

به نام خالق رنگین کمان

ستاره باباجانی – گزارش تمرین سری 4

سوال 1: این سوال شامل دو بخش است که در هر بخش تبدیلات خواسته شده، پیاده سازی شد:

الف) دو تبدیل خواسته شده طبق فرمول های اسلاید درس انجام شد و طبق مثال زیر، عملکرد توابع درست است:

```
1 # Testing the written functions
2 color_RGB = [255, 80, 170] # in RGB format
3 print("RGB form: ", color_RGB)
4
5 # change to CMYK format
6 color_CMYK = RGB_to_CMYK(color_RGB[0], color_RGB[1], color_RGB[2])
7 print("CMYK form: ", color_CMYK)
8
9 # back to RGB format from CMYK format
10 color_RGB_from_CMYK = CMYK_to_RGB(color_CMYK[0], color_CMYK[1], color_CMYK[2], color_CMYK[3])
11 print("RGB from CMYK: ", color_RGB_from_CMYK)

RGB form: [255, 80, 170]
CMYK form: (0.0, 68.62745098039215, 33.333333333333336, 0.0)
RGB from CMYK: (255, 80, 170)
```

ب) در این بخش تابع مربوط به تبدیل RGB به HSI زده شد. در این تابع نیز از فرمول های گفته شده در مثال درس استفاده شد و مقدار H, S, I محاسبه شد:

```

2 def RGB_to_HSI(r, g, b):
3
4     #####
5     # Your code #
6     #####
7     r, g, b = r / 255.0, g / 255.0, b / 255.0
8     i = (r + g + b) / 3.0
9
10    min_val = min(r, g, b)
11    s = 1 - ((3 / (r + g + b)) * min_val if (r + g + b) != 0 else 0)
12
13    # Hue calculation
14    numerator = 0.5 * ((r - g) + (r - b))
15    denominator = math.sqrt((r - g)**2 + (r - b) * (g - b))
16
17    # Avoid division by zero and calculate theta
18    theta = 0
19    if denominator != 0:
20        theta = math.acos(numerator / denominator) * (180 / math.pi)
21
22    # Calculate the Hue value based on the theta value
23    if b <= g:
24        h = theta
25    else:
26        h = 360 - theta
27
28    return h, s, i

```

خروجی های توابع زده شده و تصویر اصلی به شرح زیر هستند:

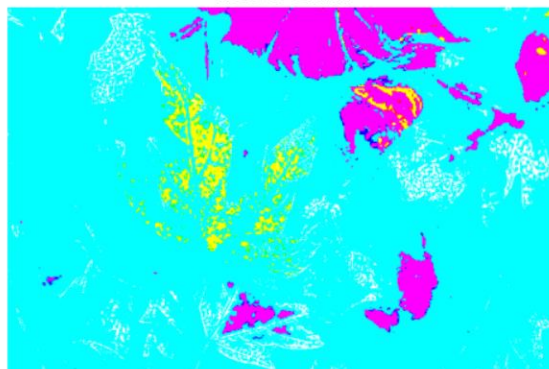
• تصویر اصلی:

Original RGB Image



• RGB to CMYK:

RGB to CMYK



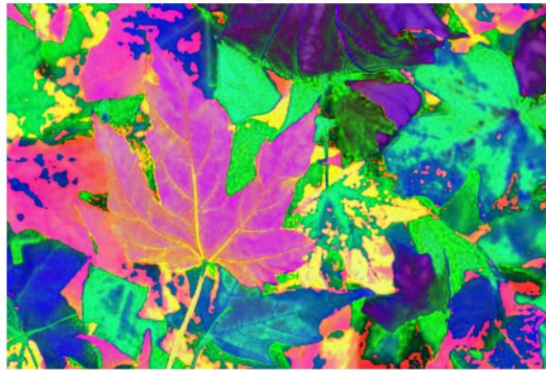
• CMYK to original image:

