

# Examens avec Solutions

## Recherche opérationnelle

Filière : Gestion E1-E2-E3

Filière : Economie et Gestion E1-E2

2019-2020

**La calculatrice est autorisée à titre personnel**

**Exercice 1 : ( 12 pts )**

La société JET produit deux types de peintures A et B, à partir de trois matières premières  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_3$ .

Peinture type A nécessite 10 Kg de  $M_1$ , 2 Kg de  $M_2$  et 1 Kg de  $M_3$ . Son prix de vente est 1200 Dhs.

Peinture type B nécessite 5 Kg de  $M_1$  et 3 Kg de  $M_2$ . Son prix de vente est 1000 Dhs.

La société dispose de 200 Kg de  $M_1$ , 60 Kg de  $M_2$  et 34 Kg de  $M_3$ .

- 1 – Ecrire le programme linéaire qui permet de maximiser le bénéfice de la société.
- 2 – Résoudre le problème par la méthode du simplexe, interpréter les résultats obtenus.
- 3 – Ecrire le programme dual et déduire sa solution
- 4 – Effectuer une analyse de sensibilité pour le prix de vente de la peinture type B.
- 5 – Une entreprise concurrente demande à la société JET de lui vendre 50 % de la matière  $M_1$  (et ce, bien entendu avant que la fabrication ne soit lancée) . A quel prix minimum la société JET devra t - elle vendre cette quantité ? Expliquer clairement votre raisonnement
- 6 – Supposons qu'un troisième type C est proposé par le département de production, et qui nécessite 2kg de  $M_1$  et 3Kg de  $M_2$ , et son prix de vente est 650 Dhs. Tenant compte de la valeur marginale de  $M_1$  et  $M_2$ , est-ce que la société JET doit produire ce type ? Expliquer clairement votre raisonnement

**Exercice 2 : (8 pts )**

Un projet peut être décomposé en 10 tâches, dans le tableau ci-dessous, on indique pour chaque tâche, sa durée et les tâches immédiatement antérieures

Tâche	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Tâche Antérieure	-----	-----	A	A,B	A	C	D,F	E	G	H, I
Durée	4	2	1	1	2	2	2	10	4	1

- 1 – Tracer le graphe PERT.
  - 2 – Calculer la date au plus tôt et au plus tard pour chaque tâche.
  - 3 – Déterminer la marge libre et totale de chaque tâche.
  - 4 – Déterminer le chemin critique.
-

Corrigé de l'examen de la session normale  
Recherche opérationnelle  
Semestre 6 Filière Economie et Gestion Ensembles : 2 et 3 M .ATMANI

**Exercice 1**

1°) le programme linéaire qui permet de maximiser le bénéfice de l'entreprise

*Soit  $X_1$  la quantité de la peinture type A et  $X_2$  la quantité de la peinture type B*

$$\begin{cases} \text{Max } Z = 1200 X_1 + 1000 X_2 \\ 10X_1 + 5X_2 \leq 200 \\ 2X_1 + 3X_2 \leq 60 \\ 1 X_1 \leq 34 \\ X_1 ; X_2 \geq 0 \end{cases}$$

2°) Résolution simplexe

Forme standard : on introduit trois variables d'écarts  $e_1$ ,  $e_2$  et  $e_3$

$$\begin{cases} \text{Max } Z = 1200 X_1 + 1000 X_2 + 0 e_1 + 0 e_2 + 0 e_3 \\ 10X_1 + 5X_2 + e_1 = 200 \\ 2X_1 + 3X_2 + e_2 = 60 \\ 1X_1 + e_3 = 34 \\ X_1, X_2, e_1, e_2, e_3 \geq 0 \end{cases}$$

↓  $V_e$

Cj			1200	1000	0	0	0	
	VB	Q	X1	X2	e 1	e 2	e 3	RT
0	e 1	200	10	5	1	0	0	20
0	e 2	60	2	3	0	1	0	30
0	e 3	34	1	0	0	0	0	34
	Zj		0	0	0	0	0	
	Cj - Zj		1200	1000	0	0	0	

→

↓

Cj			1200	1000	0	0	0	
	VB	Q	X1	X2	e 1	e 2	e 3	RT
1200	X1	20	1	1/2	1/10	0	0	40
0	e 2	20	0	2	-1/5	1	0	10
0	e 3	14	0	-1/2	-1/10	0	1	-28
	Zj		1200	600	120	0	0	
	Cj - Zj		0	400	-120	0	0	

→

Cj			1200	1000	0	0	0	
	VB	Q	X1	X2	e 1	e 2	e 3	
1200	X1	15	1	0	3/20	-1/4	0	
1000	X2	10	0	1	-1/10	1/2	0	
0	e 3	19	0	0	-3/10	1/4	1	
	Zj		1200	1000	80	200	0	

	Cj - Zj		0	0	-80	-200	0	
--	---------	--	---	---	-----	------	---	--

Tous les  $C_j - Z_j \leq 0$  donc la solution est optimale,  $X_1 = 15$ ;  $X_2 = 10$  et  $Z = 1200 \cdot 15 + 1000 \cdot 10 = 28000$ . Pour maximiser le bénéfice de l'entreprise, il faut produire 15 unités de type A et 10 unités de type B.

