl výpočet dávky rozdělen do dvou úloh.

## 2 Úlohy

1. Ověření, zdali radon difunduje k čipu přes vrstvičku materiálu pouzdra dostatečně rychle vzhledem k radioaktivní přeměně radonu v sudu.
2. Výpočet dávky absorbované v čipu. Určují se jednotlivě příspěvky od záření  $\alpha, \beta, \gamma$ .

## 3 Difúze radonu do čipu skrze pouzdro

### 3.1 Popis difúzního šíření

Průběh šíření radonu difúzí v čase v daném materiálu popsaném difúzním součinitelem  $D$  se řídí druhým Fickovým zákonem

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \cdot \operatorname{div}(c) - \lambda c, \quad (1)$$

kde  $c = c(t; x, y, z)$  je koncentrace radonu v bodě  $(x, y, z)$  v čase  $t$ ,  $\lambda$  je přeměnová konstanta radonu;  $[c] = \text{Bq/m}^3$ ;  $[D] = \text{m}^2\text{s}^{-1}$ .

### 3.2 Součinitel difúze a rozměry pouzdra

Vzhledem k tomu, že známe pouze prvkové složení pouzdra a nevíme, z jakého materiálu je vyrobeno, tak byl uvažován difúzní součinitel o hodnotě

$$D = 3 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}, \quad (2)$$

což by měla být hodnota obvyklá pro pevné látky (zdroj?<sup>1</sup>). Čip je rozměrově kvádr o šířce a délce cca 7 mm a tloušťce 0,15 mm. Pouzdro ho obepíná, na bočních stranách čipu je 6,5 až 7 mm materiálu pouzdra, na horní a dolní ploše čipu je ho 0,69 mm.

---

<sup>1</sup>zkusit najít a doplnit

### 3.3 Numerické řešení difúzní rovnice

Řešení rovnice (1) v kartézských souřadnicích při daných rozměrech pouzdra by bylo zbytečně náročné, a proto se přistoupilo k aproximaci čipu koulí o poloměru  $R_1$  a pouzdra kulovou slupkou o poloměru  $R_2$  a tloušťce  $d$ . Pak lze rovnici (1) převést do sférických souřadnic  $(r, \varphi, \phi)$  s počátkem ve středu aproximujících útvarů:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial c}{\partial r} \right) - \lambda c, \quad (3)$$

kde navíc díky homogennosti koncentrace radonu v okolí pouzdra uvažujeme izotropní šíření, tj. nezávislé na souřadnicích  $\varphi$  a  $\phi$ , a proto  $c = c(t, r)$ . V prvním přiblížení byly aproximující parametry položeny hodnotám

$$R_1 = 5 \text{ cm}, \quad (4)$$

$$R_2 = 10 \text{ cm}, \quad (5)$$

$$d = R_2 - R_1 = 5 \text{ cm}, \quad (6)$$

v případě potřeby by byly zmenšeny. Rovnice (3) byla řešena jen uvnitř pouzdra.

#### 3.3.1 Počáteční a okrajové podmínky

Byly řešeny dva případy:

1. **Injektáž radonu:** v okolí čipu je konstantní koncentrace radonu  $c_0$  a uvnitř čipu a pouzdra je v počátečním čase nulová koncentrace, tj.:
  - počáteční podmínka je  $c(0, r) = c_u(0) = 0$  pro  $r \in (R_1, R_2)$ , kde  $c_u(t)$  je koncentrace radonu v kouli aproximující čip v blízkosti pouzdra,
  - okrajová podmínka na rozhraní pouzdra a okolního prostředí (dále jen vnější okrajová podmínka) je  $c(t, R_2) = c_0$  pro  $t \in [0, T]$ , kde  $T$  čas, do kterého chceme rovnici řešit,
  - okrajová podmínka na rozhraní pouzdra a čipu (dále jen vnitřní okrajová podmínka) bude uvedena později.
2. **Vypumpování radonu:** v okolí čipu je nulová koncentrace radonu a uvnitř čipu a pouzdra je koncentrace tentokrát v počátečním čase  $c_0$ , tedy:
  - počáteční podmínka je  $c(0, r) = c_u(0) = c_0$  pro  $r \in [R_1, R_2]$ ,
  - vnější okrajová podmínka je  $c(t, R_2) = 0$  pro  $t \in [0, T]$ ,
  - vnitřní okrajová podmínka bude uvedena později.