RGB Image from CMYK

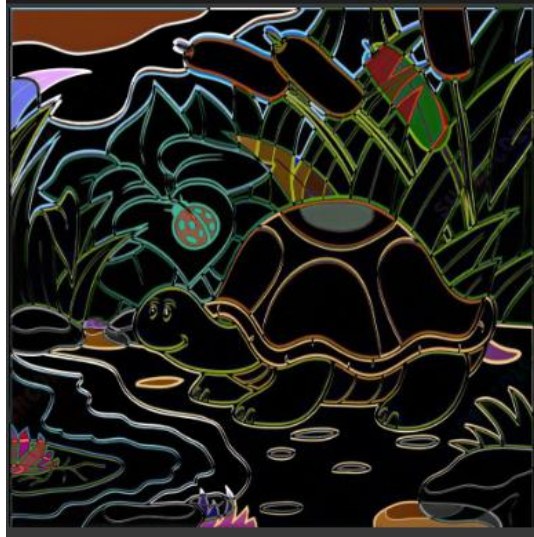


• RGB to HSI:

HSI Image from RGB



سوال 2: همان طور که میدانیم و در اسلایدهای درس ذکر شده، برای پیدا کردن تفاوت دو عکس داده شده، باید به هر کدام کانال های رنگی متفاوت داد) بطور مثال کانال قرمز به تصویر اول و کانال آبی و سبز به تصویر دوم) و سپس این دو تصویر را با هم ترکیب کرد. خروجی که زده شده برای این سوال به شرح زیر است که همان طور که مشخص است، تفاوت ها با رنگ های قرمز و فیروزه ای و ... قابل مشاهده اند:



سوال 3: الف) همان طور که میدانیم ماتریس هریس به فرم زیر محاسبه میشود:

$$M = \sum_{i,j} \begin{bmatrix} I_x^2 & I_x I_y \\ I_x I_y & I_y^2 \end{bmatrix}$$

حال برای محاسبه هر عضو این ماتریس خواهیم داشت:

- $I_x^2 = 3 * 3 + 2 * 2 + 0 * 0 + 3 * 3 + 4 * 4 + 2 * 2 + 1 * 1 + 3 * 3 + 2 * 2 = 56$
- $I_y^2 = 60$
- $I_x I_y = 3 * 3 + 2 * 2 + 0 * -1 + 3 * 4 + 4 * 4 + 2 * 1 + 1 * 0 + 3 * 3 + 2 * 2 = 56$

پس در نهایت ماتریس هریس به شکل زیر خواهد شد:

$$M = \begin{bmatrix} 56 & 56 \\ 56 & 60 \end{bmatrix}$$

ب) حال برای محاسبه مقدار R خواهیم داشت:

$$R = \det(M) - k * \text{trace}(m) ^ 2 = 224 - 0.04 * 13456 = -314.24$$

(ج) همان طور که مشاهده میشود، مقدار R یک مقدار منفی است که طبق اسلایدها میفهمیم یک لبه است.

سوال 4: این سوال شامل دو بخش میشود:

1. اضافه کردن ربان سیاه به عکس پدربزرگ: در این بخش ابتدا عکس پدربزرگ خوانده شد و سپس یک ربان سیاه تعریف شد. بعد از مشخص کردن ابعاد ربان، مقدار آن برابر با 0 (سیاه) قرار داده شد. حال تصویر خروجی به شرح زیر است:



2. اضافه کردن عکس تغییر یافته به تابلوی عکس اتاق: در این بخش تابع `project_image` زده شد که در آن طبق مراحل گفته شده در کد، ابتدا مختصات تصاویر اتاق و پدربزرگ بدست آورده شد و سپس عکس

تغییر یافته از پدربزرگ بر روی تابلوی روی دیوار اتاق قرار گرفت (توجه شود که ابتدا کل تابلو به رنگ سیاه درآمد و سپس عکس تغییر یافته پدربزرگ روی آن قرار گرفت). خروجی کدهای زده شده به شرح زیر است:



سوال 5:

سوال 5: ما یک خط در \mathbb{R}^2 داریم که به صورت $ax + by = c$ تعریف شده است. ما می‌خواهیم این خط را به یک خط افقی تبدیل کنیم. برای این کار، ما یک تبدیل affine می‌خواهیم که این خط را به خط $y = 0$ تبدیل کند. ما می‌خواهیم این تبدیل را برای هر یک از خطوط زیر پیدا کنیم:

- $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $A' = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

- $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $B' = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

- $D = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $D' = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

affine transformation $\rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & t_x \\ a_{21} & a_{22} & t_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix}$

