중등 **1학년**

2023년 상반기 HME

해법수학 학력평가 정답 및 풀이

정 답

1. 2	**2.** 10	**3.** 7
4. 17	**5.** 3	**6.** 20
7. 29	**8.** 16	**9.** 18
10. 30	**11.** 40	**12.** 1
13. 24	**14.** 147	**15.** 251
16. 105	**17.** 75	**18.** 150
19. 14	**20.** 274	**21.** 127
22. 98	**23.** 22	**24.** 151
25. 228		

1. 다항식 $2x+1$에서 항은 $2x$, 1의 2개이다.

2. 주어진 원뿔에서 모선의 길이는 10 cm이다.

3. $4.9\div0.7=49\div7=7$

4. $x=4$를 x^2+1에 대입하면

$4^2+1=16+1=17$

5. 1은 소수도 아니고 합성수도 아니다.

$9(=3^2)$, $10(=2\times5)$은 합성수이다.

따라서 소수인 것은 11, 17, 37의 3개이다.

6. $\frac{9}{5}\times\left(-\frac{10}{3}\right)^2=\frac{9}{5}\times\frac{100}{9}$

$=20$

7. $\frac{3}{4}:\frac{7}{10}=\left(\frac{3}{4}\times20\right):\left(\frac{7}{10}\times20\right)$

$=15:14$

따라서 $a=15$, $b=14$이므로

$a+b=15+14=29$

8. $5\frac{3}{5}\div\frac{7}{20}=\frac{28}{5}\div\frac{7}{20}$

$=\frac{28}{5}\times\frac{20}{7}$

$=16$

따라서 16봉지에 담을 수 있다.

9. $4\times3^5=2^2\times3^5$이므로 약수의 개수는

$(2+1)\times(5+1)=3\times6=18$(개)

10. 직사각형의 둘레의 길이가 96 cm이므로 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 합은

$96\div2=48$ (cm)

이때 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 비가 $5:3$이므로 가로의 길이는

$48\times\frac{5}{5+3}=48\times\frac{5}{8}=30$ (cm)

11. $-2(x+1)-3(x+2)=-2x-2-3x-6$

$=-2x-3x-2-6$

$=-5x-8$

따라서 $a=-5$, $b=-8$이므로

$ab=(-5)\times(-8)=40$

12. $\frac{3x-1}{2}=\frac{5-x}{4}$의 양변에 4를 곱하면

$2(3x-1)=5-x$, $6x-2=5-x$

$6x+x=5+2$, $7x=7$

$\therefore x=1$, 즉 $a=1$

13. (피자의 지름의 길이)=(피자의 둘레의 길이)÷(원주율)

$=74.4\div3.1$

$=24$ (cm)

따라서 상자의 밑면의 한 변의 길이는 적어도 피자의 지름의 길이인 24 cm이어야 한다.

14. (옆면의 가로의 길이)$=336\div8=42$ (cm)

이때 옆면의 가로의 길이는 밑면의 둘레의 길이와 같으므로

(밑면의 지름의 길이)$\times3=42$

$\therefore$ (밑면의 지름의 길이)$=14$ (cm)

따라서 밑면의 반지름의 길이는 $14\div2=7$ (cm)이므로 원기둥의 한 밑면의 넓이는

$7\times7\times3=147$ (cm^2)

15. $\underbrace{1+(-2)}_{-1}+\underbrace{3+(-4)}_{-1}+\underbrace{5+(-6)}_{-1}+\cdots+\underbrace{499+(-500)}_{-1}+501$

$=\underbrace{(-1)+(-1)+(-1)+\cdots+(-1)}_{250\text{개}}+501$

$=(-1)\times250+501$

$=-250+501=251$

16. 겹쳐진 부분의 삼각형의 세 각의 크기는 모두 60°로 같으므로 겹쳐진 부분은 한 변의 길이가 x cm인 정삼각형이다.