První případ představuje injektáž radonu do sudu s čipem, druhý pak vypumpování radonu ven ze sudu. Vnitřní okrajová podmínka vypadá následovně:

$$D \frac{\partial c(t, R_1)}{\partial r} = h \cdot (c(t, R_1) - c_u(t)), \quad (7)$$

kde  $h$  je tzv. přestupní koeficient vyjadřující schopnost přestupu radonu z pouzdra do čipu (nebo naopak),  $[h] = \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Jeho určení je velmi problematické a v podstatě nebyla provedena žádná systematická měření jeho hodnot pro rozhraní různých materiálů. Autoři článku [1] odhadují jeho hodnotu pro nezměřená rozhraní na

$$h = 0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad (8)$$

tato hodnota byla uvažována i v našich výpočtech.

Koncentrace uvnitř čipu  $c_u(t + \Delta t)$  se určí ze známé koncentrace v předchozím bodě časové sítě  $c_u(t)$  pomocí vztahů

$$E(t) = h \cdot (c(t, R_1) - c_u(t)), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} c_u(t + \Delta t) &= c_u(t) \cdot e^{-\lambda \Delta t} + \frac{E(t) \cdot A}{V \cdot \lambda} \cdot (1 - e^{-\lambda \Delta t}), \\ &= c_u(t) \cdot e^{-\lambda \Delta t} + \frac{3 \cdot E(t)}{R_1 \cdot \lambda} \cdot (1 - e^{-\lambda \Delta t}), \end{aligned} \quad (10)$$

kde  $E(t)$  exhalační rychlost z pouzdra do čipu (či naopak) v čase  $t$ ,  $[E] = \text{Bq} \cdot \text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$ , dále  $\Delta t$  je časový krok,  $\lambda$  je přeměnová konstanta radonu,  $A = 4\pi R_1^2$  je vnější plocha koule reprezentující čip a  $V = \frac{4}{3}\pi R_1^3$  je objem této koule. Vztahy (7), (9) a (10) byly převzaty z [1].

Vnější okrajová podmínka představuje Dirichletovu okrajovou podmínku, vnitřní pak Neumannovu okrajovou podmínku.

### 3.3.2 Použitá metoda

Pro určení prostorového a časového vývoje koncentrace v pouzdře  $c(t, r)$  pro  $t \in [0, T]$ ,  $r \in [R_1, R_2]$  a časového vývoje koncentrace uvnitř čipu v blízkosti pouzdra  $c_u(t)$  pro  $t \in [0, T]$  z rovnic (3), (7) a (10) byla použita Crank-Nicolsonova metoda [2, 3].

Z takto určeného vývoje je možné stanovit dobu  $T_1$ , resp.  $T_2$  (pro první a druhý případ), po níž bude radon difundovat přes pouzdro do čipu, dokud nebude v čipu s určitou tolerancí  $\varepsilon$  stejná koncentrace radonu jako ve vnějším prostředí. Při výpočtu byla použita tolerance