### **3°) Le programme dual**

$Y_1$  la valeur d'un Kg de M1 ;  $Y_2$  la valeur d'un Kg de M2 ;  $Y_3$  la valeur d'un Kg de M3

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Min } Z = 200 y_1 + 60 y_2 + 34 y_3 & \text{la solution duale :} \\ 10y_1 + 2y_2 + 1y_3 \geq 1200 & \text{d'après le dernier tableau ( tableau optimal ) on a :} \\ 5y_1 + 3y_2 \geq 1000 & C_4 - Z_4 = -80 ; C_5 - Z_5 = -200 ; C_6 - Z_6 = 0 \\ y_1 ; y_2 ; y_3 \geq 0 & \text{donc } y_1 = 80 ; y_2 = 200 ; y_3 = 0 \text{ et } Z = 28000. \end{array} \right.$$

### **4°) Analyse de sensibilité pour le prix de vente de la peinture type B , d'après le dernier tableau on a :**

Cj			1200	1000+Δ	0	0	0	
	VB	Q	X1	X2	e 1	e 2	e 3	
1200	X1	15	1	0	3/20	-1/4	0	
1000+Δ	X2	10	0	1	-1/10	1/2	0	
0	e 3	19	0	0	-3/10	1/4	1	
	Zj		1200	1000+Δ	80-Δ/10	200+Δ/2	0	
	Cj - Zj		0	0	-80+Δ/10	-200-Δ/2	0	

La solution reste optimale si tous les  $C_j - Z_j \leq 0$ , donc :

$$-80 + \Delta/10 \leq 0 \quad \text{donc} \quad \Delta \leq 800$$

$$-200 - \Delta/2 \leq 0 \quad \text{donc} \quad \Delta \geq -400 \quad \text{donc} \quad -400 \leq \Delta \leq 800 \quad \text{donc} \quad 600 \leq \Delta + 1000 \leq 1800$$

Tant que le prix de la peinture type B reste entre 600 et 1800, alors la solution est optimale.

### **5°) prix minimum de la vente de 50% de M1**

la valeur marginale de M1 est 80,

la société ne peut accepter qu'une valeur supérieure ou égale à 80 pour un Kg de M1, donc minimum 80 pour 1 Kg de M1,

la société dispose de 200 Kg de M1, alors 50 % de M1 c'est 100 Kg

donc le prix minimum pour vendre 50% ( 100Kg ) c'est  $100 \cdot 80 = \underline{8000 \text{ Dhs}}$

### **6°) production d'un troisième type C**

le troisième type C demande 2Kg de M1 et 3Kg de M2.

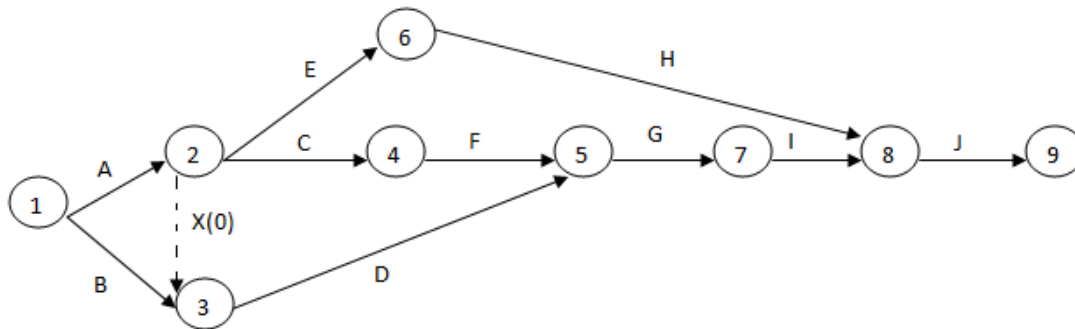
donc la valeur marginale de (2Kg de M1 et 3Kg de M2) c'est  $2 \cdot 80 + 3 \cdot 200 = 760$  Dhs

si la société JET utilise la quantité (3Kg de M2 et 2Kg de M1) dans la production de type A et type B

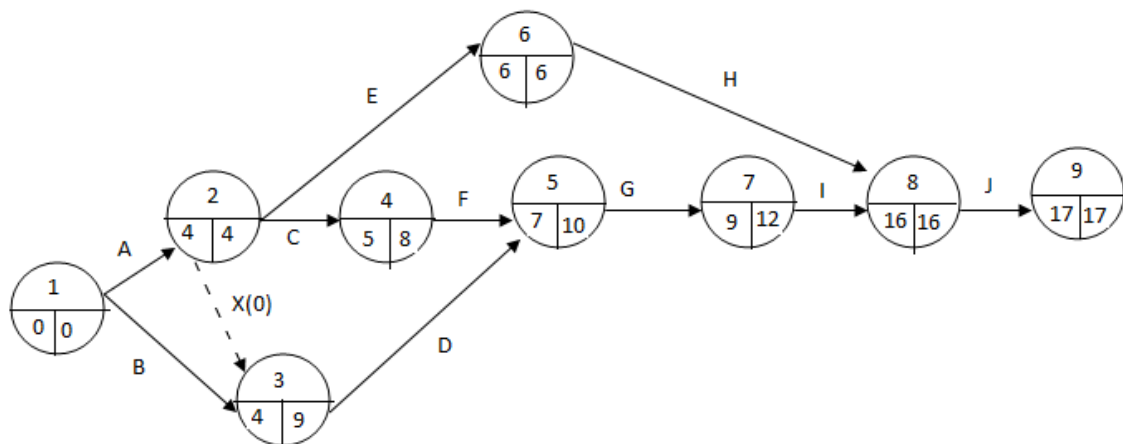
le revenu est 760 Dhs, mais s'elle utilise la quantité (3Kg de M2 et 2Kg de M1) pour le type C le revenu c'est 650 Dhs, donc **la société ne doit pas produire le type C.**

## Exercice 2

Le graphe PERT partiel



Le graphe PERT complet :