또 한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형의 둘레의 길이는

$8\times3=24$ (cm)이고 이 정삼각형을 하나씩 겹쳐 놓을 때마다 도형의 둘레의 길이는 $(24-3x)$ cm만큼 늘어나므로 주어진 도형의 둘레의 길이는

$24+3(24-3x)=-9x+96$ (cm)

따라서 $a=-9$, $b=96$이므로

$b-a=96-(-9)=105$

17. $\left(-\frac{4}{5}\right)\div\left(-\frac{2}{5}\right)^2-(-12)\times\left[6-\left\{\frac{4}{3}+(-2)\right\}\right]$

$=\left(-\frac{4}{5}\right)\div\frac{4}{25}-(-12)\times\left\{6-\left(-\frac{2}{3}\right)\right\}$

$=\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{25}{4}-(-12)\times\left(6+\frac{2}{3}\right)$

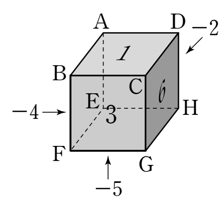
$=-5-(-12)\times\frac{20}{3}$

$=-5-(-80)$

$=-5+80$

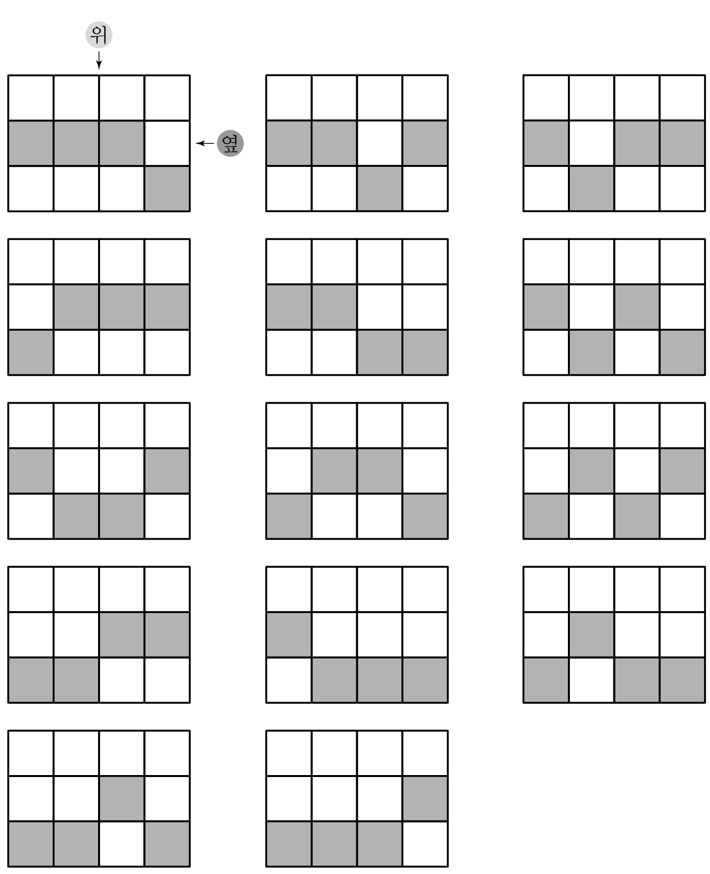
$=75$

18. 주어진 전개도를 접어 정육면체로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



또 꼭짓점 A, B, C, D, E, F, G, H에서 만나는 세 면에 적힌 수를 각각 순서쌍 (a, b, c)로 나타내면 다음과 같다.
$(-4, -2, 1)$, $(-4, 1, 3)$, $(1, 3, 6)$, $(-2, 1, 6)$,
$(-5, -4, -2)$, $(-5, -4, 3)$, $(-5, 3, 6)$, $(-5, -2, 6)$
위의 각 경우마다 세 수의 곱을 차례대로 구하면 8, -12, 18, -12, -40, 60, -90, 60이다.
따라서 한 꼭짓점에서 만나는 세 면에 적힌 수를 모두 곱했을 때 나오는 수의 최댓값은 60, 최솟값은 -90이므로
$M=60$, $m=-90$
$\therefore M-m=60-(-90)=150$

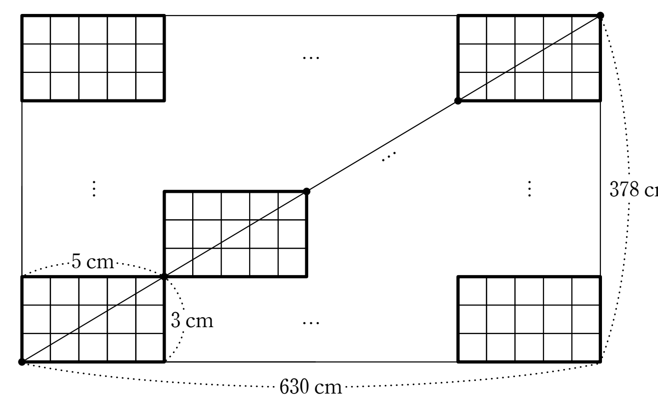
19. 가능한 방법을 앞에서 본 모양으로 모두 나타내면 다음과 같다.