$$\varepsilon = 0,01. \quad (11)$$

## 3.4 Výsledek

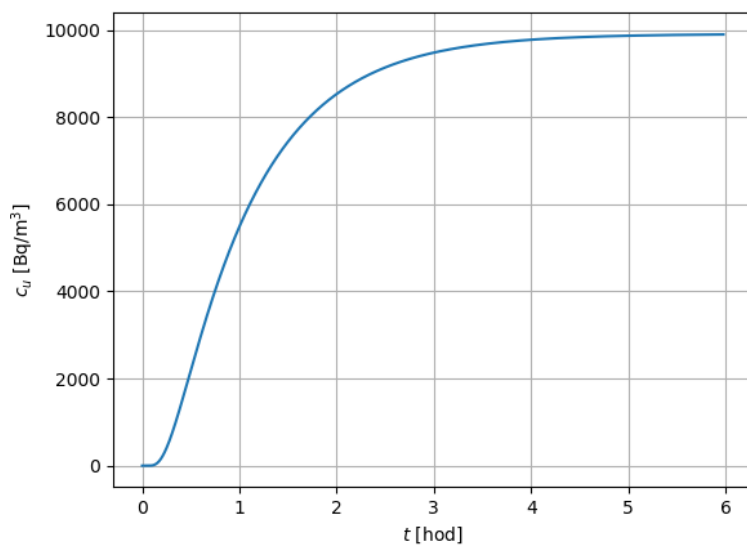
Časový vývoj  $c_u$  je pro oba dva případy k nahlédnutí v obr. 1.  $T_1$  a  $T_2$  vychází pro všechna testovaná  $c_0$  stejně:

$$T_1 = 5,98 \text{ hod}, \quad (12)$$

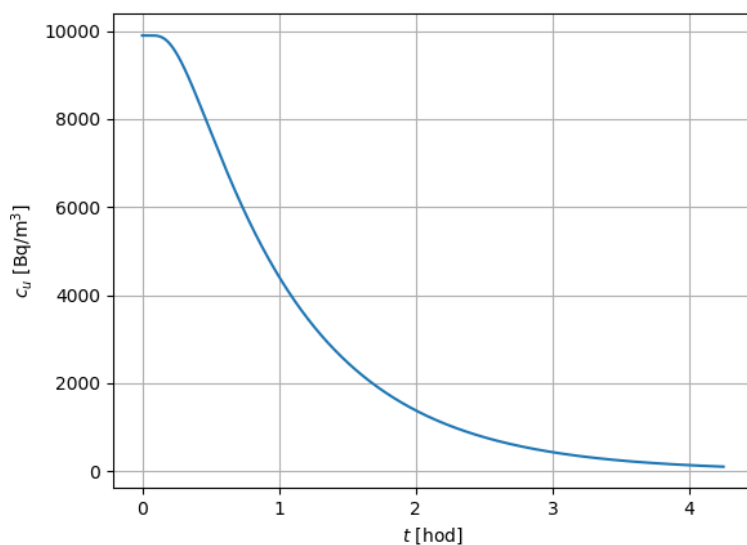
$$T_2 = 4,25 \text{ hod}, \quad (13)$$

$$T_1 + T_2 = 10,23 \text{ hod}, \quad (14)$$

doba  $T_1 + T_2$  představuje celkovou dobu trvání obou případů. Byly testovány následující hodnoty  $c_0$ :  $1 \text{ kBq/m}^3$ ,  $10 \text{ kBq/m}^3$ ,  $100 \text{ kBq/m}^3$ ,  $1 \text{ MBq/m}^3$



(a)



(b)

Obr. 1: V (a) je vidět časový vývoj koncentrace radonu v čipu v bezprostřední blízkosti pouzdra v prvním uvažovaném případě (injektáž radonu). V (b) je vidět vývoj  $c_u$  pro druhý případ (vypumpování radonu ze sudu ven). V obou případech uvažujeme  $c_0 = 10 \text{ kBq/m}^3$ .

### 3.5 Diskuze

Doby  $T_1$ ,  $T_2$  a  $T_1 + T_2$  jsou v porovnání s  $T_{1/2}(^{222}\text{Rn}) = 3,82$  dne krátké. Vzhledem k tomu že výpočet proběhl pro mnohem větší rozměry pouzdra než jaké ve skutečnosti jsou, tak můžeme říct, že v čipu je stejná koncentrace radonu jako v sudu po většinu času experimentu. Toto

tvrzení ovšem platí pouze za předpokladu, že uvažovaný součinitel difúze skrze pouzdro  $D$  není hodně nadhodnocený.

