دانشکده مهندسی کامپیوتر

استاد درس: دکتر ابوالفضل دیانت

پاییز ۱۴۰۲

گزارش تمرین اول

درس انتقال داده

زهراسادات طباطبائی ـ ستاره باباجانی

شماره دانشجویی: ۹۹۵۲۱۴۱۵ - ۹۹۵۲۱۱۰۹

سری ۱ تمرین‌ها

۱ سوال ۱

مطابق زیر می‌دانیم:

$$x(t) = \Lambda(t) = \begin{cases} 1 - |x| & \text{if } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

و همینطور می‌دانیم که این تابع حاصل کانولوشن دو تابع rect() می‌باشد:

$$\text{x(t)} = \Lambda(t) = rect(t) * rect(t)$$

حال طبق ویژگی‌های فوریه، فوریه عبارت زیر را حساب می‌کنیم:

$$\text{F}\{\text{x(t)}\} = \text{F}\{\Lambda\} = \{rect(t) * rect(t)\} = sinc(f) \times sinc(f) = sinc^2(f)$$

در مرحله بعد با توجه به شکل داده شده برای هر شکل معادله آن را به دست آورده و بعد تبدیل فوریه آن را حساب می‌کنیم:

۱.۱ شکل a

$$x(t) = 2\Pi\left(\frac{t}{4}\right) - 2\Lambda\left(\frac{t}{2}\right)$$

محاسبه آن :

$$X(f) = 8sinc(4f) - 4sinc^2(2f)$$

۲.۱ شکل b

$$x(t) = 2\Pi\left(\frac{t}{4}\right) - \Lambda(t)$$

محاسبه آن :

$$X(f) = 8sinc(4f) - sinc^2(f)$$

۲ سوال ۲

ابتدا تبدیل فوریه هر بخش از تابع را بدست آورده و با هم جمع می‌کنیم: می‌دانیم که داریم:

$$\text{F}\{\text{x(t)}\} = \text{X(f)} \rightarrow \mathcal{F}\{kx(at+b)\} = k\frac{e^{2\pi jfb}}{|a|}X(\frac{f}{a}),$$

$$\text{F}\{\Lambda(t)\} = \mathcal{F}\{rect(t) * rect(t)\} = \sin^2(f) = \sin^2(f)$$

برای بخش اول داریم:

$\mathrm{F}\{4\Lambda(-2t+3)\} = 2e^{-3\pi jf}\sin^2\left(\frac{f}{2}\right)$

و برای بخش دوم ، با درنظر گرفتن این که توابع sinc و rect زوج هستند:

$\mathrm{F}\{\mathrm{sinc(-2t+3)}\} = \mathrm{e}^{-3\pi jf/2} rect\left(\frac{f}{2}\right)$

پاسخ نهایی، حاصل جمع بخش اول و دوم است یعنی:

$\mathrm{F}\{4\Lambda(-2t+3) + sinc(-2t+3)\} = 2e^{-3\pi jf}\sin^2\left(\frac{f}{2}\right) + 1/2e^{-3\pi jf} rect\left(\frac{f}{2}\right)$

۳ سوال ۳

$\mathrm{y(t) = x(t) * h(t)}$
$\mathrm{Y(f) = X(f)} \cdot H(f)$

محاسبه کانوولوشن :

$\mathrm{y(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-3\tau}u(\tau)\cdot rect(4t+4\tau+6)d\tau$

تابع $u(\tau)$ را در بازه انتگرال گیری اعمال می‌کنیم و در نتیجه بازه آن از ۰ تا مثبت بی‌نهایت می‌شود.

$\mathrm{y(t)} = \int_{0}^{+\infty} e^{-3\tau}\cdot rect(4t-4\tau+6)d\tau$

$$y(t) = \begin{cases} -\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) = 0 & t < -\frac{13}{8} \\ \int_{\max(0,t+\frac{11}{8})}^{\max(0,t+\frac{13}{8})} e^{-3\tau}d\tau & -\frac{13}{8} < t < -\frac{11}{8} \\ \int_{\max(0,t+\frac{11}{8})}^{\max(0,t+\frac{13}{8})} e^{-3\tau}d\tau & t > -\frac{11}{8} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0 & t < -\frac{13}{8} \\ \frac{1}{3} - \frac{e^{-3t-\frac{39}{8}}}{3} & -\frac{13}{8} < t < -\frac{11}{8} \\ -\frac{e^{-3t-\frac{39}{8}}}{3} + \frac{e^{-3t-\frac{33}{8}}}{3} & t > -\frac{11}{8} \end{cases}$$

