



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)
دانشکده مهندسی برق

کنترل تطبیقی ربات موازی کابلی

نگارش
ستایش خاصه تراش

استاد
دکتر حیدرعلی طالبی

تیر ۱۴۰۴



چکیده

هدف از این امتحان، پیاده‌سازی تخمینگر و کنترلرکننده در راستای فهم بهتر مفاهیم درس کنترل تطبیقی است. در این تکلیف به تخمین پارامترهای یک ربات موازی کابلی پرداخته شده و همچنین کارایی الگوریتم‌های متفاوت مورد بررسی قرار گرفته است.

صفحه	فهرست مطالب
1	فصل اول مقدمه.....
3	فصل دوم پاسخ به پرسش ها.....
4	2-1- تخمین پارامتر های ماتریس جرمی.....
7	2-2- کنترل تطبیقی مدل مرجع فیدبک حالت.....
13	2-3- تخمین پارامتر.....
15	2-4- کنترل کننده تطبیقی مدل مرجع فیدبک حالت.....
16	2-5- طراحی رویتنگر.....
21	2-6- کنترل کننده MRAC فیدبک خروجی.....
23	2-7- کنترل مقاوم.....

فصل اول

مقدمه

مقدمه

هدف این پروژه ، طراحی، تحلیل و پیاده‌سازی کنترلر تطبیقی برای یک ربات موازی کابلی با پارامترهای نامعین است. این سیستم دارای ویژگی‌هایی مانند دینامیک غیرخطی، پارامترهای نامشخص، و ساختار قابل‌مدلسازی است. در این گزارش نحوه رسیدن به پاسخ پرسش‌هایی مطرح شده و نتیجه به دست آمده می باشد.

فصل دوم

پاسخ به پرسش ها

1-2- تخمین پارامتر های ماتریس جرمی

در این بخش از پروژه، هدف تخمین پارامتر های ماتریس جرم می باشد. برای تخمین پارامتر های این سیستم از دو روش جبری و دینامیکی استفاده می شود. مدل اصلی سیستم به صورت فضای حالت غیرخطی در ابتدا تعریف شده و سپس تخمین پیاده سازی می شود. با توجه به اینکه قانون تطبیق برای پارامتر های ماتریس جرمی خواسته شده این بدین معناست که پارامتر های C و G شناخته شده هستند. همچنین با توجه به دانستن ماتریس G مشخص و شکل کلی ماتریس M بردار $f(x)$ نیز شناخته شده می شود.

در ابتدا سیستم به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & -M^{-1}C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} f_{total}$$

حال قوانین تطبیق برای پارامتر های مجهول به دست آورده می شوند. (در این بخش قانون تطبیق کلی نوشته می شود با فرض ندانستن تمامی پارامتر ها. باقی پارامتر ها به جای تطبیق یافته شان از پارامتر های معلوم استفاده می شود کخ در بالا تر توضیح داده شد. قوانین تطبیق زیر برای بخش ۲-۳ نیز قابل استفاده می باشند).

$$\begin{aligned} \dot{x}_p &= A_p x_p + B_p u + \alpha f_{cmp} \\ A_p, B_p, \alpha & \text{ unknown constants} \\ 1) \text{ parametrization} \\ \hat{x}_p &= A_m \hat{x}_p + (\hat{A}_p - A_m) x_p + \hat{B}_p u + \hat{\alpha} f_{cmp} \\ 2) \text{ dynamic of error} & \quad A_m^T P + P A_m = -Q \\ e &= \hat{x}_p - x_p \rightarrow \dot{e} = \hat{\dot{x}}_p - \dot{x}_p \\ \dot{e} &= A_m \hat{x}_p + (\hat{A}_p - A_m) x_p + \hat{B}_p u + \hat{\alpha} f_{cmp} - A_p x_p - B_p u - \alpha f_{cmp} \\ \dot{e} &= A_m e + (\hat{A}_p - A_p) x_p + (\hat{B}_p - B_p) u + (\hat{\alpha} - \alpha) f_{cmp} \\ e &= A_m e + \underbrace{\varphi_1}_{\varphi_1} x_p + \underbrace{\varphi_2}_{\varphi_2} u + \underbrace{\varphi_3}_{\varphi_3} f_{cmp} \end{aligned}$$

3) Adaptation law

$$V = \frac{1}{2} (e^T P e + \text{Tr}(\varphi_1^T \varphi_1 + \psi^T \psi + \varphi_2^T \varphi_2))$$

$$\dot{V} = \frac{1}{2} (e^T P \dot{e} + \dot{e}^T P e) + \text{Tr}(\varphi_1^T \dot{\varphi}_1) + \text{Tr}(\psi^T \dot{\psi}) + \text{Tr}(\varphi_2^T \dot{\varphi}_2)$$

($\dot{e} \sim$ in 2) section)

$$\rightarrow \dot{V} = \frac{1}{2} (e^T P A m e + e^T A m^T P e) + \eta p^T \varphi_1^T P e + \alpha \psi^T P e + \text{Tr}(\varphi_1^T \dot{\varphi}_1) + \dots$$

$$\rightarrow \dot{V} = -\frac{1}{2} e^T Q e + \text{Tr}(\varphi_1^T (\dot{\varphi}_1 + P e x p^T)) + \text{Tr}(\psi^T (\dot{\psi} + P e u^T)) + \text{Tr}(\varphi_2^T (\dot{\varphi}_2 + P e f_{\text{mp}}^T))$$

$$\dot{\varphi}_1 = -P e x p^T \quad \dot{\psi} = -P e u^T \quad \dot{\varphi}_2 = -P e f_{\text{mp}}^T$$

As we know $\rightarrow A p = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & m^{-1}k \end{bmatrix}$ is stable and u is bounded

x_p is bounded

$e = A m e + \varphi_1 x_p + \psi u + \varphi_2 f_{\text{mp}}$ is bounded

$\rightarrow \dot{V}$ is bounded

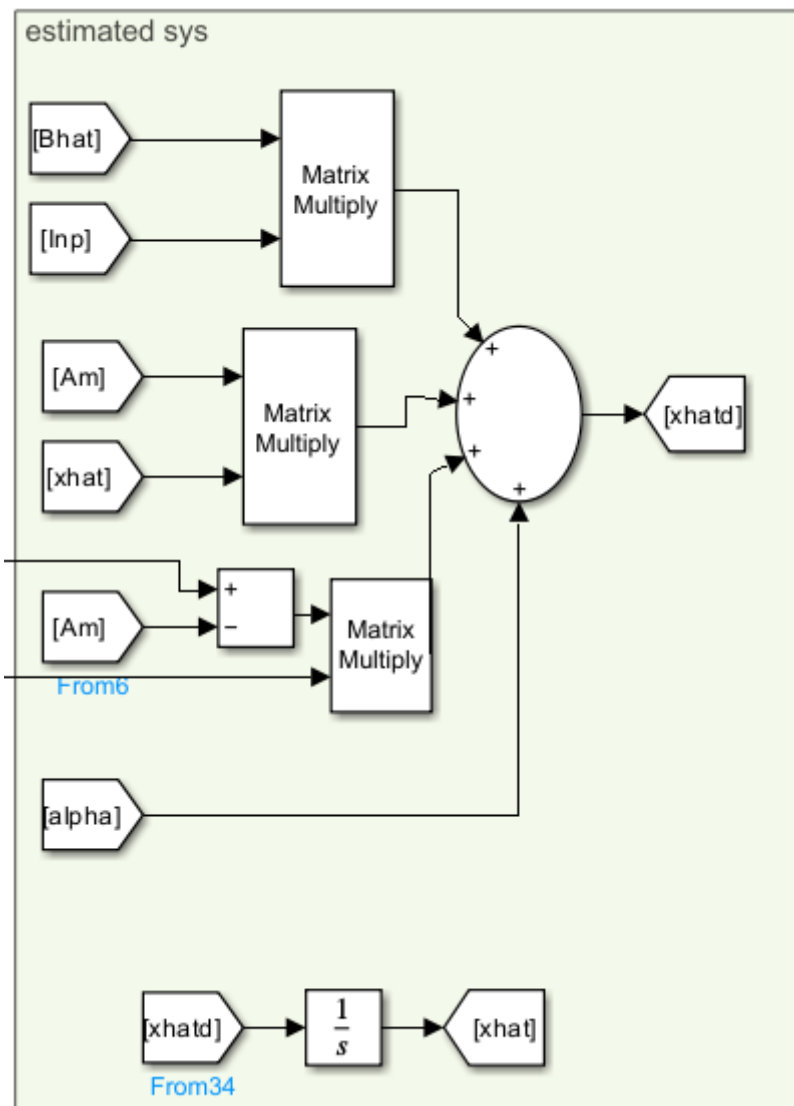
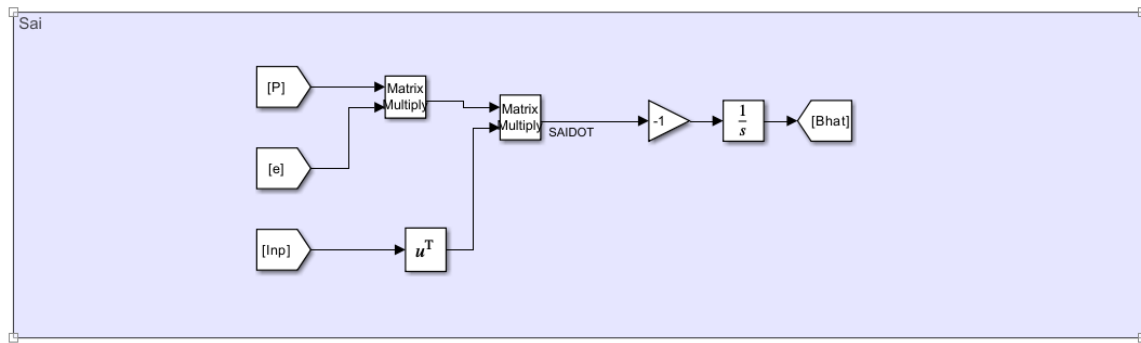
\dot{V} is uniformly continuous,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \dot{V}(\tau) d\tau = V(\infty) - V(0) < \infty$$