### 3.6 Závěr

Bylo ověřeno, že radon difunduje skrze pouzdro do čipu dostatečně rychle vzhledem k radioaktivní přeměně radonu.

## Reference

- [1] Jiránek M., Fronka A.: New technique for the determination of radon diffusion coefficient in radon-proof membranes. Radiat Prot Dosimetry. 2008;130(1):22-5. doi: 10.1093/rpd/ncn121.
- [2] Hellevik, L. R.: Numerical Methods for Engineers. Department of Structural Engineering, NTNU. 2018. Citováno 10. 5. 2019. Dostupné z [http://folk.ntnu.no/leifh/teaching/tkt4140/\\_main068.html#ch5:sec6](http://folk.ntnu.no/leifh/teaching/tkt4140/_main068.html#ch5:sec6) a [http://folk.ntnu.no/leifh/teaching/tkt4140/\\_main069.html#ex:52](http://folk.ntnu.no/leifh/teaching/tkt4140/_main069.html#ex:52)
- [3] Wikipedia, The Free Encyclopedia: Crank–Nicolson method. Citováno 10. 5. 2019. Dostupné z [https://en.wikipedia.org/wiki/Crank%E2%80%93Nicolson\\_method](https://en.wikipedia.org/wiki/Crank%E2%80%93Nicolson_method)

## 4 Výpočet dávky absorbované v čipu

I v této úloze aproximuje čip a pouzdro koulemi se středy ve stejném bodě, zde však s poloměry  $R_1$ , resp.  $R_2$ :

$$R_1 = 3,0 \text{ mm} , \quad (15)$$

$$R_2 = 3,1 \text{ mm} , \quad (16)$$

které odpovídající více reálným rozměrům čipu a pouzdra. Objem a hmotnost čipu jsou označeny jako  $V_{cip}$  a  $m_{cip}$ :

$$V_{cip} = 0,0073 \text{ cm}^3 , \quad (17)$$

$$m_{cip} = 1,7 \times 10^{-5} \text{ kg} . \quad (18)$$

Při výpočtu  $m_{cip}$  bylo uvažováno, že celý čip je z křemíku.

Sud je válec o poloměru a výšce

$$R_{sud} = 27 \text{ cm} , \quad (19)$$

$$h_{sud} = 83 \text{ cm} \quad (20)$$

a jeho objem je

$$V_{sud} = 0,19 \text{ m}^3 . \quad (21)$$

Uvažujeme faktor nerovnováhy  $F = 0,1$ . Objemová aktivita radonu je označena  $a$ . Do sudu je na začátku experimentu jednorázově injektována počáteční koncentrace radonu  $a_0$ , průběh  $a$  v sudu se pak řídí exponenciálním rozpadem.

## 4.1 Příspěvek od $\alpha$

V následujících dvou podkapitolách budou určeny energetické příspěvky od  $\alpha$  částic vzniklých mimo a uvnitř čipu, resp. pouzdra, při dané aktivitě  $a_0$  za jednotkový časový interval (tj. 1 s). V následující podkapitole proběhne časová integrace těchto příspěvků přes zadanou dobu expozice a následné podělení hmotností pro určení dávky od  $\alpha$  částic.

### 4.1.1 Energetický příspěvek od $\alpha$ , které vznikly mimo čip a pouzdro

Částice  $\alpha$  o dané počáteční energii  $T_0$  má v daném prostředí známý maximální dosah  $R_{max}$  [1]. Proto lze okolo čipu uvažovat kouli o poloměru

$$R_3 = R_{max} + R_2 ,$$

v jejímž objemu vzniklé alfa částice mohou dolétnout k pouzdru. Alfa částice emitované mimo tuto kouli budou zastaveny dříve než doletí k pouzdru čipu. Ztrátu energie částice alfa, která vznikla ve vzdálenosti  $r \in [R_2, R_3]$  od pouzdra, po projití vrstvy vzduchu o tloušťce  $r$  je možné zjistit z tabelovaných hodnot brzdných schopností [1] a pomocí následujícího jednoduchého algoritmu:

1. *Inicializace:*

$$\begin{aligned} x &= 0 , \\ dE &= 0 , \\ dx &= 0,1 . \end{aligned}$$

$x$  je doposud ušlá dráha alfa částice;  $dE$  je ztráta energie, která je vypočítávána v každé iteraci;  $dx$  je krok, my jej bereme roven jednomu milimetru.