A, A' $\rightarrow \begin{aligned} 0 \times a_{11} + 0 \times a_{12} + t_x &= 3 \\ 0 \times a_{21} + 0 \times a_{22} + t_y &= 2 \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} t_x &= 3 \\ t_y &= 2 \end{aligned}$

B, B' $\rightarrow \begin{aligned} a_{11} + 0 \times a_{12} + 3 &= 2 \\ a_{21} + 0 \times a_{22} + 2 &= 1 \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} a_{11} &= -1 \\ a_{21} &= -1 \end{aligned}$

D, D' $\rightarrow \begin{aligned} 1 + 2 \times a_{12} + 3 &= 1 \\ -1 + 2 \times a_{22} + 2 &= 2 \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} a_{12} &= \frac{-3}{2} \\ a_{22} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$

$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{-3}{2} & 3 \\ -1 & \frac{1}{2} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix}$

الف) رابطه تبدیل:

$C' \rightarrow \begin{bmatrix} x_{C'} \\ y_{C'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{-3}{2} & 3 \\ -1 & \frac{1}{2} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$

$E' \rightarrow \begin{bmatrix} x_{E'} \\ y_{E'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{-3}{2} & 3 \\ -1 & \frac{1}{2} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 2.5 \end{bmatrix}$

سوال 6:

نوع تبدیل	انتقال	rigid	شبهات	affine	تصویری
فاصله جفت نقاط ثابت میماند	✓	✓	✗	✗	✗
زاویه بین جفت خط ثابت میماند	✓	✓	✓	✗	✗
خط ها، خط باقی مانند	✓	✓	✓	✓	✓
زاویه بین هر خط و محور ایکس ثابت میماند	✓	✗	✗	✗	✗
چهار ضلعی ها، چهار ضلعی باقی می مانند	✓	✓	✓	✓	✓
خطوط موازی، موازی باقی می مانند	✓	✓	✓	✓	✗
دایره ها، دایره باقی می مانند	✓	✓	✓	✗	✗
نسبت بین مساحت دو شکل ثابت باقی می ماند	✓	✓	✗	✗	✗

سوال 7:

سوال 7: ماتریس همگرایی خواسته شده، به شرح زیر می باشد:

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix}$$

برای موازی بودن خطوط، باید مقادیر کسر زیر
برای هر خط موازی با یکدیگر برابر باشد:

$$\frac{h_{21}x + h_{22}y + h_{23}}{h_{31}x + h_{32}y + h_{33}} = \frac{h_{11}x + h_{12}y + h_{13}}{h_{31}x + h_{32}y + h_{33}}$$

این مسئله جواب پیدا ندارد زیرا داده ها مسئله سخت به هم وصل نمی آیند / کم هستند در منابع
از پیرا شدن جواب می شود.

سوال 8:

سوال ۸: الف) ابتدا ماتریس را با نقطه سرچشمه ضرب می‌کنیم.

$$\begin{bmatrix} 5 & -4 & 2 & 17 \\ -10 & 5 & -10 & 50 \\ 10 & 2 & -11 & 19 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ 20 \\ 1 \end{bmatrix}$$

پس برای تبدیل مختصات جهانی به داخلی، هر مختصات را بر عدد ۵۰۰ (۱) تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{bmatrix} 7 \\ -20 \\ 1 \end{bmatrix} \times \frac{1}{500} = \begin{bmatrix} 7 \\ -20 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$F_x = F_y = \frac{50000}{2} = 25000 \rightarrow \text{Focus length, } C_x = C_y = 50000$$

$$K = \begin{bmatrix} F_x & 0 & C_x \\ 0 & F_y & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow K = \begin{bmatrix} 25000 & 0 & 50000 \\ 0 & 25000 & 50000 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

← برای سطر Global Candidate Frame در برابر قرار دارد پس ماتریس را به این ماتریس های و ماتریس انتقال به برابر با مقدار ضرب خواهد بود:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 25000 & 0 & 50000 & 0 \\ 0 & 25000 & 50000 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 100 \\ 150 \\ 100 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45000 \\ 45000 \\ 100 \end{bmatrix} = P'_i$$

$$\rightarrow P_i = \left(\frac{P'_i[0]}{P'_i[2]}, \frac{P'_i[1]}{P'_i[2]} \right) = \left(\frac{45000}{100}, \frac{45000}{100} \right) = (450, 450)$$