따라서 가능한 방법의 수는 14가지이다.

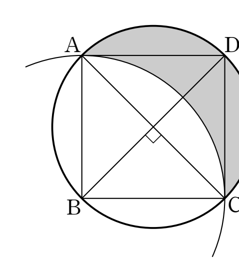
20. 14를 서로 다른 세 소수의 합으로 나타내고, 그때의 m의 값을 구하면 다음과 같다.
(i) $14=2+5+7$이므로 $m=2\times5\times7=70$
(ii) $14=2+2+3+7$이므로 $m=2^2\times3\times7=84$
(iii) $14=2+2+2+3+5$이므로 $m=2^3\times3\times5=120$
(i)~(iii)에 의하여 구하는 m의 값은 70, 84, 120이므로 그 합은
$70+84+120=274$

21. 가로의 길이가 630 cm, 세로의 길이가 378 cm인 직사각형의 한 대각선 위에 있는 한 변의 길이가 1 cm인 정사각형의 꼭짓점이 모두 몇 개인지 구하려면 먼저 630과 378의 최대공약수를 구해서 대각선의 양 끝 점이 한 변의 길이가 1 cm인 정사각형의 꼭짓점이 되면서 가로의 길이와 세로의 길이가 가장 작은 직사각형을 구해야 한다.
이때 $630=2\times3^2\times5\times7$, $378=2\times3^3\times7$이므로 630과 378의 최대공약수는 $2\times3^2\times7=126$이다. 따라서 아래 그림과 같이 가로의 길이가 630 cm, 세로의 길이가 378 cm인 직사각형을 가로의 길이가 $630\div126=5$ (cm), 세로의 길이가 $378\div126=3$ (cm)인 직사각형으로 나눌 수 있다.



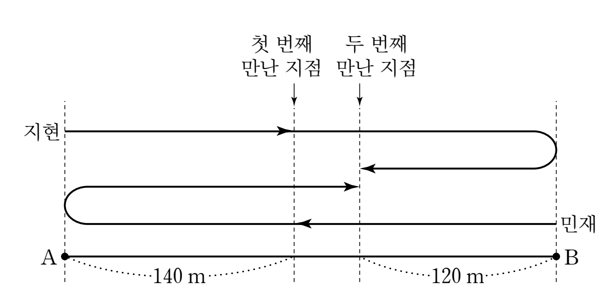
위 그림과 같이 가로의 길이가 5 cm, 세로의 길이가 3 cm인 직사각형의 한 대각선 위에는 양 끝 점을 제외하면 한 변의 길이가 1 cm인 정사각형의 꼭짓점이 없다.
따라서 가로의 길이가 630 cm, 세로의 길이가 378 cm인 직사각형의 한 대각선은 가로의 길이가 5 cm, 세로의 길이가 3 cm인 직사각형 126개를 지나고, 이때 한 대각선 위에 있는 한 변의 길이가 1 cm인 정사각형의 꼭짓점의 개수는
$126+1=127$(개)

22. 오른쪽 그림과 같이 선분 BD를 그으면 선분 AC와 선분 BD는 수직으로 만나고 길이가 같으므로 선분 AC의 길이를 □ cm라고 하면 정사각형 ABCD의 넓이는



$\square\times\square\div2=14\times14$
$\therefore \square\times\square=392$
한편 지름이 선분 AC인 반원의 반지름의 길이는 □ cm의 $\frac{1}{2}$이므로 지름이 선분 AC인 반원의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\left(\frac{\square}{2}\times\frac{\square}{2}\times\frac{22}{7}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{392}{4}\times\frac{22}{7}=154\ (\text{cm}^2)$
따라서 어두운 부분의 넓이는
(지름이 선분 AC인 반원의 넓이)+(삼각형 ABC의 넓이)
$-$(반지름이 선분 BC인 원의 넓이의 $\frac{1}{4}$)
$=154+\frac{1}{2}\times14\times14-\frac{1}{4}\times14\times14\times\frac{22}{7}$
$=154+98-154=98\ (\text{cm}^2)$

23.



두 지점 A, B 사이의 거리를 □ m라고 하면 처음 만날 때까지 지현이와 민재가 달린 거리의 합은 □ m, 두 번째 만날 때까지 지현이와 민재가 달린 거리의 합은 $(3\times\square)$ m이다.