2. *Iterace:*

$$x = x + dx , \tag{22}$$

kontrola  $x < r$ ,

$$\begin{aligned} dE &= \frac{dE}{dx}(T_i) \cdot dx , \\ T_{i+1} &= T_i - dE , \end{aligned}$$

kontrola  $dE > 0$  a  $T_{i+1} > 0$ .

$\frac{dE}{dx}(T_i)$  je brzdná schopnost alfa částice o energii  $T_i$  ve vzduchu. Spojitá závislost  $\frac{dE}{dx}$  na  $T$  byla získána interpolováním tabelovaných hodnot z [1] kubickým splinem.

3. *Ukončení cyklu:*

pokud byla porušena jakákoliv kontrola v předchozím bodě, pak je cyklus ukončen a momentální  $T$  je energie, která alfa částici zbyla při příchodu k pouzdru.

Předchozí algoritmus je vlastně funkcí vzdálenosti vzniku alfa částice od pouzdra, tj.  $r$ , označme ji  $f_0(r)$ . Po přenásobením korekcí na prostorový úhel

$$k_1 = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \frac{r}{\sqrt{r^2 + R_1^2}} \right) ,$$

a faktorem zohledňujícím skutečnost, že nás zajímají alfy z celé slupky s vnitřním poloměrem  $r$  a vnějším poloměrem  $r + dr$

$$k_2 = 4\pi r^2,$$

získáváme funkci  $f(r)$ , kterou lze zintegrovat od  $R_2$  do  $R_3$ , tj.

$$I = \int_{R_2}^{R_3} f(r) = \int_{R_2}^{R_3} k_1(r) \cdot k_2(r) \cdot f_0(r) dr. \quad (23)$$

Tato veličina představuje střední hodnotu zbylé energie alfa částice s danou počáteční energií  $T_0$  po dojití k pouzdru, která je přenásobená objemem kulové slupky s poloměry  $R_2$  a  $R_3$  a její rozměr je tedy

$$[I] = \text{MeV} \cdot \text{cm}^3. \quad (24)$$

Po vydělení  $I$  integrovaným objemem  $V = \frac{4}{3}\pi(R_3^3 - R_2^3)$  získáváme střední energii alfa částice u vstupu do pouzdra:

$$\bar{E} = \frac{I}{V}. \quad (25)$$

Vypočítané hodnoty  $I$ ,  $\bar{E}$  a počáteční kinetické energie  $T_0$  alfa částic emitovaných radonem a jeho krátkodobě žijících dceřinných produktů jsou v tabulce 1.

Tab. 1: Počáteční energie,  $I$  a  $\bar{E}_{\text{pouzdro}}$  alfa částic emitovaných radonem a jeho krátkodobě žijícími dceřinnými produkty (RN=radionuklid).

RN	$T_0$ [MeV]	$I$ [MeV · cm <sup>3</sup> ]	$\bar{E}$ [MeV]
<sup>222</sup> Rn	5,489	3,164	0,008
<sup>218</sup> Po	6,002	4,105	0,007
<sup>214</sup> Po	7,689	8,363	0,005

**Energetický příspěvek:** Energetický příspěvek od  $\alpha$  částic vzniklých mimo objem pouzdra a čipu je možné vypočítat z

$$E_{vne} = (\bar{E}_{222}V_{222} + \bar{E}_{218}V_{218}F + \bar{E}_{214}V_{214}F)a_0, \quad (26)$$

$$= (I_{222} + I_{218}F + I_{214}F)a_0 \quad [\text{MeV}], \quad (27)$$

kde  $F$  je faktor nerovnováhy.