۴ سوال ۴

۱.۴ عبارت اول

$x_1(t) = \tan(\pi t + \frac{\pi}{4})$

چون سیگنال تانژانت هست، پس میدانیم طبق جایگذاری در روابط توان و انرژی که در زیر آمده، هم انرژی و هم توان آن بینهایت میشود. (زیرا تابع آن تانژانت و انتگرالش (توان دوی آن) بینهایت است) تابع متناوب هست و در یک تناوب آن با بازه زمانی محدود، سطح زیر نمودارش محدود نیست و بینهایت است. پس نه توان است نه انرژی...

$E = \infty, P = \infty$

۲.۴ عبارت دوم

$x_2(t) = \sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\delta(t-4k)$

اگر شکل تابع بالا را رسم کنیم، یک سری ضربه واحد هستند که در کنار هم قرار گرفته و یکی در میان مثبت و منفی هستند. اگر آن را به توان دو برسانیم، تمام ضربات واحد به بالا نمودار آمده و مثبت میشوند. سیگنال متناوب هست و در یک بازه زمانی محدود، انتگرال آن محدود است. فلذا سیگنال توان است.

۳.۴ عبارت سوم

$x_3(t) = e^{3\pi j t}$

داریم:

$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j\sin(\theta),$
$e^{-j\theta} = \cos(\theta) - j\sin(\theta)$

در اینصورت :

$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} |e^{3\pi j t}|^2\, dt = \infty$

$\lim_{t\to\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{+T} |x(t)|^2\, dt = \lim_{t\to\infty} \frac{2T}{2T} = 1 < \infty$

انرژی سیگنال بینهایت است. حد محاسبه شده نیز محدود است، فلذا سیگنال توان است.

۵ سوال ۵

i(t) = 2r(t) - 2r(t-1) - u(t-1) + 1/2r(t-1) - 1/2r(t-3) + u(t-3) - 3r(t-3) + 3r(t-4) = 2r(t) - 3/2r(t-1) - 7/2r(t-3) + 3r(t-4) - u(t-1) + u(t-3)

i(t) = 2u(t) - 2u(t-1) -
$\delta(t-1)+\frac{1}{2}u(t-1)-\frac{1}{2}u(t-3)+\delta(t-3)-3u(t-3)+3u(t-4)=$
$2u(t)-\frac{3}{2}u(t-1)-\frac{7}{2}u(t-3)+3u(t-4)-\delta(t-1)+\delta(t-3)$

۶ سوال ۶

طبق اسلایدها می‌دانیم:

- $x(t)$: $F\{x(t)\}=X(f)$
- $x(-t)$: $F\{x(-t)\}=X^*(f)$
- $x^*(t)$: $F\{x^*(t)\}=X^*(-f)$
- $x(t)$ is even $x(t)=x(-t)$, $x(t)$ is real $x(t)=x^*(t)$

- ابتدا باید اثبات کنیم $X(f)$ عدد حقیقی است ($X(f)=X^*(f)$):
  اگر $x(t)=x(-t)$، آنگاه:

F{x(t)} = F{x(-t)} X(f) = X*$(f)X(f)$

- سپس باید اثبات کنیم $X(f)$ تابع زوج است ($X(f)=X(-f)$):
  از آنجا که اثبات کردیم $X(f)$ عدد حقیقی است:

X(-f) همچنین عدد حقیقی است X(-f) = X*$(-f)$

اگر $x(t)=x^*(t)$، آنگاه:

F{x(t)} = F{x*$(t)\}X(f)=X^*(-f)=X(-f)X(f)=X(-f)X(f)$

زوج است

۷ سوال ۷

x(t) * $\delta(t-\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(T)\delta(t-\tau-T)dT = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau)\delta(t-\tau-T)dT$

با استفاده از خاصیت غربالی ضربه واحد داریم :

x(t) * $\delta(t-\tau) = x(t-\tau)$