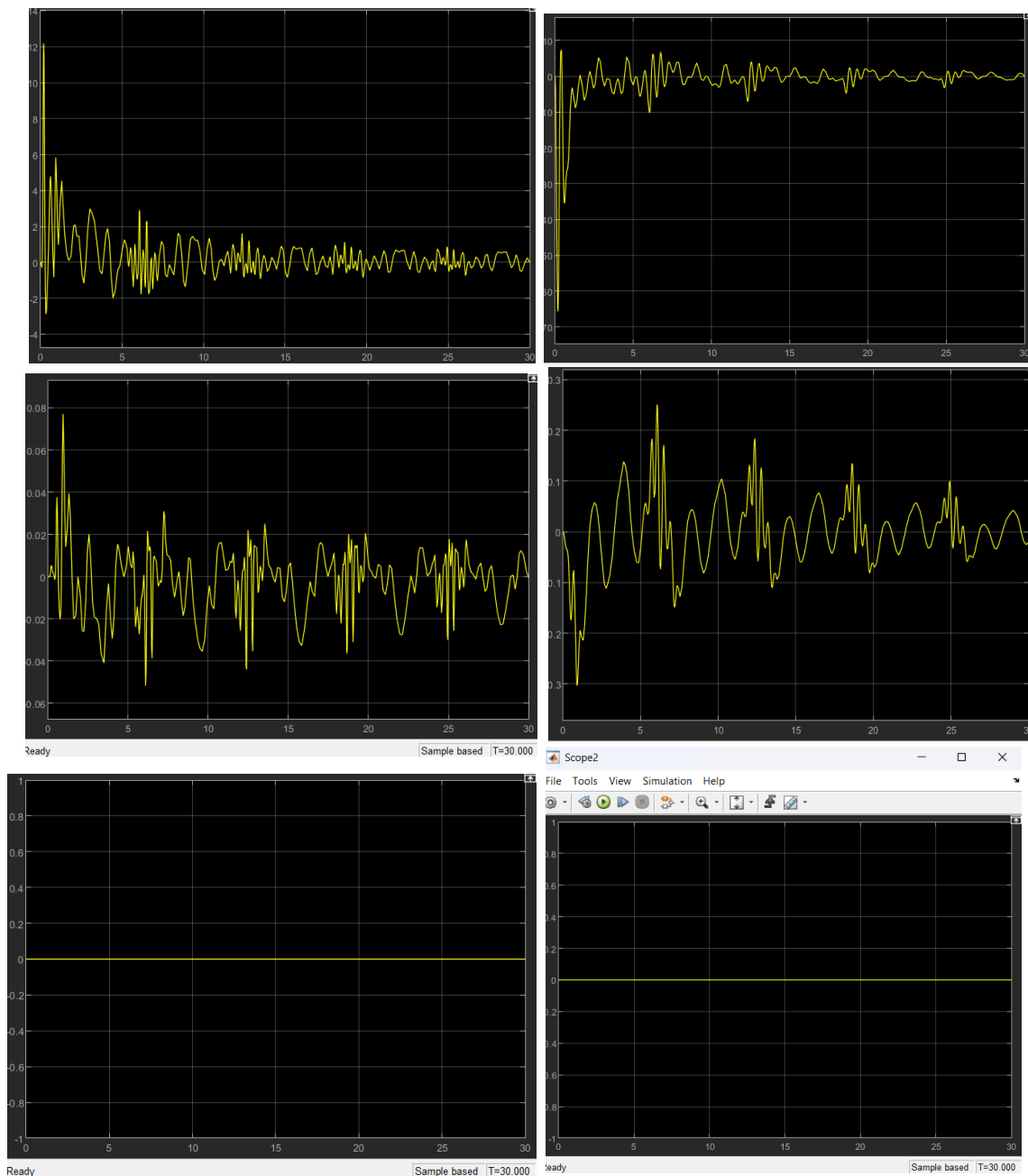
$$\Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \Rightarrow \begin{matrix} \varphi_1 \rightarrow 0 \\ \varphi_2 \rightarrow 0 \end{matrix} \quad \left. \begin{matrix} \psi \rightarrow 0 \\ \varphi_1 \rightarrow 0 \\ \varphi_2 \rightarrow 0 \end{matrix} \right\} \text{convergence to constant}$$

سپس سیستم شبیه سازی می شود و نتیجه قانون تطبیق مورد بررسی قرار میگیرد.

در هنگام اعمال ورودی برای تحریک پایا در نظر گرفته می شود که که ماتریس B ۱۸ درایه نامعلوم دارد. به همین دلیل باید از ۹ سینوس که هر کدام ۲ تحریک در بردارند استفاده می شود.



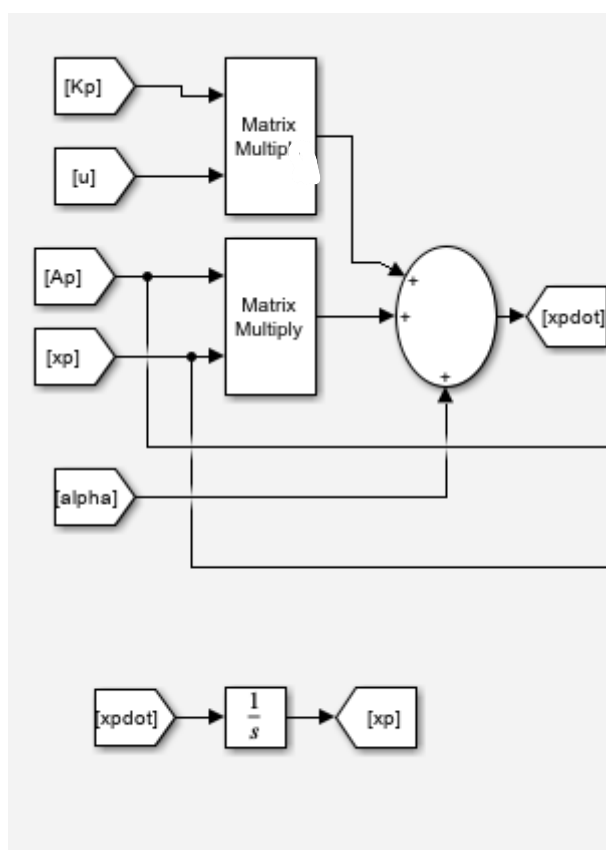
نتیجه شبیه سازی به صورت زیر می باشد که صحت قانون تطبیق را تایید می کند. در سیستم شبیه سازی شده مقدار اولیه 0.01 برای x_1 نیز در نظر گرفته شده است. (برای افزایش سرعت سیستم می توان ماتریس P را تنظیم کرد).



همگرایی خطاها به صفر نشان دهنده انجام شدن تطبیق به درستی می باشد.

2-2- کنترل تطبیقی مدل مرجع فیدبک حالت

در این بخش از کنترل تطبیقی غیر مستقیم استفاده می شود. برای این کار در ابتدا سیستم به صورت زیر تعریف می شود.