**Nadhodnocení:** Bohužel tento postup nezahrnuje ztrátu energie v pouzdru, jelikož v databázi [1] nelze definovat vlastní materiály. Pro tyto účely je vhodný program SRIM [2], avšak ten mi nebyl doposud nainstalován. Důsledkem je, že je dávka od tohoto příspěvku nadhodnocena.

#### 4.1.2 Energetický příspěvek od $\alpha$ , které vznikly uvnitř čipu a pouzdra

Energetický příspěvek těchto  $\alpha$  jsem odhadl jako jednu polovinu počátečních energií všech  $\alpha$  částic vzniklých v objemu čipu, tj.:

$$E_{vnitrek} = \frac{1}{2} \cdot (5,489 + 6,002 + 7,689) \cdot a_0 \cdot V_{cip} \quad [\text{MeV}]. \quad (28)$$



Tento odhad lze odůvodnit tím, že  $\alpha$  částice mají malý dosah, a proto pokud nejsou emitovány blízko povrchu čipu směrem ven, tak jsou absorbovány uvnitř čipu.

#### 4.1.3 Celkový příspěvek k dávce

Příspěvek od  $\alpha$  k dávce je roven:

$$D_\alpha = \frac{1}{m_{cip}} (E_{vne} + E_{uvnitr}) \cdot 1,6 \times 10^{-13} \frac{1 - \exp(-\lambda T)}{\lambda}, \quad (29)$$

kde  $1,6 \times 10^{-13}$  je převodní faktor z MeV na Jouly,  $\lambda$  je přeměnová konstanta radonu a  $T$  je doba expozice.

#### 4.2 Příspěvek od $\beta$

Tento příspěvek stále nebyl určen. Vzhledem k charakteru  $\beta$  záření je potřeba použít metody Monte Carlo.

#### 4.3 Příspěvek of $\gamma$

U  $\gamma$  záření postupujeme podobným způsobem jako u  $\alpha$  s tím rozdílem, že se zde nepočítá s brzdými schopnostmi, ale s exponenciálním zeslabováním svazku

$$N(d) = N_0 e^{-\left(\frac{\mu}{\rho}\right) \cdot \rho \cdot d}, \quad (30)$$

kde  $N_0$  je počet fotonů o dané energii  $E$  před vstupem materiálu o hustotě  $\rho$ ,  $N(d)$  je počet nerozptýlených fotonů po projití materiálu o tloušťce  $d$  a  $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)$  je hmotnostní součinitel zeslabení  $\gamma$  záření v uvažovaném materiálu.

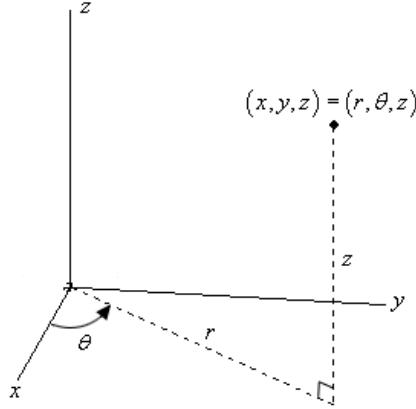
**Důležité:** V dalším postupu předpokládáme, že pokud se kvantum  $\gamma$  záření rozptýlí, pak již nemůže přispět k dávce absorbované v čipu, tj. uvažujeme úzký svazek. Tato aproximace je částečně ospravedlněna velikou pronikavostí  $\gamma$  záření ve vzduchu.