또 두 학생이 달린 거리의 합이 $\square$ m일 때 지현이가 달린 거리는 140 m이므로 두 학생이 달린 거리의 합이 $(3\times\square)$ m일 때 지현이가 달린 거리는 $140\times3=420$ (m)이다.
한편 지현이는 두 번째 만난 지점까지 $(\square+120)$ m를 달렸으므로
$\square+120=420 \qquad \therefore \square=300$
즉 두 지점 A, B 사이의 거리는 300 m이고 첫 번째로 만날 때까지 민재가 달린 거리는 $300-140=160$ (m)이다.
이때 지현이의 빠르기와 민재의 빠르기의 비는 같은 시간 동안 각각 달린 거리의 비와 같으므로
$140:160=7:8$
따라서 $a=7$, $b=8$이므로
$2a+b=2\times7+8=22$

24. x와 y의 최대공약수가 3이므로 x와 y는 3을 약수로 가지고
y와 z의 최대공약수가 5이므로 y와 z는 5를 약수로 가지고
z와 x의 최대공약수가 4이므로 z와 x는 2^2을 약수로 가진다.
즉 a와 b가 서로소, b와 c가 서로소, c와 a가 서로소인 자연수 a, b, c에 대하여 $x=2^2\times3\times a$, $y=3\times5\times b$, $z=2^2\times5\times c$로 놓을 수 있다. ······㉠
또 a와 5가 서로소가 아니면 $x=2^2\times3\times a$, $y=3\times5\times b$에서 x와 y의 최대공약수가 $3\times5=15$가 되어 조건 (나)에 모순이므로 a와 5가 서로소임을 알 수 있다.
마찬가지 방법으로 b와 4는 서로소, c와 3은 서로소이다. ······㉡
조건 (가)에서 $x=2^2\times3\times a$, $y=3\times5\times b$, $z=2^2\times5\times c$의 최소공배수가 $1800=2^3\times3^2\times5^2$이므로
$abc=2\times3\times5$ ······㉢
㉠, ㉡, ㉢을 만족하는 a, b, c의 값을 순서쌍 (a, b, c)로 나타내면 (1, 3, 10), (1, 15, 2), (2, 3, 5), (2, 15, 1), (3, 1, 10), (3, 5, 2), (6, 1, 5), (6, 5, 1)이고 각 경우마다 순서쌍 (x, y, z)를 차례대로 구하면
(12, 45, 200), (12, 225, 40), (24, 45, 100), (24, 225, 20), (36, 15, 200), (36, 75, 40), (72, 15, 100), (72, 75, 20)이다.
이때 $x+y+z$의 값은 각각 257, 277, 169, 269, 251, 151, 187, 167이므로 $x+y+z$의 최솟값은 151이다.

25. $n=100000$이면
$$\left[\frac{n}{10}\right]+\left[\frac{n}{100}\right]+\left[\frac{n}{1000}\right]+\left[\frac{n}{10000}\right]$$
$=10000+1000+100+10=11110$
$n=9999$이면
$$\left[\frac{n}{10}\right]+\left[\frac{n}{100}\right]+\left[\frac{n}{1000}\right]+\left[\frac{n}{10000}\right]$$
$=999+99+9+0=1107$
이때 $1107<2023<11110$이므로 n은 5자리 자연수이다.
$n=a\times10^4+b\times10^3+c\times10^2+d\times10+e$($a$는 한 자리 자연수이고 b, c, d, e는 0 이상 9 이하의 정수)라고 하면
$$\left[\frac{n}{10}\right]=a\times10^3+b\times10^2+c\times10+d=1000a+100b+10c+d$$
$$\left[\frac{n}{100}\right]=a\times10^2+b\times10+c=100a+10b+c$$
$$\left[\frac{n}{1000}\right]=a\times10+b=10a+b$$
$$\left[\frac{n}{10000}\right]=a$$
이므로
$$\left[\frac{n}{10}\right]+\left[\frac{n}{100}\right]+\left[\frac{n}{1000}\right]+\left[\frac{n}{10000}\right]$$
$=1111a+111b+11c+d$
$$=\frac{9999}{9}a+\frac{999}{9}b+\frac{99}{9}c+\frac{9}{9}d$$
$$=\frac{10^4-1}{9}a+\frac{10^3-1}{9}b+\frac{10^2-1}{9}c+\frac{10-1}{9}d$$
$$=\frac{a\times10^4+b\times10^3+c\times10^2+d\times10+e-(a+b+c+d+e)}{9}$$
$$=\frac{n-21}{9}=2023$$
즉 $n-21=18207$이므로 $n=18228$
따라서 n을 1000으로 나눈 나머지는 228이다.