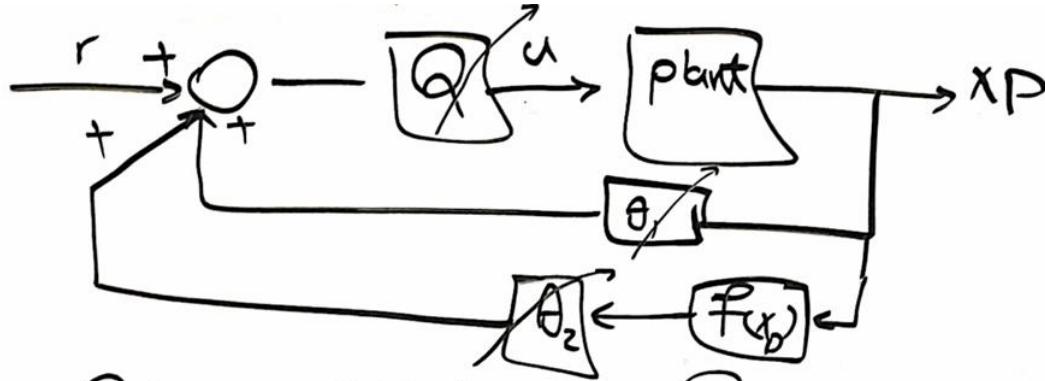
سپس مدل مرجع پایدار به صورت زیر تعریف می شود.

$$A_m = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0; \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0; \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0; \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0; \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1; \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix};$$

% تعریف Bm (6x3)

$$B_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0; \\ 0 & 1 & 0; \\ 0 & 0 & 1; \\ 1 & 0 & 0; \\ 0 & 1 & 0; \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

حال برای این سیستم غیر خطی باید قوانین تطبیق برای ورودی کنترلی انجام شود. برای این کار به صورت زیر قوانین تطبیق حاصل می شوند:



$$u = Q \theta_1 x_p + Q \theta_2 f(x_p) + Q r$$

Assumptions: $\begin{cases} A_p + B_m \theta_1^* = A_m \\ B_p Q^* = B_m \\ -B_p \theta_2^* = \alpha \end{cases}$

closed loop system:

$$\dot{x}_p = A_p x_p + \alpha f(x_p) + B_p u = A_p x_p + \alpha f(x_p) + B_p (Q \theta_1 x_p + Q \theta_2 f(x_p) + Q r)$$

$$\dot{x} = (A_p + B_p Q \theta_1) x_p + (\alpha + B_p Q \theta_2) f(x_p) + Q r$$

using $e = x_p - x_m$ we get:

$$\dot{e} = (A_p + B_p Q \theta_1) x_p + (\alpha + B_p Q \theta_2) f(x_p) + Q r - A_m x_m - B_m r$$

$$\dot{e} = (A_m - A_m + A_p + B_p (Q^* - Q^*) + Q) \theta_1 x_p + (\alpha + B_p Q \theta_2) f(x_p) - A_m x_m$$

$$\dot{e} = A_m e + B_m (\theta_1 - \theta_1^*) x_p + B_p (Q - Q^*) \theta_1 x_p + B_p (Q - Q^*) r$$

$$B_p = B_m Q^* \quad \quad \quad B_p (Q - Q^*) (\theta_1 x_p + \theta_2 f(x_p) + r)$$

$$\alpha = -B_p \theta_2^* \Rightarrow \alpha = -B_m Q^{*-1} \theta_2^*$$

$$\dot{e} = A_m e + B_m (\theta_1 - \theta_1^*) x_p + B_m [(Q^* Q - I) (\theta_1 x_p + \theta_2 f(x_p) + r)]$$

where $\begin{cases} \theta_1 - \theta_1^* = \phi_1 \\ \theta_2 - \theta_2^* = \phi_2 \\ Q^{*-1} - Q = W \end{cases}$

$$e = A_m e + B_m \phi_{np} + B_m \phi_{fnp} + B_m \psi_u$$

Let $V = e^T P e + \text{tr}(\phi_1^T \phi_1 + \phi_2^T \phi_2 + \psi^T \psi)$

$$\rightarrow J \ll 0 \quad (-e^T Q e \ll 0)$$

$\rightarrow J \ll 0 \quad (-e^T Q e \ll 0)$

iff $\begin{cases} \phi_1 = -B_m^T P e n p^T \\ \phi_2 = -B_m^T P e f(n p)^T \\ \psi = -B_m^T P e u^T \end{cases}$

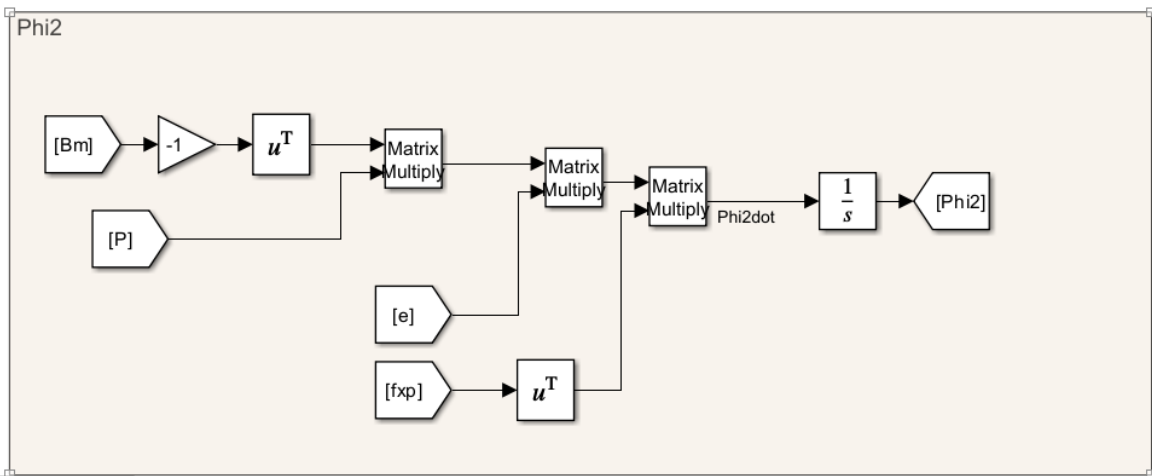
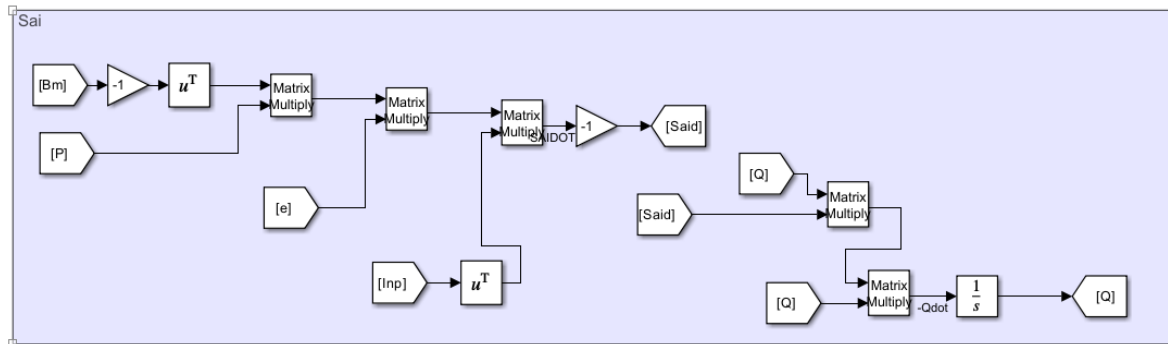
$A_m^T P + P A_m = -Q$

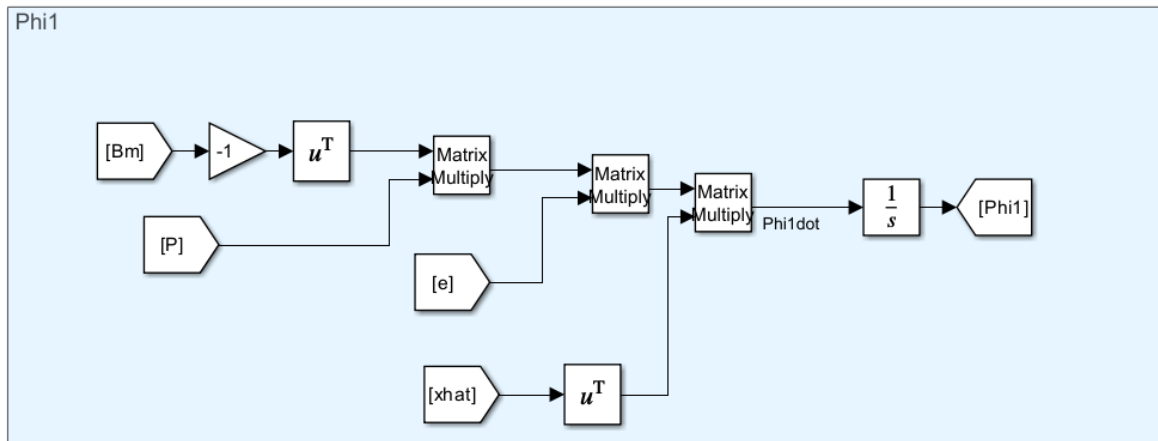
$\psi = Q^{x-1} - Q^{-1} \rightarrow \psi = -Q^{-1} Q$

$Q = -Q Q Q$

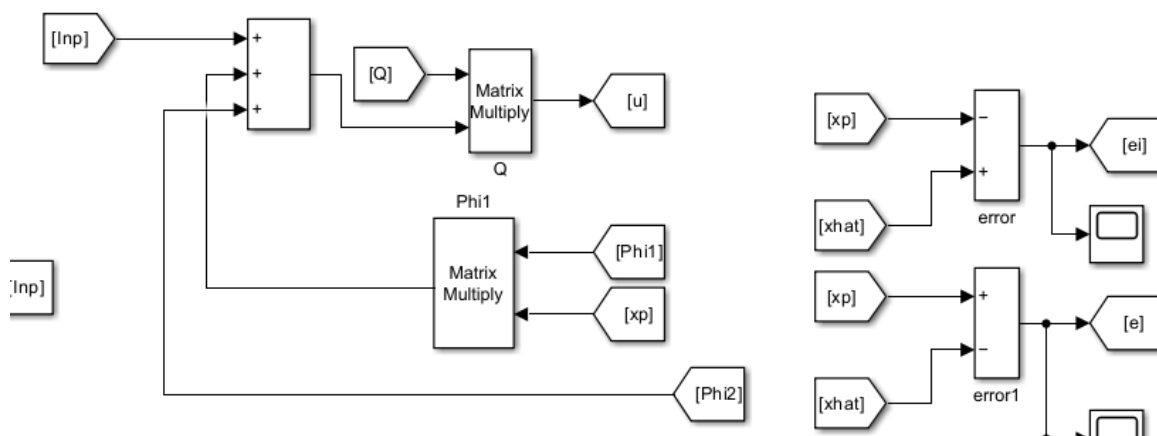
حال به شبیه سازی پرداخته می شود.