Vzhledem k tomu, že sud je rozměrově válec, tak s výhodou využijeme cylindrických souřadnic  $(r, \theta, z)$ , jejichž význam je znázorněn v obr. 2. Definujme následující funkci:

$$f(r, z) = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{r^2 + z^2}{r^2 + z^2 + R_1^2}} \right) \cdot e^{-\mu \sqrt{r^2 + z^2}}, \quad (31)$$

kde  $\mu$  lineární součinitel zeslabení vzduchu. Tato funkce vyjadřuje, jaký zlomek fotonů vznikající v bodě o daných souřadnicích  $r$  a  $z$  a libovolné souřadnici  $\theta \in [0, 2\pi)$  dojde bez rozptýlení ke středu čipu (tím se dopouštíme určité nepřesnosti, jelikož správně bychom měli uvažovat pouze dráhu od místa vzniku k povrchu pouzdra a pak počítat zeslabování v pouzdru). Faktor

$$\frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{r^2 + z^2}{r^2 + z^2 + R_1^2}} \right) \quad (32)$$



Obr. 2: Význam cylindrických souřadnic. [3]

zohledňuje korekci na prostorový úhel a exponenciála  $e^{-\mu\sqrt{(r^2+z^2)}}$  představuje zeslabování svazku. Funkce  $f(r, z)$  je nezávislá na souřadnici  $\theta$ , jelikož předpokládáme homogenní rozložení koncentrace radonu uvnitř sudu.

Uvažujeme několik zdrojů  $\gamma$  záření:

1. *vzduch v sudu*, ve kterém je radon o dané koncentrace  $a$  a část vznikajících dceřinných produktů, jejichž koncentrace je dána vztahem  $a \cdot F$ .
2. *Vnitřní povrch sudu*, na který se deponují dceřinné produkty.
3. *Povrch pouzdra*, na který se též deponují dceřinné produkty.

**Zanedbání:** Zanedbáváme  $\gamma$  záření vznikající uvnitř čipu a pouzdra. Dále neuvažujeme zeslabení svazku uvnitř pouzdra s přihlédnutím k jeho tloušťce.

#### 4.3.1 Vzduch v sudu

Počet  $\gamma$  kvant dané energie, které došly k čipu (při zanedbání pouzdra) v daný časový interval  $[t, t + dt]$ , lze vypočítat z

$$N_{air} = a_{air}(t) \cdot Y \cdot 2 \int_{R_1}^{R_{sud}} \int_{R_1}^{h_{sud}} f(r, z) dz dr, \quad (33)$$

kde  $Y$  je výtěžek dané energetické linky a

$$a_{air} = \begin{cases} a & \text{pro } \gamma \text{ od radonu,} \\ a \cdot F & \text{pro } \gamma \text{ od dcer.} \end{cases} \quad (34)$$

Při tomto výpočtu zanedbáváme příspěvky od  $\gamma$  záření vznikající v souřadnicích  $r \in [0, R_1]$ ,  $z \in [0, R_1]$ . Výpočtem bylo ověřeno, že toto zanedbání lze provést.

#### 4.3.2 Vnitřní povrch sudu

Koncentrace dceřinných produktů na stěně je rovna

$$a_{sud} = a \cdot \frac{V_{sud}}{S_{sud}} \cdot (1 - F), \quad (35)$$

kde  $S_{sud} = 1,866 \text{ m}^2$  je povrch vnitřního povrchu sudu. Hledaný počet  $\gamma$  částic došlých k čipu:

$$N_{sud} = a_{sud}(t) \cdot Y \cdot 2 \left( \int_0^{R_{sud}} f(r, h_{sud}) dr + \int_0^{h_{sud}} f(R_{sud}, z) dz \right). \quad (36)$$

#### 4.3.3 Povrch pouzdra

Koncentrace dceřinných produktů na pouzdro je

$$a_{pouzdro} = \frac{S_{pouzdro}}{S_{pouzdro} + S_{sud}} \cdot a \cdot \frac{V_{sud}}{S_{pouzdro}} \cdot (1 - F), \quad (37)$$

kde  $S_{pouzdro} = 8,81 \text{ cm}^2$  je povrch pouzdra (vypočten ze skutečných rozměrů). Faktor  $S_{sud}/(S_{sud} + S_{pouzdro})$  by správně měl být i v (35), ale tam může být zanedbán díky jeho blízkosti jedničce.