## 2) Les dates au plus tôt

$$t_1 = 0$$

$$t_2 = \text{Max}(0+4) = 4$$

$$t_3 = \text{Max}(0+2; 4+0) = 4$$

## Les dates et au plus tard

$$T_9 = 17$$

$$T_8 = \text{Min}(17-1) = 16$$

$$T_7 = \text{Min}(16-4) = 12$$

$$t_4 = \text{Max}(4+1) = 5$$

$$t_5 = \text{Max}(4+1 ; 5+2) = 7$$

$$t_6 = \text{Max}(4+2) = 6$$

$$t_7 = \text{Max}(7+2) = 9$$

$$t_8 = \text{Max}(7+4 ; 6+10) = 16$$

$$t_9 = \text{Max}(16+1) = 17$$

$$T_6 = \text{Min}(16-10) = 6$$

$$T_5 = \text{Min}(12-2) = 10$$

$$T_4 = \text{Min}(10-2) = 8$$

$$T_3 = \text{Min}(10-1) = 9$$

$$T_2 = \text{Min}(8-1 ; 6-2 ; 9-0) = 4$$

$$T_1 = \text{Min}(4-4 ; 9-2) = 0$$

### **3) Les marges libres et totales**

Tache	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
ML	0	2	0	2	0	0	0	0	3	0
MT	0	7	3	5	0	3	3	0	3	0

### **4) Le chemin critique**

***Le chemin critique est composé des taches qui ont une marge totale nulle , donc d'après le tableau ci-dessus le chemin critique est : ( AEHJ )***

**Examen de la Session Normale – Printemps 2017**

**Semestre : 6 // Filière : Economie et Gestion ( Ensemble : 2 ) // Filière : Gestion**

**Elément de Module : RECHERCHE OPERATIONNELLE Durée : 1H30min - M. ATMANI**

**Aucun document n'est autorisé**

**Exercice 0**

**La clarté et la bonne présentation de la copie ( 1 pt )**

**Exercice 1 (11pts)**

**Un fabricant produit deux types de yaourts A et B à partir de trois matières premières ( fraise, lait , sucre ) . Le type A nécessite 2 Kg de fraise et 4 kg de lait. Le type B nécessite 1 Kg de fraise, 2 kg de lait et 1Kg de sucre.**

**Les matières premières sont en quantité limitée : 800 Kg de fraise, 700 Kg de lait et 300 kg de sucre.**

**La vente de A rapporte 50 DH et la vente de B rapporte 60 DH.**

- 1- Ecrire le programme linéaire qui permet de maximiser le bénéfice du fabricant.(1pt)**
- 2- Résoudre ce problème par la méthode du simplexe. (4pts)**
- 3- Ecrire le programme dual et déduire sa solution. (2pts)**
- 4- Si le fabricant souhaite diminuer la quantité de l'une des matières premières, laquelle doit-il choisir ? pourquoi ? (2pts)**
- 5- Quel est le prix maximum qu'il faut dépenser par le fabricant pour doubler la production du yaourts type A ? (2pts)**

**Exercice 2 ( 8pts)**

**Un projet peut être décomposé en dix tâches, le tableau ci-dessous résume l'ensemble des informations nécessaires :**

<b>tâche</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>	<b>I</b>	<b>J</b>
<b>tâches antérieures</b>	---	---	A	A	A , B	C	C , D	E	F , G	H , I
<b>Durée ( jours)</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>7</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>1</b>

- 1- Tracer le graphe PERT, calculer les dates au plus tôt et au plus tard pour chaque sommet, déterminer sous forme de tableau les marges libres et totales de l'ensemble des tâches et déduire le chemin critique. (6pts)**

**2 – Si on retarde la tâche E de 10 jours.**

- a) Quelle est la date au plus tôt pour commencer la tâche H ? pourquoi ?(1 pt)  
b) Quelle est la durée du projet ? pourquoi ? ( 1pt)

## Solution de l'examen

### Exercice 1

- 1- La fabricant produit deux types de yaourts A et B.

Soit la qté  $X_1$  de A et  $X_2$  de B

A  $X_1$  consomme 2 KG FRAISE , 4KG de LAIT et rapporte 50DH

B  $X_2$  consomme 1KG FRAISE , 2 KG de LAIT , 1 Kg de SUCRE et rapporte 60DH

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max } Z = 50 X_1 + 60 X_2 \\ 2X_1 + 1X_2 \leq 800 \\ 4X_1 + 2X_2 \leq 700 \\ 1X_2 \leq 300 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

- 2- Résolution simplexe

Forme standard

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max } Z = 50 X_1 + 60 X_2 + 0 e_1 + 0 e_2 + 0 e_3 \\ 2X_1 + 1X_2 + e_1 = 800 \\ 4X_1 + 2X_2 + e_2 = 700 \\ 1X_2 + e_3 = 300 \\ X_1, X_2, e_1, e_2, e_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

### Méthode des tableaux

Cj			50	60	0	0	0	
	VB	Q	X1	X2	e1	e2	e3	RT
0	e 1	800	2	1	1	0	0	800
0	e 2	700	4	2	0	1	0	350
0	e 3	300	0	1	0	0	1	300
	Zj		0	0	0	0	0	
	Cj - Zj		50	60	0	0	0	

Cj			50	60	0	0	0	
	VB	Q	X1	X2	e1	e2	e3	RT



0	e 1	500	2	0	1	0	-1	250
0	e 2	100	4	0	0	1	-2	25
60	X2	300	0	1	0	0	1	$\infty$
	Zj		0	60	0	0	60	
	Cj - Zj		50	0	0	0	-60	

Cj			50	60	0	0	0	
	VB	Q	X1	X2	e1	e2	e3	RT
0	e 1	450	0	0	1	-1/2	0	
50	X1	25	1	0	0	1/4	-1/2	
60	X2	300	0	1	0	0	1	
	Zj		50	60	0	50/4	35	
	Cj - Zj		0	0	0	-50/4	-35	

Tous les  $C_j - Z_j \leq 0$ , donc la solution est optimale.

$$X_1^* = 25 \quad X_2^* = 300 \quad Z^* = 19250$$

3 – la programme dual

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } Z = 800 Y_1 + 700 Y_2 + 300 Y_3 \\ 2 Y_1 + 4 Y_2 \geq 50 \\ 1 Y_1 + 2 Y_2 + 1 Y_3 \geq 60 \\ Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

La solution duale :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} C_1 - Z_1 = 0 \\ C_2 - Z_2 = 0 \\ C_3 - Z_3 = 0 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} C_4 - Z_4 = -50/4 \\ C_5 - Z_5 = -35 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} Y_1 = 0 \\ Y_2 = 50/4 \\ Y_3 = 35 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} e'_1 = 0 \\ e'_2 = 0 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

4 – si le fabricant souhaite diminuer la quantité d'une ressource, il doit diminuer la matière qui n'est pas consommée.