در ابتدا قوانین تطبیق شبیه سازی می شود.

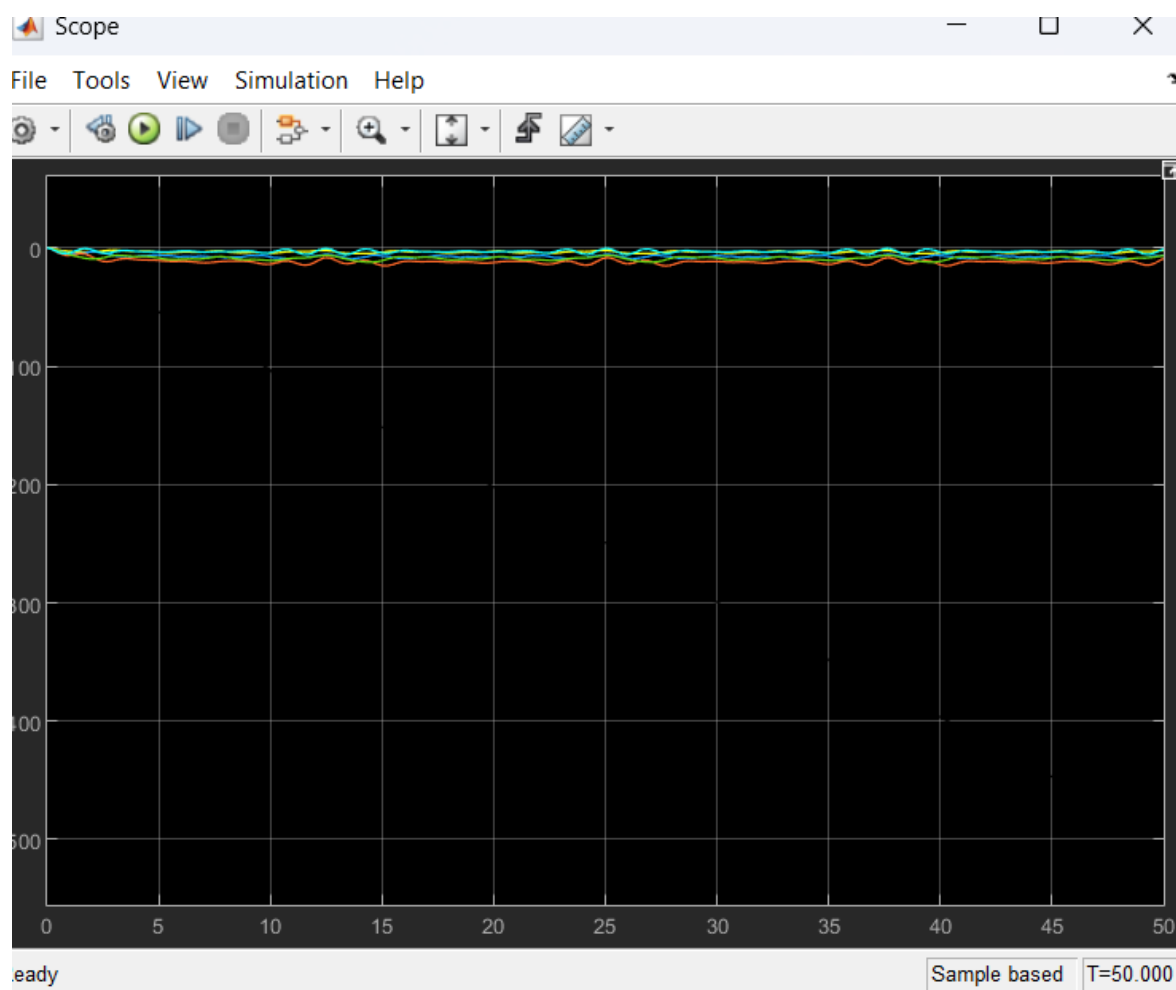




در مرحله دوم، سیستم مرجع طراحی شده و خطای بین سیستم اصلی و سیستم تخمینی که در بخش قبل حاصل شد به دست می آید.



در نهایت، به بررسی خطای بین دو سیستم پرداخته می شود که با شبیه سازی به صورت زیر به دست می آید که نشان دهنده صحت کنترل کننده می باشد.



2-3- تخمین پارامتر

این بخش نیز مشابه بخش قبل می باشد با این تفاوت که تمامی پارامتر های سیستم باید تخمین زده شوند.

$$\dot{x}_p = A_p x_p + B_p u + \alpha f_{\text{cmp}}$$

A_p, B_p, α unknown constants

1) parametrization

$$\dot{\hat{x}}_p = A_m \hat{x}_p + (\hat{A}_p - A_m) x_p + \hat{B}_p u + \hat{\alpha} f_{\text{cmp}}$$

2) dynamic of error

$$A_m^T P + P A_m = -Q$$

$$e = \hat{x}_p - x_p \rightarrow \dot{e} = \dot{\hat{x}}_p - \dot{x}_p$$

$$\dot{e} = A_m \hat{x}_p + (\hat{A}_p - A_m) x_p + \hat{B}_p u + \hat{\alpha} f_{\text{cmp}} - A_p x_p - B_p u - \alpha f_{\text{cmp}}$$

$$\dot{e} = A_m e + (\hat{A}_p - A_p) x_p + (\hat{B}_p - B_p) u + (\hat{\alpha} - \alpha) f_{\text{cmp}}$$

$$e = A_m e + \underbrace{\varphi_1}_{\varphi_1} x_p + \underbrace{\varphi_2}_{\varphi_2} u + \underbrace{\varphi_3}_{\varphi_3} f_{\text{cmp}}$$

3) Adaptation law

$$V = \frac{1}{2} (e^T P e + \text{Tr}(\varphi_1^T \varphi_1 + \psi^T \psi + \varphi_2^T \varphi_2))$$

$$\dot{V} = \frac{1}{2} (e^T P \dot{e} + \dot{e}^T P e) + \text{Tr}(\varphi_1^T \dot{\varphi}_1) + \text{Tr}(\psi^T \dot{\psi}) + \text{Tr}(\varphi_2^T \dot{\varphi}_2)$$

(\dot{e} is in 2) section)

$$\rightarrow \dot{V} = \frac{1}{2} (e^T P A m e + e^T A m^T P e) + \alpha p^T \varphi_1^T P e + \alpha \psi^T P e + \text{Tr}(\varphi_1^T \dot{\varphi}_1) + \dots$$

$$\rightarrow \dot{V} = -\frac{1}{2} e^T Q e + \text{Tr}(\varphi_1^T (\dot{\varphi}_1 + P e x p^T)) + \text{Tr}(\psi^T (\dot{\psi} + P e u^T)) + \text{Tr}(\varphi_2^T (\dot{\varphi}_2 + P e f_{\text{imp}}^T))$$

$$\varphi_1 = -P e x p^T \quad \dot{\varphi}_1 = -P e u^T \quad \varphi_2 = -P e f_{\text{imp}}^T$$

As we know $\rightarrow A p = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & m^T c \end{bmatrix}$ is stable and α is bounded