$N_{pouzdro}$  bylo odhadnuto následovně:

$$N_{pouzdro} = \frac{1}{4} \cdot a_{pouzdro} \cdot Y. \quad (38)$$

Tento odhad se snaží nadhodnocovat příspěvek od dcer deponovaných na pouzdře.

#### 4.3.4 Příspěvek k dávce

Nejprve je třeba určit počet částic absorbovaných čipu. To se zjistí pomocí hmotnostního součinitele absorpce  $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{en}$  ze vztahu

$$N_i^{abs} = N_i \left( 1 - e^{-\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{en} \cdot \rho_{cip} \cdot 2R_1} \right), \quad (39)$$

kde  $i \in \{air, sud, pouzdro\}$ .

V tab. 2 jsou uvedeny nejintenzivnější energetické linky radonu a jeho krátkodobě žijících dceřinných produktů. Některé linky s blízkou energií byly pro zjednodušení sloučeny dohromady. Dávka od linky s energií  $E$  příslušející některému dceřinnému produktu je rovna:

$$D_{progenies}(E) = \frac{1}{m_{cip}} \sum_i N_i^{abs} \cdot E \cdot 1,6 \cdot 10^{-16} \frac{1 - \exp(-\lambda t)}{\lambda}, \quad (40)$$

dávka od linky 511 keV od radonu je následující

$$D_{Rn}(511) = \frac{1}{m_{cip}} N_{air}^{abs} \cdot 511 \cdot 1,6 \cdot 10^{-16} \frac{1 - \exp(-\lambda t)}{\lambda}. \quad (41)$$

Faktor  $1,6 \cdot 10^{-16}$  slouží k převodu z keV na Jouly,  $\lambda$  je přeměnová konstanta radonu.

Celkový příspěvek od  $\gamma$  záření k dávce je

$$D_\gamma = D_{Rn}(511) + \sum_E D_{progenies}(E) \quad (42)$$

Tab. 2: Energie  $E$ , výtěžek  $Y$  a hmotnostní součinitel zeslabení  $\frac{\mu}{\rho}$ , resp. absorpce  $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{en}$  daného  $\gamma$  záření od uvedeného radionuklidu (RN). Řádek s hvězdičkou u RN značí, že u daného radionuklidu bylo z důvodu zjednodušení sloučeno několik blízkých energetických linek dohromady a jejich výtěžky byly sečteny.

RN	$E$ [keV]	$Y$ [%]	$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)$	$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{en}$
222Rn	511.0	7.6	0.08712	0.02971
214Pb	352.0	37.4	0.09800	0.02968
214Pb*	300.0	27.0	0.10670	0.02932
214Bi	609.0	46.0	0.08055	0.02951
214Bi*	1180.0	21.0	0.05687	0.02700
214Bi	1764.0	15.0	0.04800	0.02445
214Bi	2204.0	5.0	0.04447	0.02300

#### 4.4 Konkrétní hodnoty

Vypočítal jsem  $D_\alpha$  a  $D_\gamma$  pro  $T = 1$  den a pro injektovanou koncentraci  $a_0 = 1 \text{ kBq} \cdot \text{m}^{-3}$ :

$$D_\alpha = 5,70 \mu\text{Gy} , \quad (43)$$

$$D_\gamma = 0,21 \mu\text{Gy} , \quad (44)$$

$$D_{celk} = 5,91 \mu\text{Gy} . \quad (45)$$

## Reference

- [1] National Institute of Standards and Technology: aStar, Stopping-power and Range Tables for Helium Ions. 14. 5. 2019. Dostupné z <https://physics.nist.gov/PhysRefData/Star/Text/ASTAR.html>
- [2] Ziegler, J. F.: SRIM - The Stopping and Range of Ions in Matter. 14. 5. 2019. Dostupné z <http://srim.org/>
- [3] Dawkins, P.: Section 1-12 : Cylindrical Coordinates. Citováno 17. 5. 2019. <http://tutorial.math.lamar.edu/Classes/CalcIII/CylindricalCoords.aspx>