En terme de consommation de matière première : On a  $X_1 = 25$  et  $X_2 = 300$

La consommation de fraise est  $(25 \cdot 2) + (300 \cdot 1) = 350 \leq 800$  donc il reste 450 Kg de fraise

La consommation de lait est  $(25 \cdot 4) + (300 \cdot 2) = 700$  épuisement total.

La consommation de sucre est  $(25 \cdot 0) + (300 \cdot 1) = 300$  épuisement total

Donc il doit diminuer la quantité de fraise.

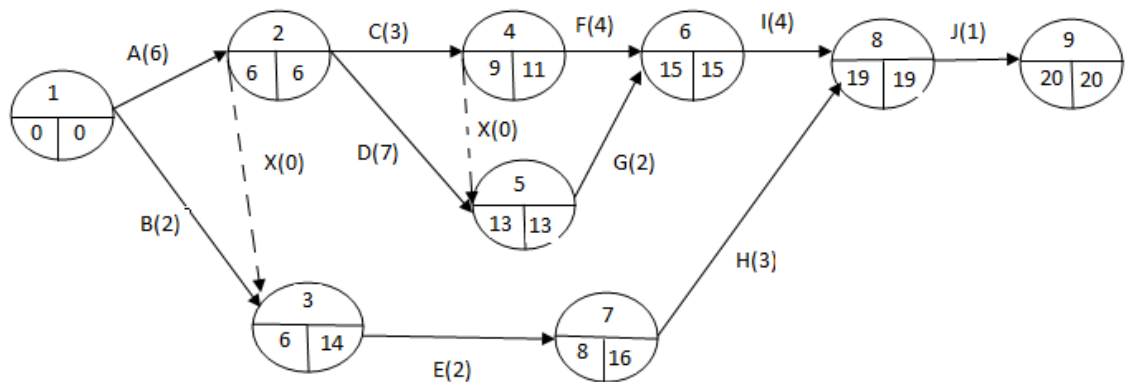
5 – si le fabricant souhaite doubler la quantité de yaourt type A.

Donc il souhaite produire 25 unités de plus, qui consomme :

$25 * 2 \text{ Kg de fraise} = 50 \text{ kg de fraise}$  et  $25 * 4 \text{ Kg de lait} = 100 \text{ Kg de lait}$ .  
 La valeur marginale de fraise est nulle ( il reste déjà 450 Kg de fraise qui n'est pas consommée ) et la valeur marginale de lait est  $50/4 \text{ dh}$ .  
 Donc il faut dépenser au maximum  $100 * 50/4 = 1250 \text{ dh}$ .

## Exercice 2

1 - Graphe PERT - dates au plus tôt et au plus tard - Marges – chemin critique  
 Graphe PERT



Dates au plus tôt	Dates au plus tard
$t_1 = 0$ $t_2 = \text{Max}(0+6) = 6$ $t_3 = \text{Max}(0+2, 6+0) = 6$ $t_4 = \text{Max}(6+3) = 9$ $t_5 = \text{Max}(6+7, 9+0) = 13$ $t_6 = \text{Max}(9+4, 13+2) = 15$ $t_7 = \text{Max}(6+2) = 8$ $t_8 = \text{Max}(15+4, 8+3) = 19$ $t_9 = \text{Max}(19+1) = 20$	$T_9 = 20$ $T_8 = \text{Min}(20-1) = 19$ $T_7 = \text{Min}(19-3) = 16$ $T_6 = \text{Min}(19-4) = 15$ $T_5 = \text{Min}(15-2) = 13$ $T_4 = \text{min}(13-0, 15-4) = 11$ $T_3 = \text{Min}(16-2) = 14$ $T_2 = \text{Min}(11-3, 13-7, 13-0) = 6$ $T_1 = \text{Min}(6-6, 14-2) = 0$

Marges libres et Marges totales

tache	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
ML	0	4	0	0	0	2	0	8	0	0
MT	0	12	2	0	8	2	0	8	0	0

Le chemin critique est : A-D-G-I-J

2 - si on retarde la tache E de 10 jours.

- a) Normalement la date au plus tôt pour commencer H c'est 8 , mais si on retarde E de 10 , et comme la marge libre de E est 0 , donc on va retarder H aussi de 10 , donc la date au plus tôt pour commencer H c'est 18.
- b) Normalement la durée du projet est 20 , mais si on retarde E de 10 , et comme la marge totale de E est 8 , donc on va retarder le projet de  $(10-8 = 2)$  par conséquent la durée du projet est 22.