$x p$ is bounded

$e = A m e + \varphi_1 x p + \psi u + \varphi_2 f_{\text{imp}}$ is bounded

$\rightarrow \dot{V}$ is bounded

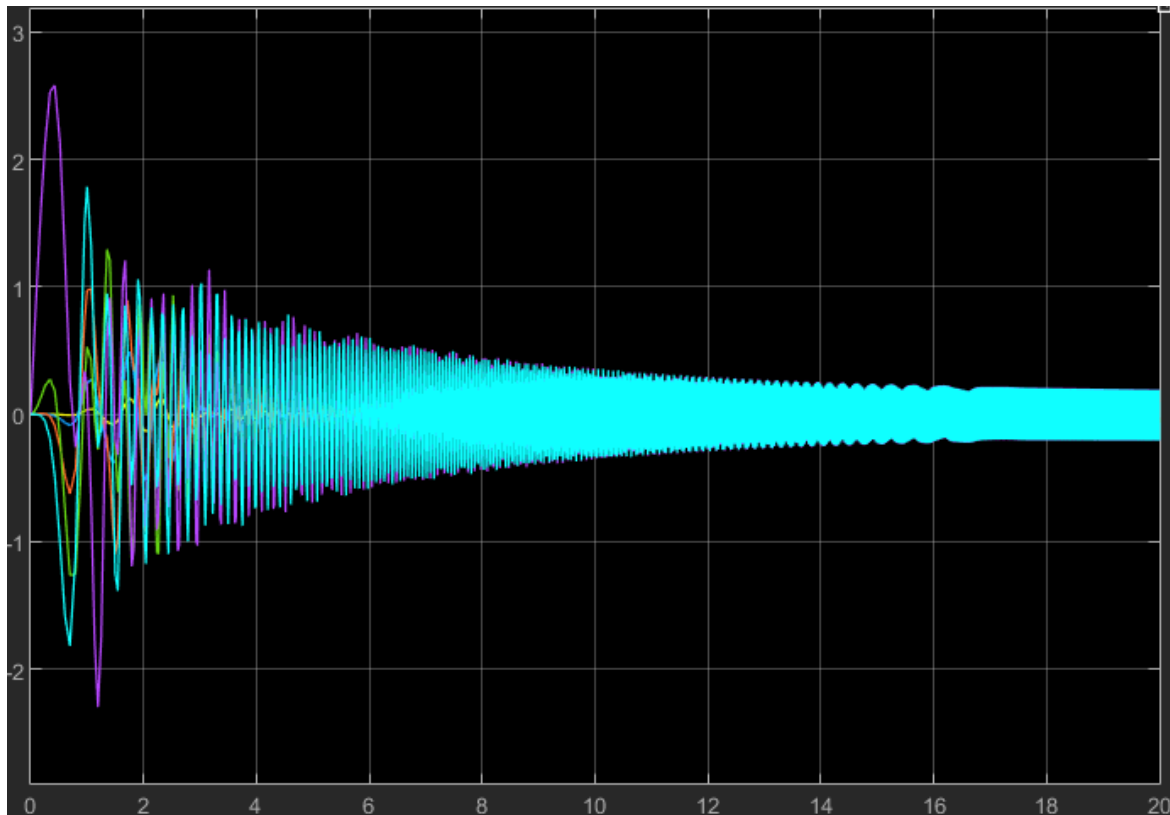
\dot{V} is uniformly continuous,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \dot{V}(\tau) d\tau = V(\infty) - V(0) < \infty$$

$$\Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \Rightarrow \begin{matrix} \varphi_1 \rightarrow 0 \\ \varphi_2 \rightarrow 0 \end{matrix} \quad \left. \begin{matrix} \psi \rightarrow 0 \end{matrix} \right\} \text{convergence to constant}$$

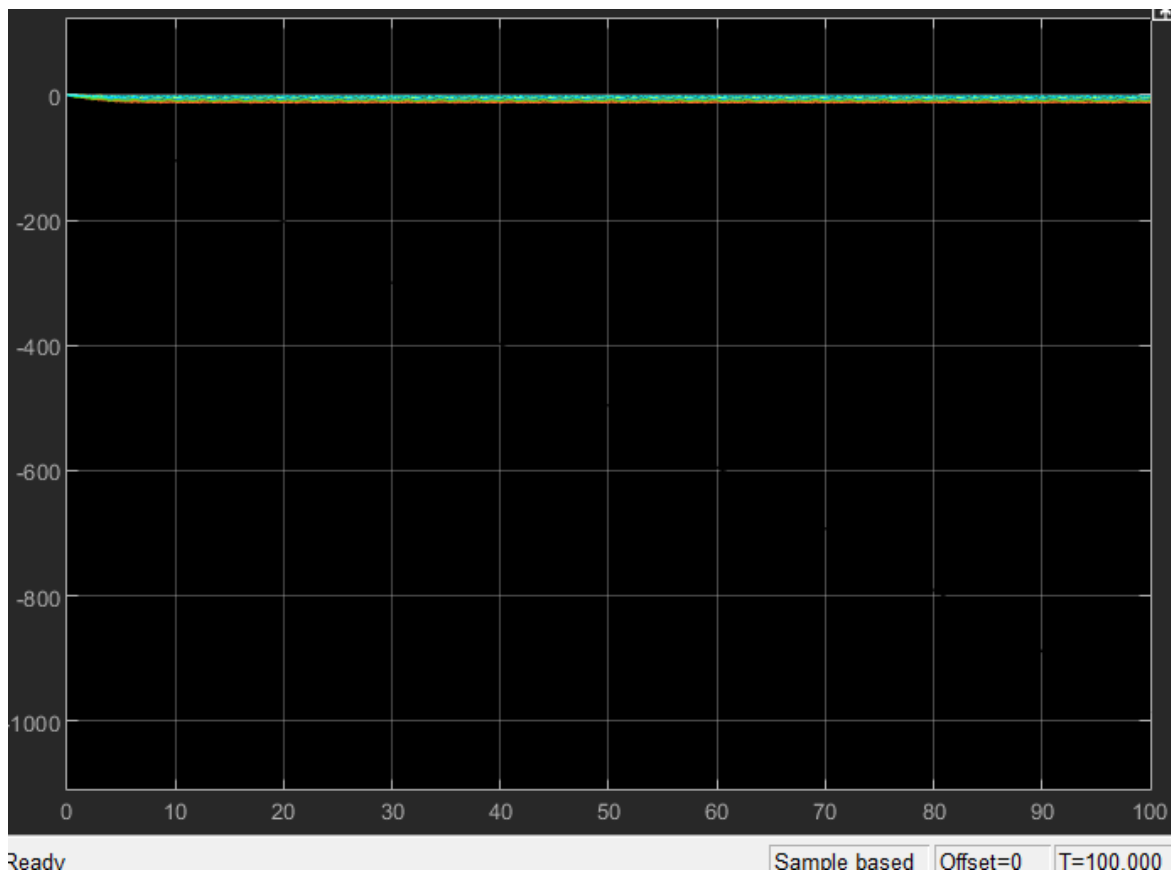
شبیه سازی به طور مشابه انجام می شود با این تفاوت که این بار α و $A p$ نیز بای تخمین زده شوند.

به علت درایه های زیاد آن ها ورودی های زیادی باید اعمال شود اما به علت کندی تعداد کمتری ورودی اعمال شده است با این حال تخمین تقریباً خوبی صورت گرفته است.



2-4- کنترل کننده تطبیقی مدل مرجع فیدبک حالت

با توجه به خواسته سوال که میخواهد از پارامتر های تخمینی در بخش ۳ استفاده شود در این بخش از کنترل کننده غیر مستقیم تطبیقی باید استفاده کرد. در این روش ابتدا پارامتر های سیستم تخمین زده می شود. سپس همانگونه که در بخش ۲ کنترل کننده مستقیم مورد استفاده قرار گرفت این بار نیز قوانین به طور مشابه تکرار می شود فقط به جای x_p از تخمین آن استفاده می شود. سیستم تخمین زده شده نیز در بخش قبل به دست آمد نتیجه برای خطای این بخش به صورت زیر می باشد.



همانطور که مشخص است با خطای کمی سیستم تعقیب می شود و این به همان دلیل تخمین ناقص پارامتر در هنگام ورودی مرجع به سیستم است.

5-2- طراحی رویتگر

در ابتدا توابع تبدیل (برای بردار های مشتق) به صورت زیر حاصل می شود.

