

Čip v sudu s radonovou atmosférou

Michal Šesták

30. dubna 2019

Obsah

1 Úvod	1
2 Úlohy	1
3 Difúze radonu do čipu skrze pouzdro	2
3.1 Popis difúzního šíření	2
3.2 Součinitel difúze a rozměry pouzdra	2
3.3 Numerické řešení difúzní rovnice	2
3.4 Osnova (pro mě)	3
4 Výpočet dávky absorbované v čipu	4

1 Úvod

Účelem tohoto experimentu je zkoumání vlivu kosmického záření na chybovost integrovaného obvodu. Kosmické záření je simulováno radonovou atmosférou v plechovém uzemněném sudu válcové geometrie, v jehož středu je čip umístěn. Radonová atmosféra je vytvořena injekcí definované koncentrace radonu do sudu v daný počáteční čas. Kolem čipu jsou umístěny TLD detektory, kterými měříme dávku absorbovanou v čipu. Dále se měří počet chyb zaznamenaných v různých segmentech čipu, např. v ADC nebo v paměti. Snahou je zjistit, zdali existuje nějaká závislost počtu chyb v čipu na velikosti absorbované dávky.

Problémem je, že zatímco β a γ záření je TLD detektory měřeno spolehlivě, u α tomu tak není. Proto se přistoupilo k pokusu o výpočet dávky z jednotlivých složek záření (α, β, γ) pomocí teoretických poznatků.

Ještě předtím však bylo potřeba ověřit, že radon difunduje do zkoumaného čipu přes vrstvičku materiálu, která ho obklopuje, dostatečně rychle vzhledem k jeho radioaktivní přeměně. Pokud by difundoval mnohem pomaleji než se přeměňuje, pak by dávka (hlavně její část pocházející od α) byla nižší než v případě, kdy bychom uvažovali stejnou koncentraci radonu v čipu jako v okolním prostředí sudu. Proto byl výpočet dávky rozdělen do dvou úloh.

2 Úlohy

1. Ověření, zdali radon difunduje k čipu přes vrstvičku materiálu pouzdra dostatečně rychle vzhledem k radioaktivní přeměně radonu v sudu.

2. Výpočet dávky absorbované v čipu. Určují se jednotlivě příspěvky od záření α, β, γ .

3 Difúze radonu do čipu skrze pouzdro

3.1 Popis difúzního šíření

Průběh šíření radonu difúzí v čase v daném materiálu popsaném difúzním součinitelem D se řídí druhým Fickovým zákonem

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \cdot \operatorname{div}(c), \quad (1)$$

kde $c = c(t; x, z, y)$ je koncentrace radonu v bodě (x, y, z) v čase t , $[c] = \text{Bq/m}^3$; $[D] = \text{m}^2\text{s}^{-1}$.

3.2 Součinitel difúze a rozměry pouzdra

Vzhledem k tomu, že známe pouze prvkové složení pouzdra a nevíme, z jakého materiálu je vyrobeno, tak byl uvažován difúzní součinitel o hodnotě

$$D = 3 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}, \quad (2)$$

což by měla být hodnota obvyklá pro pevné látky (zdroj?¹). Čip je rozměrově kvádr o šířce a délce cca 7 mm a tloušťce 0,15 mm. Pouzdro ho obepíná, tj. jedná se také o kvádr. Na bočních stranách čipu je 6,5 až 7 mm materiálu pouzdra, na horní a dolní ploše čipu je ho 0,69 mm.