### **Exercice – ( Examen de rattrapage -2016-2017)**

**Un artisan fabrique deux articles A et B nécessitent chacun deux opérations : Un usinage et un traitement thermique . Le produit A subit un usinage d'une heure et un traitement thermique de 3H. B subit un usinage de 2H et un traitement thermique de 3H. de plus 2 Kg de matière première entrent dans la composition de A et 1 Kg dans celle de B.**

**La fabrication de B se termine par un travail de finition qui dure 1H.**

**L'artisan dispose de 80 H d'usinage , 150 H de traitement thermique , 35 H de finition et 80Kg de matière première.**

**La marge bénéficiaire est 30 DH pour l'article A , et 25 DH pour l'article B.**

**1 – Formuler le programme linéaire qui permet de maximiser le bénéfice de l'artisan.**

**2 – Résoudre le problème par la méthode graphique. (en utilisant la méthode d'énumération des sommets.)**

**3 – Effectuer une analyse de sensibilité pour le bénéfice de l'article A.**

**4 – Quelles sont les ressources épuisées ?**

## **Solutions**

①  
 $x_1 \in L_A$   
 $x_2 \in L_B$

$$\begin{cases} \text{MAX } Z = 30x_1 + 25x_2 \\ 1x_1 + 2x_2 \leq 80 \\ 3x_1 + 3x_2 \leq 150 \\ 2x_1 + 1x_2 \leq 80 \\ 1x_2 \leq 35 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Il y a 6 sommets (OABCE)

• O(0,0) →  $Z_O = 0$

• A(0,35) →  $Z_A = 875$

•  $B \in D_1 \cap D_4 \Rightarrow B \in D_1$

$$x_1 + 2x_2 = 80$$

$$x_2 = 35 \Rightarrow x_1 = 10$$

B(10,35) →  $Z_B = 1175$

•  $C \in D_1 \cap D_2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 80 \\ 3x_1 + 3x_2 = 150 \end{cases}$

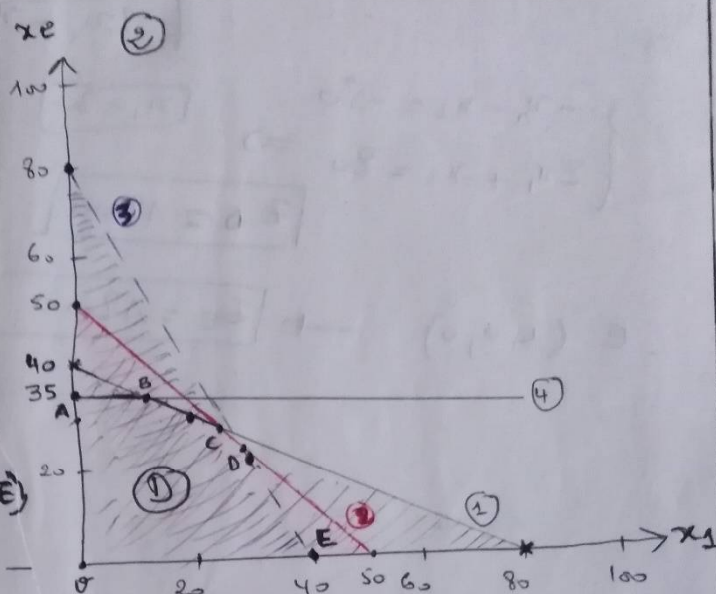
$$x_1 = 20 \quad x_2 = 30$$

$Z_C = 1350$

•  $D \in (D_2 \cap D_3) \Rightarrow \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 = 150 \\ 2x_1 + 1x_2 = 80 \end{cases}$

$$x_1 = 30 \quad x_2 = 20$$

$Z_D = 1400$



• E(40,0) →  $Z_E = 1200$

$$\begin{cases} Z_O = 0 \\ Z_A = 875 \\ Z_B = 1175 \\ Z_C = 1350 \end{cases} \quad \begin{cases} Z_D = 1400 \\ Z_E = 1200 \end{cases}$$

donc.  $x_1^* = 30$  et  $x_2^* = 20$

$Z^* = 1400$

### 3) Analyse de sensibilité:

$$Z = 30x_1 + 25x_2$$

$$Z = (30 + \lambda)x_1 + 25x_2$$

D c'est la solution optimale

$$D \in D_2 \cap D_3$$

$$D_2: x_1 + x_2 = 50 \Rightarrow x_2 = -x_1 + 50$$

$$\boxed{P_1 = -1} : \text{la pente}$$

$$D_3: 2x_1 + 1x_2 = 80 \Rightarrow x_2 = -2x_1 + 80$$

$$\boxed{P_2 = -2} : \text{la pente}$$

$$Z = 0 \Rightarrow (30 + \lambda)x_1 + 25x_2 = 0$$

$$\Rightarrow 25x_2 = -(30 + \lambda)x_1$$

$$x_2 = -\frac{30 + \lambda}{25}x_1$$

$$P_Z = -\frac{30 + \lambda}{25} : \text{la pente}$$

Tant que  $P_Z$  reste entre  $P_1$  et  $P_2$  la solution reste optimale.

$$-2 \leq P_Z \leq -1$$

$$-2 \leq -\frac{(30 + \lambda)}{25} \leq -1$$

$$-50 \leq -(30 + \lambda) \leq -25$$

$$-50 \leq -30 - \lambda \leq -25$$

$$-20 \leq -\lambda \leq 5$$

$$-5 \leq \lambda \leq 20$$

$$25 \leq 30 + \lambda \leq 50$$

Tant que le prix de A reste entre 25 et 50, la solution reste optimale.

4/ Les ressources épuisées:

$$x_1^* = 30 \quad x_2^* = 20$$

$$\text{usinage: } 30 + 2(20) = 70 \leq 80$$

$$\text{Tl: } 3(30) + 3(20) = 150 = 150$$

$$\text{M.P: } 2(30) + 1(20) = 80 = 80$$

$$\text{H.F: } 20 \leq 35$$

Les ressources qui sont épuisées sont:

- les heures de traitement thermique
- la matière première.



**Remarque Importante** : réponse juste +1

Aucune réponse : 00 réponse fausse : 00

**Programmation linéaire : Exercice 1**

Une société fabrique deux types de produits A et B à partir de trois matières premières M1, M2 et M3.