$$\ddot{x} = -m^{-1}C\dot{x} - m^{-1}G + m^{-1}f$$

$$s^2x = m^{-1}f$$

$$L \circ H(x(s)) = \frac{1}{ms^3}$$

$$H(y(s)) = \frac{1}{ms^2}$$

$$H\theta(s) = \frac{1}{Is^2}$$

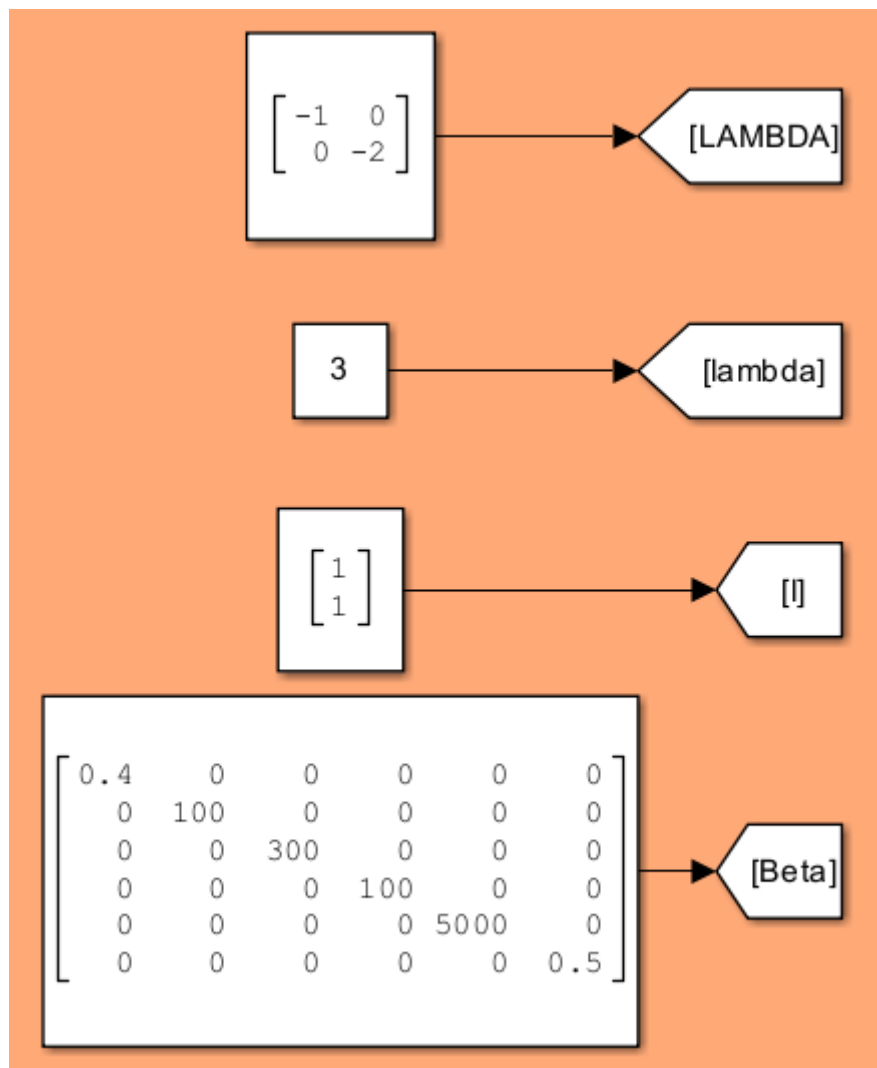
\dot{x} خروجی سیستم باشد f ورودی

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

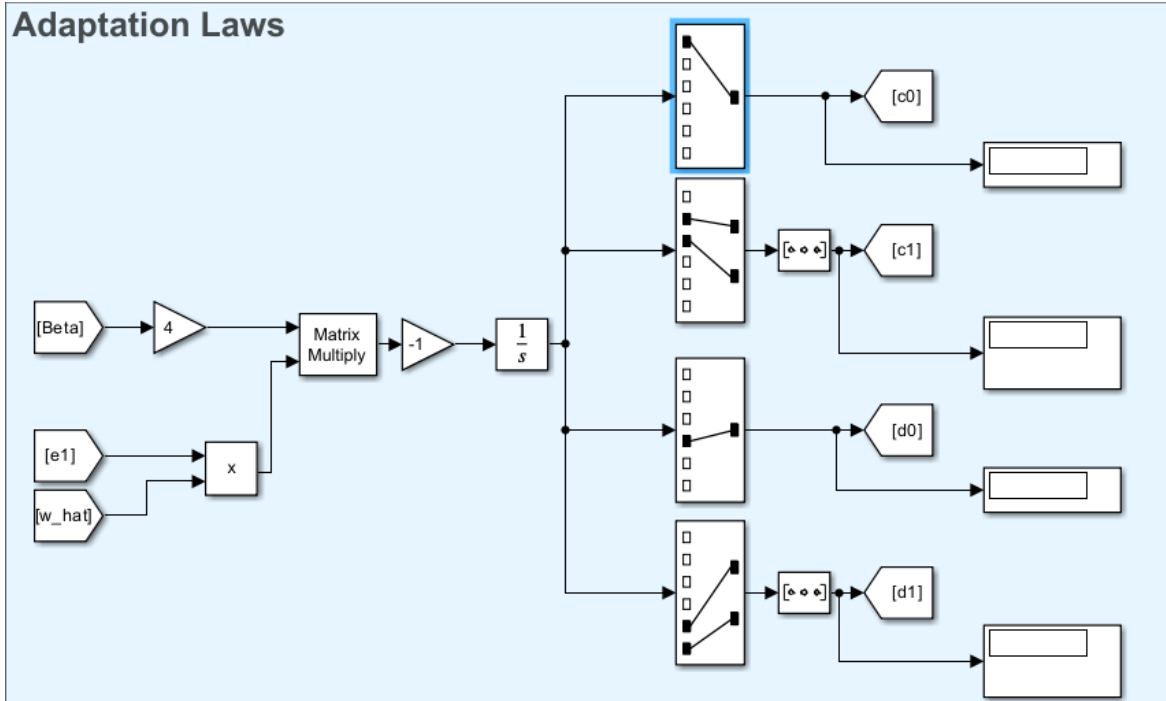
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

به جای m در Is^2 - I جابجایی می کنیم

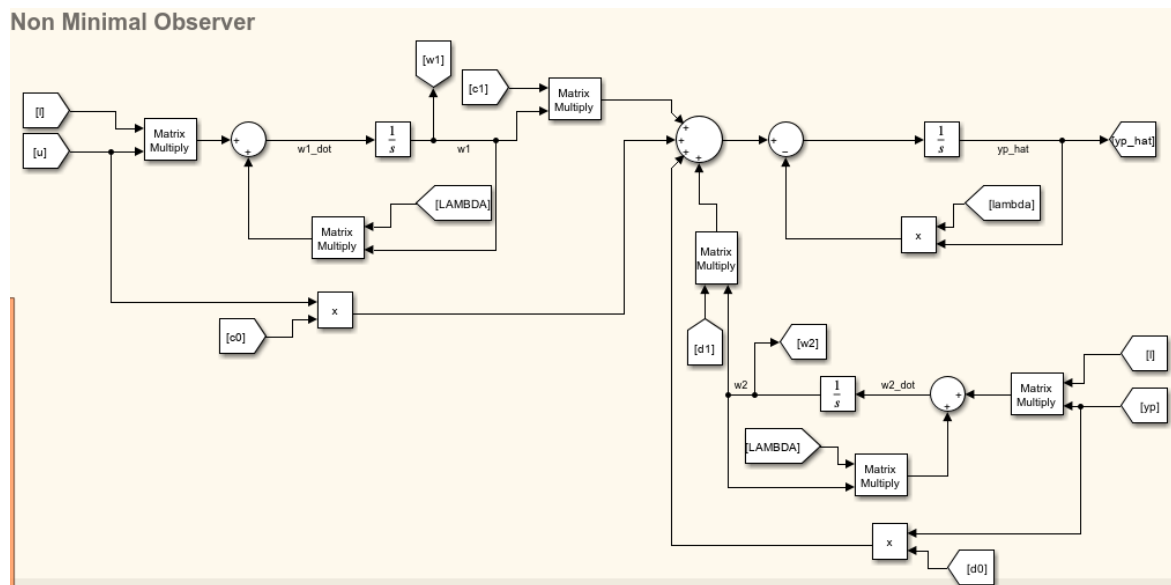
برای طراحی روینگر از شبیه سازی زیر استفاده می شود.



در این بخش پارامتر های مورد استفاده در رویتگر نوشته می شوند.

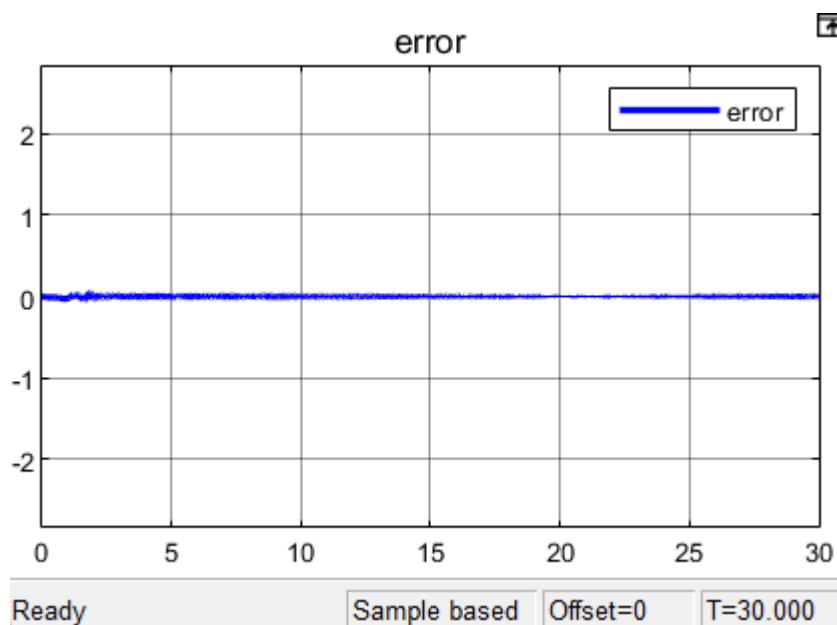


حال با توجه به سیگنال های به دست آمده از خطا و w_hat با استفاده از قنون تطبیق پارامتر های بردار θ به دست می آیند.