3.3 Numerické řešení difúzní rovnice

Řešení rovnice (1) v kartézských souřadnicích při daných rozměrech pouzdra by bylo zbytečně náročné, a proto se přistoupilo k aproximaci čipu koulí o poloměru R_1 a pouzdra kulovou slupkou o poloměru R_2 a tloušťce d . Pak lze rovnici (1) převést do sférických souřadnic (r, φ, ϕ) s počátkem ve středu aproximujících útvarů:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial c}{\partial r} \right), \quad (3)$$

kde navíc díky homogennosti koncentrace radonu v okolí pouzdra uvažujeme izotropní šíření, tj. nezávislé na souřadnicích φ a ϕ , a proto $c = c(t, r)$. Pro numerickou jednoduchost byly nejprve aproximující parametry položeny hodnotám

$$R_1 = 5 \text{ cm}, \quad (4)$$

$$R_2 = 10 \text{ cm}, \quad (5)$$

$$d = R_2 - R_1 = 5 \text{ cm}, \quad (6)$$

v případě potřeby by byly zmenšeny. Rovnice (3) byla řešena jen uvnitř pouzdra. Byly řešeny dva případy:

1. v okolí čipu je konstantní koncentrace radonu c_0 a uvnitř čipu a pouzdra je v počátečním čase nulová koncentrace, tj.:

¹zkusit najít a doplnit

- počáteční podmínka je $c(0, r) = c_u(0) = 0$ pro $r \in (R_1, R_2)$, kde $c_u(t)$ je koncentrace radonu v kouli aproximující čip v blízkosti pouzdra,
 - okrajová podmínka na rozhraní pouzdra a okolního prostředí (dále jen vnější okrajová podmínka) je $c(t, R_2) = c_0$ pro $t \in [0, T]$, kde T čas, do kterého chceme rovnici řešit,
 - okrajová podmínka na rozhraní pouzdra a čipu (dále jen vnitřní okrajová podmínka) bude uvedena později.
2. V okolí čipu je nulová koncentrace radonu a uvnitř čipu a pouzdra je koncentrace tentokrát v počátečním čase c_0 , tedy:
- počáteční podmínka je $c(0, r) = c_u(0) = c_0$ pro $r \in [R_1, R_2]$,
 - vnější okrajová podmínka je $c(t, R_2) = 0$ pro $t \in [0, T]$,
 - vnitřní okrajová podmínka bude uvedena později.

První případ představuje injektáž radonu do sudu s čipem, druhý pak vypumpování radonu ven ze sudu. Vnitřní okrajová podmínka vypadá následovně:

$$D \frac{\partial c(t, R_1)}{\partial r} = h \cdot (c(t, R_1) - c_u(t)), \quad (7)$$

kde h je tzv. přestupní koeficient vyjadřující schopnost přestupu radonu z pouzdra do čipu (nebo naopak), $[h] = \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Koncentrace uvnitř čipu $c_u(t + \Delta t)$ se určí ze známé koncentrace v předchozím bodě časové sítě $c_u(t)$ pomocí vztahů

$$E(t) = h \cdot (c(t, R_1) - c_u(t)), \quad (8)$$

$$\begin{aligned} c_u(t + \Delta t) &= c_u(t) \cdot e^{-\lambda \Delta t} + \frac{E(t) \cdot A}{V \cdot \lambda} \cdot (1 - e^{-\lambda \Delta t}), \\ &= c_u(t) \cdot e^{-\lambda \Delta t} + \frac{3 \cdot E(t)}{R_1 \cdot \lambda} \cdot (1 - e^{-\lambda \Delta t}), \end{aligned} \quad (9)$$

kde $E(t)$ exhalační rychlost z pouzdra do čipu (či naopak) v čase t , $[E] = \text{Bq} \cdot \text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$, dále Δt je časový krok, λ je přeměnová konstanta radonu, $A = 4\pi R_1^2$ je vnější plocha koule reprezentující čip a $V = \frac{4}{3}\pi R_1^3$ je objem této koule. Vztahy (7), (8) a (9) byly převzaty z [1].

3.4 Osnova (pro mě)

- Předpoklady (hodnota difúzního součinitele)
- Fickův zákon
- Crank-Nicolsonova metoda
- Výsledek

4 Výpočet dávky absorbované v čipu

Reference

- [1] Jiránek M, Fronka A.: New technique for the determination of radon diffusion coefficient in radon-proof membranes. Radiat Prot Dosimetry. 2008;130(1):22-5. doi: 10.1093/rpd/ncn121.