Le produit A nécessite 6 unités de M1, 3 unités de M2 et 1 unité de M3.

Le produit B nécessite 4 unités de M1, 4 unités de M2 et 2 Unités de M3. La société dispose de 2000 unités de M1, 3000 unités de M2 et 500 unités de M3. Le produit A donne un bénéfice de 140 DH et le produit B donne un bénéfice de 170 DH

Soit  $x_1$  la qte de A et  $x_2$  la qte de B.

**Q1 : la fonction objectif pour maximiser le profit est**

- A:  $\text{Max } Z = 140x_1 + 170x_2$  B:  $\text{Max } Z = 170x_1 + 140x_2$   
C:  $\text{Max } Z = 1200x_1 + 1000x_2$  D:  $\text{Max } Z = 1000x_1 + 1200x_2$

**Q2 : la contrainte liée à la matière M1 est :**

A:  $3x_1 + 4x_2 \leq 3000$  B:  $6x_1 + 4x_2 \leq 2000$

C:  $10x_1 + 5x_2 \leq 200$  D:  $2x_1 + 3x_2 \leq 60$

**Q3 : la contrainte liée à la matière M3 est :**

A:  $1x_1 + 2x_2 \leq 500$  B:  $6x_1 + 4x_2 \leq 2000$

C:  $1x_1 \leq 34$  D:  $2x_1 + 3x_2 \leq 60$

**RESOLUTION SIMPLEXE** : soient les variables d'écart suivantes ( $e_1$  : M1) ( $e_2$  : M2) ( $e_3$  : M3) la résolution du système par la méthode du simplexe donne le tableau optimal suivant (dernier tableau)

Cj			140	170	0	0	0
	VB	Q	$x_1$	$x_2$	$e_1$	$e_2$	$e_3$
140	$x_1$	?	1	0	a	0	-1/2
0	$e_2$	?	0	0	b	1	-3/2
170	$x_2$	?	0	1	c	0	3/4
	Zj		140	170	d	0	
	Cj-Zj		0	0	?	?	?

**Q4 : trouver les valeurs de la colonne liée à  $e_1$ .**

(a, b, c, d) :

A:  $(\frac{-1}{4}, \frac{-1}{4}, \frac{-1}{8}, \frac{110}{8})$  B:  $(\frac{1}{4}, \frac{-1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{110}{8})$

C:  $(\frac{1}{8}, \frac{-1}{4}, \frac{-1}{8}, \frac{110}{8})$  D:  $(\frac{1}{4}, \frac{-1}{4}, \frac{-1}{8}, \frac{110}{8})$

**Q5 - la solution optimale :  $(x^*_1, x^*_2, Z^*) = ?$**

A: (125, 250, 56250) B: (250, 125, 56250)

C: (10, 15, 28000) D: (15, 10, 28000)

**Q6 - quelle est la ou les ressources épuisées ?**

A: M1

B: M2

C: M3

D: toutes les ressources

**Q7 - Déterminer l'intervalle de variation du bénéfice du produit A, tout en restant dans l'optimum est :**

A: [65, 255] B: [85, 255]

C: [30, 255] D: [75, 255]

**Q8 - si la société souhaite diminuer le stock d'une matière première, laquelle doit elle choisir ?**

A: M1 B: M2

C: M3 D: aucune ressource

**Q9 : un client s'intéresse à l'achat de 50 % de M3 quel est le prix minimum acceptable par la société ?**

A: 14375 B: 6875 C: 4000 D: 6000

**Q10 : quel est le prix maximum qu'il faut dépenser par la société pour produire 50 unités supplémentaire de A.**

A: 10000 B: 8500 C: 12000 D: 7000

**Méthode PERT : exercice 2**

Soit le projet à analyser :

tâche	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Tâches précédentes	-	A	B	-	D	D	E	G	C	I	J
Durée	3	1	5	6	6	2	9	5	8	2	3

**Q11 : la date au plus tôt pour commencer la tâche F :**

A: 12 B: 5 C: 4 D: 6

**Q12 : la date au plus tard pour commencer la tâche K :**

A: 6 B: 28 C: 25 D: 17

**Q13 : la date au plus tard pour terminer la tâche G :**

A: 21 B: 7 C: 18 D: 15

**Q14 : la marge totale de la tâche F est :**

A: 5 B: 14 C: 20 D: 9

**Q15 : la marge libre de la tâche H est :**

A: 0 B: 9 C: 6 D: 14

**Q16 - si on retarde E de 3 quelle est la date au plus tôt pour commencer G ?**

A: 8 B: 15 C: 24 D: 16

**Q17 - si on retarde la tâche E de 4 et la tâche C de 8 quelle est la durée du projet :**

A: 35 B: 36 C: 38 D: 39

**Q18 - si on retarde la tâche B de 14 quelle est la durée du projet :**

A: 31 B: 36 C: 29 D: 32

Code Apogée

Nom

Prénom

Remarques :

Cette fiche doit être remplie avec un stylo ou feutre; ne pas utiliser de crayon.  
L'utilisation du blanc est strictement interdite. Les noms et prénoms doivent être saisis en majuscule. Pour les noms composés laisser un espace. Vous devez cocher à l'intérieur des cases sans les dépasser de la manière suivante :

☒ OU BIEN ■

OK

		A	B	C	D
1	Q1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q2	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
2	Q5	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q6	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Q7	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q8	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q9	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

		A	B	C	D
1	Q10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
1	Q11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
1	Q12	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q13	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q15	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q16	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q17	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q18	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



**Remarque Importante** : réponse juste +1

Aucune réponse : 00 réponse fausse : 00

**Programmation linéaire : Exercice 1**

Une société fabrique deux types de produits A et B à partir de trois matières premières M1, M2 et M3.