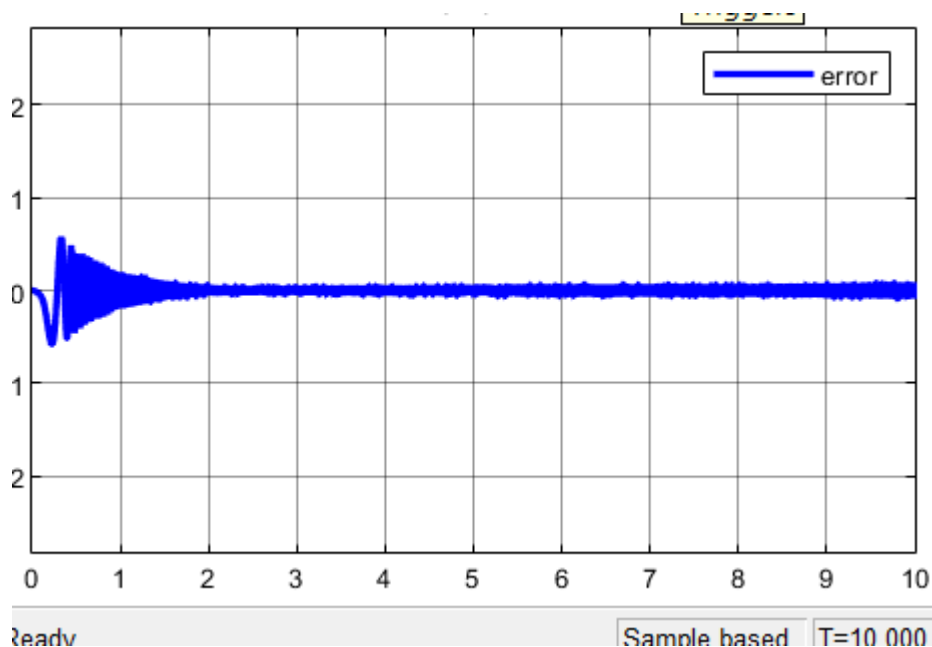


حال با توجه به شبیه سازی انجام گرفته در بالا روی تگرنانمینیمال طراحی می شود.

همانطور که در خروجی های آمده در تصویر زیر مشخص است خطا به \pm همگرا شده و تخمین حالت ها به درستی انجام شده است.

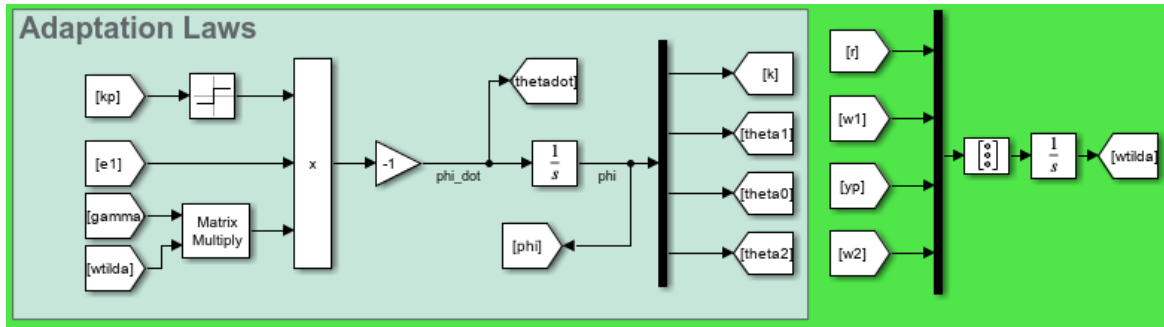


تصویر بالا برای دو تابع تبدیل اول و تصویر پایین برای تابع تبدیل سوم می باشد.

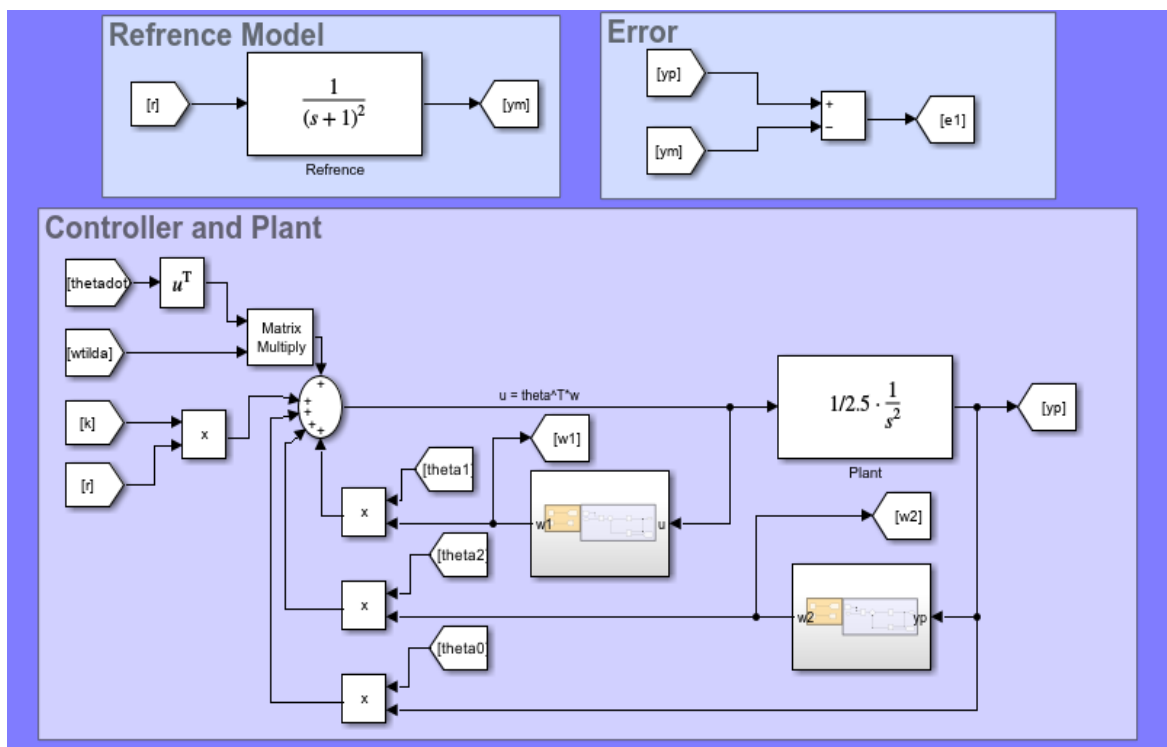


6-2- کنترل کننده MRAC فیدبک خروجی

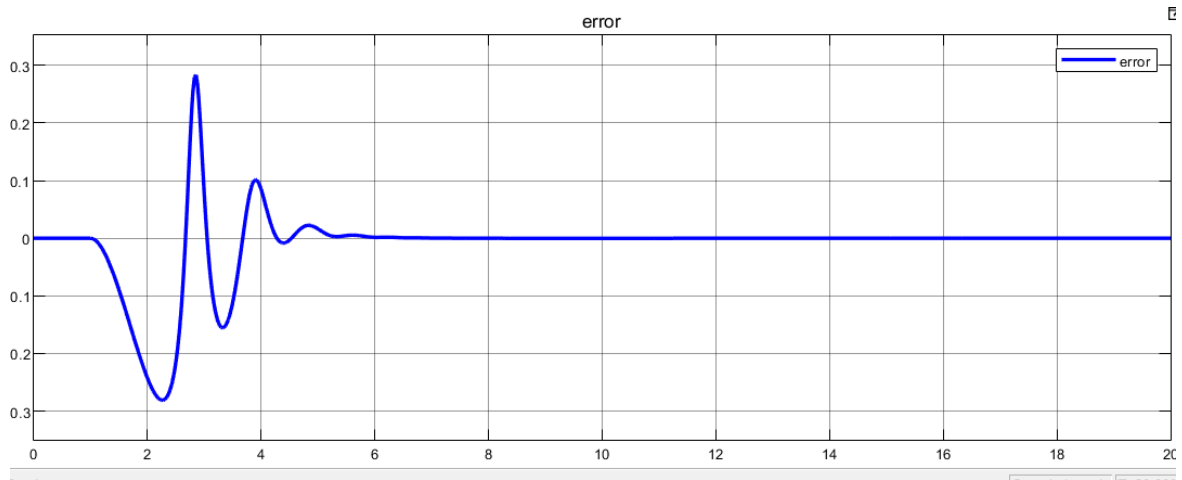
قوانین تطبیق به صورت زیر در شبیه ساز آورده می شوند:



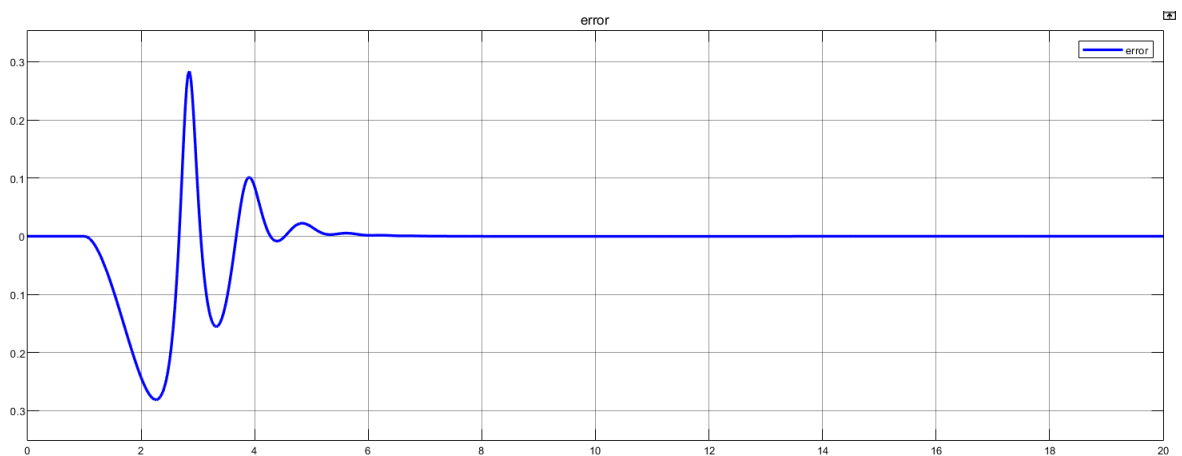
حال سیستم با توجه به قوانین تطبیق بالا میخواهد سیستم مرجع پایدار با تبدیل زیر را دنبال کند. برای
ن کار دیگرام مربوط به کنترل کننده mrac با $n^*=2$ به صورت زیر رسم می شود.



در نهایت خطا به شکل زیر حاصل می‌شود که صحت کنترل کننده رو تایید می‌کند.



برای تابع تبدیل دوم نیز یکسان می‌باشد. برای تابع تبدیل سوم نیز از سیستم مرجع مشابه استفاده شده و با بلوک دیاگرام شابه خطای بین دو خروجی به شکل زیر آورده می‌شود.

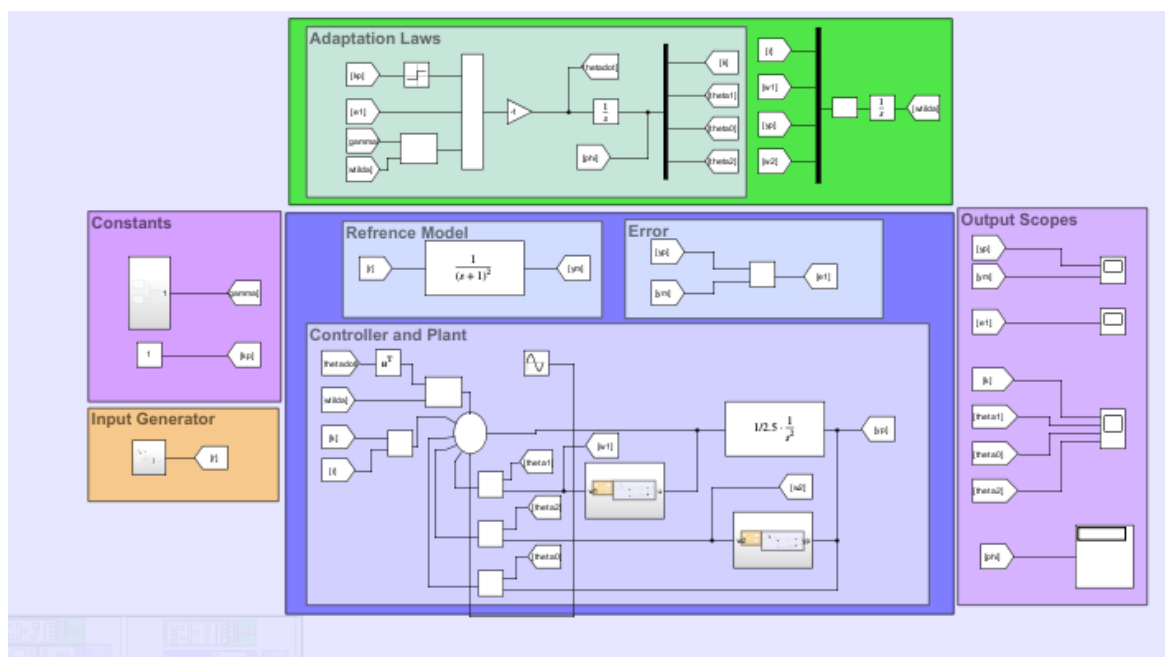


که نشان می‌دهد خطا به ۰ همگرا می‌شود و سیستم به درستی کار میکند.

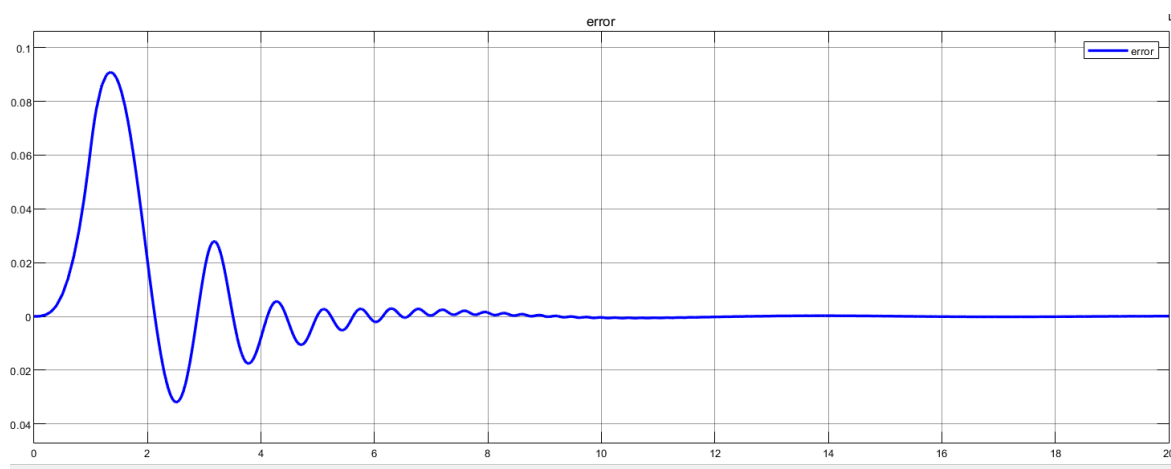
7-2- کنترل مقاوم

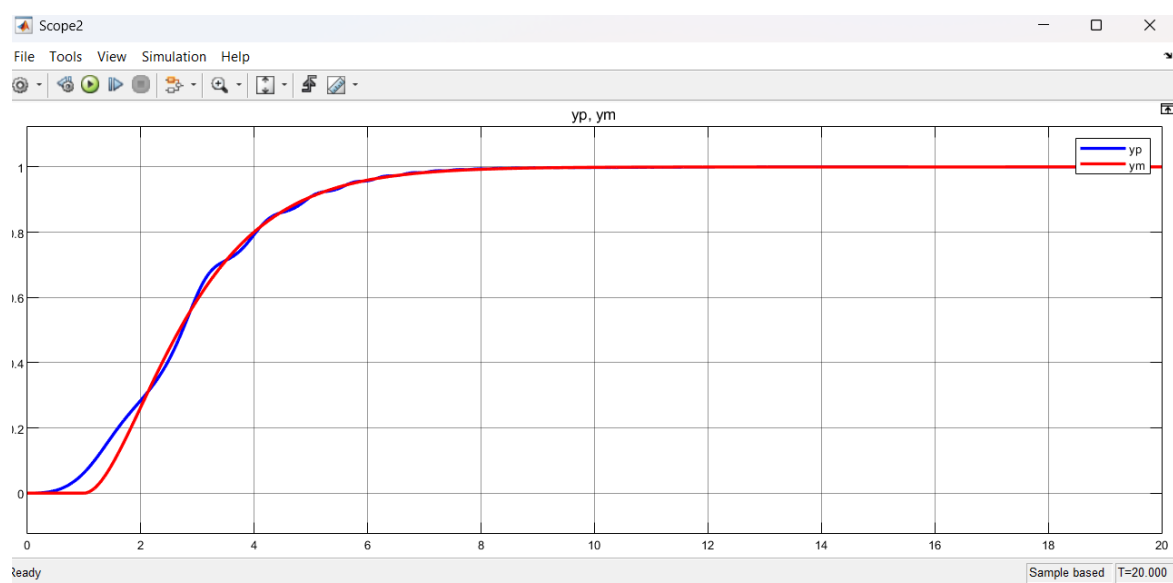
کنترل کننده مرحله قبل خود به نوعی کنترل مقاوم می باشد با اضافه کردن اغتشاش در ورودی سیستم نتیجه به شکل زیر می باشد که نشان می دهد حتی در صورت اغتشاش این کنترل کننده عملکرد بسیار خوبی از خود نشان می دهد.

سیتم جدید به همراه اغتشاش (ورودی سینوسی به عنوان اغتشاش با دامنه محدود فرض شده است):



خطا نیز با نوسانات ابتدایی در نهایت به ۰ میل می کند.





در شکل بالا نیز تعقیب سیستم را نشان می دهد که به درستی انجام می شود.

Abstract

