

نمبره ۸ و ۹ از فصل ۱۲

تمرین ۸ و ۹

الف) در LQR مسئله برای سیستم $\dot{x} = Ax + Bu$ با استفاده از معادله هلمهولتز به دست آورید.

و این با استفاده از تعریف به دست آورید. مسئله هلمهولتز به دست آورید.

سیستم را به صورت زیر فرض کنید:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

رایج ترین شکل مسئله به شکل زیر درج می شود:

$$-Kx_k + u_k$$

Utility و Stage cost نیز به صورت زیر تعریف می شود:

$$J(x_k, u_k) = x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k$$

در این مسئله که $x_k \rightarrow 0$ می شود.

برای رسیدن به جواب این مسئله، مسئله را به صورت زیر فرض می کنیم:

$$V_k(x_k) = \sum_{i=k}^{\infty} (x_i^T Q x_i + u_i^T R u_i) \quad (1)$$

که π به صورت $x_k \rightarrow 0$ می شود.

حال با فرض $-Kx_k + u_k$ و با استفاده از معادله (1) داریم:

$$V_k(x_k) = \sum_{i=k}^{\infty} x_i^T (Q + K^T R K) x_i = V_k(x_k)$$

حجم این K است و به دست می آید با K نشان می دهیم.

در اینجا به صورت زیر هم داریم:

۱- $Q = Q^T$ و $Q \geq 0$ که به صورت زیر می بینیم.

۲- $R = R^T > 0$ و R مثبت معین و متناهی.

۳- (A, B) Stabilizable باشد، یعنی متناهی K می توانیم پیدا کنیم.

کرد.

۴- (A, \sqrt{Q}) observable باشد، یعنی $\sqrt{Q}x_k \rightarrow 0$ نتیجه می دهیم $x_k \rightarrow 0$.

سید الهادی خرمی ۹۹۵۱۱۸۴۴

اداره خرمی^۴ یعنی برای سیستم $u(k)$ ، این مسئله در موردی دارد نقطه \min آن را در دسترس است به اطلاعات تابع هزینه با نقطه \min ، Q و R داشته باشد و نه عملی.

مدت سیر کردن به سمت چپ یا در واقع K^* برای $x(k)$ هزینه را برده است از کنترل یعنی داریم برای بحث LQR، با اقلینه بودن تابع هزینه چپ یا چپ به چپ و چپ به چپ از حالت مغلق فراموش کردیم به عبارتی:

$$V^*(x_k) = x_k^T P x_k \quad (*)$$

تاریخچه چپ

معادله (۱) را در تابع هزینه:

$$V_k(x_k) = \sum_{i=k}^{\infty} (x_i^T Q x_i + u_i^T R u_i)$$

$$= x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k + V_k(x_{k+1}) \quad (II)$$

$$= r(x_k, u_k) + V_k(x_{k+1})$$

که همان معادله بلین است.

معادله (II) و (*) به عنوان معادله زیر برنامه:

$$x_k^T P x_k = x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k + x_{k+1}^T P x_{k+1}$$

با داشتن: $u_k = -K x_k$ و $x_{k+1} = A x_k + B u_k$ داریم: (بایداری کنیم)

$$x_k^T P x_k = x_k^T (Q + K^T R K + (A - B K)^T P (A - B K)) x_k$$

معادله بالا معادله زیر برنامه است:

$$(A - B K)^T P (A - B K) - P + Q + K^T R K = 0 \quad (**)$$

که معادله فوق، معادله لیمایونز برای K است.

۱۹۲۱۴۵۴

کتاب ریاضیات مهندسی

زمانی که به این یانتی می‌رسیم، باید که K هم چول است.

ماتریس K را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$V^*(x_k) = \underbrace{x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k + x_k^T P A x_k}_r$$

$$= x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k + (A x_k + B u_k)^T P (A x_k + B u_k)$$

ما می‌خواهیم V^* را به u^k وابسته کنیم. باید از V^* نسبت به u مشتق بگیریم. چرا؟

چون که u هم در V^* است. u اینجاست که V^* نسبت به u مشتق بگیریم.

نسبت به u به صورت زیر است:

$$2R u_k + 2B^T P (A x_k + B u_k) = 0$$

$$u_k = -(R + B^T P B)^{-1} B^T P A x_k$$

پس u_k به صورت $u_k = -K x_k$ می‌توانیم بنویسیم.

$$K^* = (R + B^T P B)^{-1} B^T P A$$

پس این K^* به صورت $K^* = (R + B^T P B)^{-1} B^T P A$ می‌توانیم بنویسیم.

$$A^T P A - P + Q - A^T P B (R + B^T P B)^{-1} B^T P A = 0$$

این معادله به P وابسته است و P هم چول است. از این معادله

فهم می‌کنیم که P هم چول است و از این معادله P را می‌توانیم پیدا کنیم.

(ب) ثابت کنید هر ترکیبی ساده ریاضی که از متغیرهای A, B, C, R, P, Q تشکیل شده باشد، یک عبارت خطی است. (قابل خطی)

$$A^T P A - P + Q - A^T P B (R + B^T P B)^{-1} B^T P A = 0$$

$$P = A^T P A + Q - A^T P B (R + B^T P B)^{-1} B^T P A = 0$$

برای هر ترکیبی که از متغیرهای A, B, C, R, P, Q تشکیل شده باشد، یک عبارت خطی است. (قابل خطی)

برای هر ترکیبی که از متغیرهای A, B, C, R, P, Q تشکیل شده باشد، یک عبارت خطی است. (قابل خطی)

$$P_{j+1} = A^T P_j A + Q - A^T P_j B (R + B^T P_j B)^{-1} B^T P_j A$$

در اینجا P به جای P^* است.

برای هر ترکیبی که از متغیرهای A, B, C, R, P, Q تشکیل شده باشد، یک عبارت خطی است. (قابل خطی)

برای هر ترکیبی که از متغیرهای A, B, C, R, P, Q تشکیل شده باشد، یک عبارت خطی است. (قابل خطی)

$$x \in [a, b] \Rightarrow g \in [a, b]$$

است. برای هر ترکیبی که از متغیرهای A, B, C, R, P, Q تشکیل شده باشد، یک عبارت خطی است. (قابل خطی)

برای هر ترکیبی که از متغیرهای A, B, C, R, P, Q تشکیل شده باشد، یک عبارت خطی است. (قابل خطی)

برای هر ترکیبی که از متغیرهای A, B, C, R, P, Q تشکیل شده باشد، یک عبارت خطی است. (قابل خطی)

برای هر ترکیبی که از متغیرهای A, B, C, R, P, Q تشکیل شده باشد، یک عبارت خطی است. (قابل خطی)

برای هر ترکیبی که از متغیرهای A, B, C, R, P, Q تشکیل شده باشد، یک عبارت خطی است. (قابل خطی)

برای هر ترکیبی که از متغیرهای A, B, C, R, P, Q تشکیل شده باشد، یک عبارت خطی است. (قابل خطی)

$$P_{j+1} = A^T P_j A + Q - A^T P_j B (R + B^T P_j B)^{-1} B^T P_j A$$

برای هر ترکیبی که از متغیرهای A, B, C, R, P, Q تشکیل شده باشد، یک عبارت خطی است. (قابل خطی)

برای هر ترکیبی که از متغیرهای A, B, C, R, P, Q تشکیل شده باشد، یک عبارت خطی است. (قابل خطی)

برای هر ترکیبی که از متغیرهای A, B, C, R, P, Q تشکیل شده باشد، یک عبارت خطی است. (قابل خطی)