Le produit A nécessite 10 unités de M1, 2 unités de M2 et 1 unité de M3.

Le produit B nécessite 5 unités de M1, 3 unités de M2. La société dispose de 200 unités de M1, 60 unités de M2 et 34 unités de M3.

Le produit A donne un bénéfice de 1200 DH et le produit B donne un bénéfice de 1000 DH soit  $x_1$  la qte de A et  $x_2$  la qte de B.

**Q1 : la fonction objectif pour maximiser le profit est**

A :  $\text{Max } Z = 140X_1 + 170X_2$  B :  $\text{Max } Z = 170X_1 + 140X_2$

C :  $\text{Max } Z = 1000X_1 + 1200X_2$  D :  $\text{Max } Z = 1200X_1 + 1000X_2$

**Q2 : la contrainte liée à la matière M2 est**

A :  $3X_1 + 4X_2 \leq 3000$  B :  $6X_1 + 4X_2 \leq 2000$

C :  $10X_1 + 5X_2 \leq 200$  D :  $2X_1 + 3X_2 \leq 60$

**Q3 : la contrainte liée à la matière M3 est :**

A :  $1X_1 + 2X_2 \leq 500$  B :  $6X_1 + 4X_2 \leq 2000$

C :  $1X_1 \leq 34$  D :  $2X_1 + 3X_2 \leq 60$

**RESOLUTION SIMPLEXE** : soient les variables d'écart suivantes (  $e_1$  : M1 ) (  $e_2$  : M2 ) (  $e_3$  : M3 ) la résolution du système par la méthode du simplex donne le tableau optimal suivant ( dernier tableau )

Cj			1200	1000	0	0	0
	VB	Q	$X_1$	$X_2$	$e_1$	$e_2$	$e_3$
1200	$X_1$	?	1	0		a	0
1000	$X_2$	?	0	1		b	0
0	$e_3$	?	0	0		c	1
	Zj		1200	1000		d	0
	Cj-Zj		0	0	?	?	?

**Q4 : trouver les valeurs de la colonne liée à  $e_2$**

( a , b , c , d ) :

A :  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 200)$  B :  $(\frac{-1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 200)$

C :  $(\frac{-1}{4}, \frac{-1}{2}, \frac{1}{4}, 200)$  D :  $(\frac{-1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{-1}{4}, 200)$

**Q5 - la solution optimale : (  $x_1^*$ ,  $x_2^*$ ,  $Z^*$  ) = ?**

A : (125, 250, 56250) B : (250, 125, 56250)

C : (15, 10, 28000) D : (10, 15, 28000)

**Q6 - quelle est la ou les ressources qui ne sont pas épuisées ?**

A : M1 B : M2

C : M3 D : toutes les ressources

**Q7 - Déterminer l'intervalle de variation du bénéfice du produit B, tout en restant dans l'optimum est :**

A : [600, 1800] B : [600, 800]

C : [60, 1800] D : [400, 1800]

**Q8 - si la société souhaite diminuer le stock d'une matière première, laquelle doit elle choisir ?**

A : M1 B : M2

C : M3 D : aucune ressource

**Q9 : un client s'intéresse à l'achat de 50 % de M2**

**quel est le prix minimum acceptable par la société ?**

A : 14375 B : 6875 C : 4000 D : 6000

**Q10 : quel est le prix maximum qu'il faut dépenser pour produire 10 unités supplémentaire de B**

A : 10000 B : 8500 C : 12000 D : 7000

**Méthode PERT : exercice 2**

Soit le projet à analyser

tache	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Tache précédent e	-	A	B	-	D	D	E	G	C	I	J
Durée	1	3	6	5	2	6	5	5	2	8	3

**Q11 : la date au plus tôt pour commencer la tâche H est :**

A : 12 B : 5 C : 4 D : 6

**Q12 : la date au plus tard pour commencer la tâche J est :**

A : 6 B : 28 C : 25 D : 17

**Q13 : la date au plus tard pour terminer la tâche C est :**

A : 21 B : 7 C : 18 D : 15

**Q14 : la marge totale de la tâche F est :**

A : 5 B : 14 C : 20 D : 9

**Q15 : la marge libre de la tâche F est :**

A : 0 B : 9 C : 6 D : 14

**Q16 - si on retarde D de 3 quelle est la date au plus tôt pour commencer la tâche E**

A : 8 B : 15 C : 24 D : 16

**Q17 - si on retarde la tâche E de 5 et la tâche C de 8 quelle est la durée du projet ?**

A : 35 B : 36 C : 38 D : 39

**Q18 - si on retarde la tâche F de 18 quelle est la durée du projet ?**

A : 31 B : 36 C : 29 D : 32



Code Apogée

Nom

Prénom

Remarques :

Cette fiche doit être remplie avec un stylo ou feutre; ne pas utiliser de crayon.

L'utilisation du blanc est strictement interdite. Les noms et prénoms doivent être saisis en majuscule. Pour les noms composés laisser un espace.

Vous devez cocher à l'intérieur des cases sans les dépasser de la manière suivante :

☒ OU BIEN ■

		A	B	C	D
1	Q1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
1	Q2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
1	Q3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q4	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Q5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Q7	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

		A	B	C	D
1	Q10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q11	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
1	Q13	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
1	Q14	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
1	Q16	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q17	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	Q18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

**Examen de la Session Normale & Filière : Gestion & Semestre : 6 & Ensembles : 1 - 2 - 3****Élément de Module : Recherche Opérationnelle & Durée : 1H30min & M. ATMANI**

Nom				Prénom			
CNE		Code apogée		Amphi		Position	

**Exercice 1 : \*\*Formulation\*\* 3 Pts**

Un opérateur télécom lance un nouveau produit . Il décide d'organiser une campagne de communication en utilisant les deux supports de médiatiques Télé et radio. ( avec un nombre de msg télé  $x_1$  et un nombre de msg radio  $x_2$  ). Le public cible est constitué de trois catégories dont les effectifs sont résumés dans le tableau suivant :

	CAT1	CAT2	CAT3	Coût d'un msg
Télé	10	25	9	10000 UM
Radio	5	30	8	7000 UM
effectif	9000	25000	9100	

Pour que cette campagne soit efficace , elle doit toucher au moins 70% du CAT1 et 30% du CAT2 et 50% du CAT3. Ainsi le nombre total de message doit dépasser 5500 msg. Modéliser ce problème sous forme d'un programme linéaire. -sans solution -

Réponse : ( la solution n'est pas demandée)

$$\begin{aligned} \min Z &= 10000x_1 + 7000x_2 \\ \begin{cases} 10x_1 + 5x_2 &\geq 6300 \\ 25x_1 + 30x_2 &\geq 7500 \\ 9x_1 + 8x_2 &\geq 4550 \\ x_1 + x_2 &\geq 5500 \\ x_1 &\geq 0; x_2 &\geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

**Exercice 2 : \*\*Simplexe\*\* 7 Pts**

Soit le Programme linéaire suivant :  $\text{Max } Z = 1000x_1 + 1200x_2$

$$\begin{cases} 5x_1 + 10x_2 \leq 200 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 60 \\ 1x_2 \leq 34 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Résoudre le PL En utilisant la méthode du simplexe et remplir le dernier tableau (tableau optimal)-4pts-

$C_j$			1000	1200	0	0	0
	VB	CB	$x_1$	$x_2$	$e_1$	$e_2$	$e_3$
1200	$x_2$	15	0	1	3/20	-1/4	0
1000	$x_1$	10	1	0	-1/10	1/2	0
0	$e_3$	19	0	0	-3/20	1/4	1
	$Z_j$		1000	1200	80	200	0
	$C_j - Z_j$		0	0	-80	-200	0

$$x_1^* = 10 \quad x_2^* = 15 \quad e_1 = 0 \quad e_2 = 0 \quad e_3 = 19 \quad Z^* = 28000$$

Ecrire le programme dual : 2pts

$$\begin{aligned} \min Z &= 200y_1 + 60y_2 + 34y_3 \\ \begin{cases} 5y_1 + 3y_2 + 0y_3 &\geq 1000 \\ 10y_1 + 2y_2 + 1y_3 &\geq 1200 \\ y_1; y_2; y_3 &\geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Déduire la solution duale : 1pts

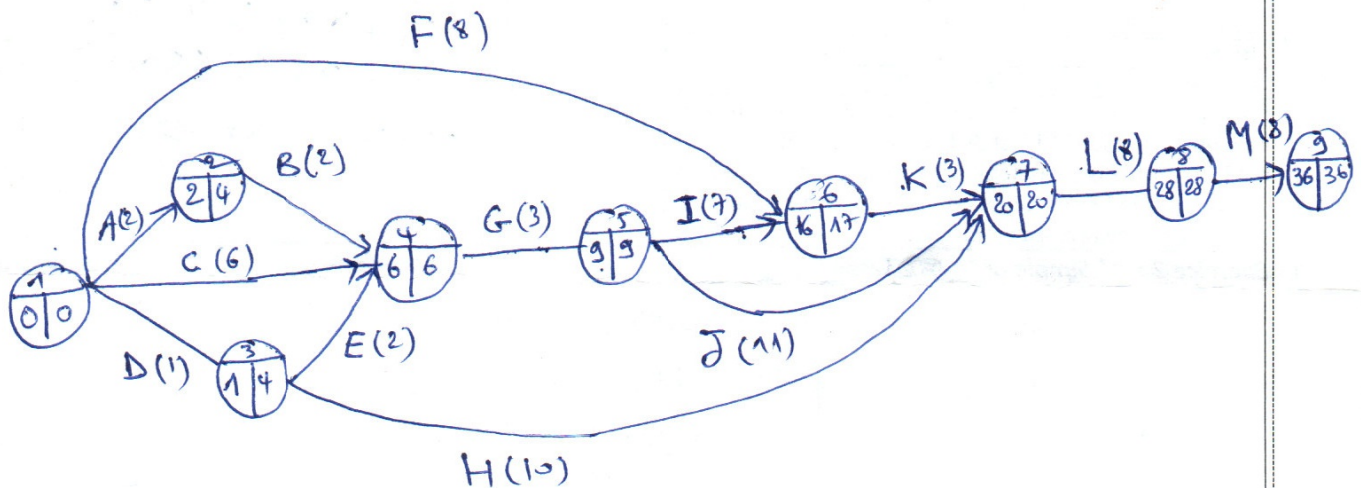
$$\begin{aligned} y_1 &= 80; y_2 = 200; y_3 = 0 \\ e'_1 &= 0; e'_2 = 0 \\ Z'^* &= 28000 \end{aligned}$$



**Exercice 3 \*\* Méthode PERT \*\* 8 pts**

Soit le projet à analyser

Tâche	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Antériorité	---	A	---	---	D	---	BCE	D	G	G	IF	KJH	L
Durée	2	2	6	1	2	8	3	10	7	11	3	8	8



**Calculer les marges libres et totales- 2pts-**

Tâche	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
MI	0	2	0	0	3	8	0	9	0	0	1	0	0
MT	2	2	0	3	3	9	0	9	1	0	1	0	0

Quelles sont les tâches critiques ?

réponse : C - G - J - L - M

On souhaite augmenter la durée de la tâche F sans retarder le projet , quelle est la durée maximale à affecter à la tâche F ?-1pt- réponse : ..... 17 .....