

8/23 - 2

최백준 choi@startlink.io

1의 개수 세기

<https://www.acmicpc.net/problem/9527>

- $f(x) = x$ 를 이진수로 표현했을 때, 1의 개수
- 두 자연수 A, B 가 주어졌을 때, $f(A) + \dots + f(B)$ 를 구하는 문제
- $1 \leq A \leq B \leq 10^{16}$

1의 개수 세기

<https://www.acmicpc.net/problem/9527>

- $f(x) = x$ 를 이진수로 표현했을 때, 1의 개수
- 두 자연수 A, B 가 주어졌을 때, $f(A) + \dots + f(B)$ 를 구하는 문제
- $1 \leq A \leq B \leq 10^{16}$
- $F(x) = f(1) + f(2) + \dots + f(x)$
- 라고 했을 때
- $F(B) - F(A-1)$ 을 구하면 된다.

1의 개수 세기

<https://www.acmicpc.net/problem/9527>

- 각각의 비트가 0인 경우와 1인 경우로 나누어서 계산해볼 수 있다.
- i 번째 비트는 0이 $2^i = (1 \ll i)$ 개씩 연속해서 나타난다.
- i 번째 비트가 0인 경우에 i 번째 비트가 1인 것의 개수는
- $(N \gg (i+1)) \ll i$ 와 같다.
- 1인 경우는 위의 값에 $1 + (N \& ((1 \ll i) - 1))$ 을 더하면 된다.

1의 개수 세기

<https://www.acmicpc.net/problem/9527>

5

- F(10)을 구해보자

$$0 = 0000_2$$

$$1 = 0001_2$$

$$2 = 0010_2$$

$$3 = 0011_2$$

$$4 = 0100_2$$

$$5 = 0101_2$$

$$6 = 0110_2$$

$$7 = 0111_2$$

$$8 = 1000_2$$

$$9 = 1001_2$$

$$10 = 1010_2$$

1의 개수 세기

<https://www.acmicpc.net/problem/9527>

- 소스: <http://codeplus.codes/441a9df0516b41aa941357d0be385b16>

팩토리얼 0의 개수

<https://www.acmicpc.net/problem/1676>

- $N! = 1 \times 2 \times \cdots \times N$
- 의 0이 몇 개 인지 알아내는 문제
- $10! = 3628800$
- $10!$ 이 0이 2개인 이유는 $10!$ 을 소인수분해 해보면 알 수 있다.
- $10! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$
- $10! = 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times 2 \times 5$
- $10! = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$
- $10! = 2^6 \times 3^4 \times 7 \times (2^2 \times 5^2) = 2^6 \times 3^4 \times 7 \times 10^2$

팩토리얼 0의 개수

<https://www.acmicpc.net/problem/1676>

- $N! = 1 \times 2 \times \cdots \times N$
- 의 0이 몇 개 인지 알아내려면 $N!$ 을 소인수분해 했을 때, 2와 5가 몇 개 나오는지 알아야 한다.
- 5의 개수가 항상 2의 개수 보다 적기 때문에, 5의 개수만 세어주면 된다.
- $N! 0\text{의 개수} = \lfloor N/5 \rfloor + \lfloor N/5^2 \rfloor + \lfloor N/5^3 \rfloor + \cdots$

팩토리얼 0의 개수

<https://www.acmicpc.net/problem/1676>

- 100!의 경우
- 인수로 5가 들어가는 것을 찾아보자.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

팩토리얼 0의 개수

10

<https://www.acmicpc.net/problem/1676>

- 100!의 경우
- 인수로 5가 들어가는 것을 찾아보자.
- 여기서 25, 50, 75, 100은
- $25 \times 1, 25 \times 2, 25 \times 3, 25 \times 4 =$
- $5 \times 5 \times 1, 5 \times 5 \times 2, 5 \times 5 \times 3, 5 \times 5 \times 4$ 로
- 5가 두 개씩 들어간다.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

팩토리얼 0의 개수

<https://www.acmicpc.net/problem/1676>

- $100/5$ 를 했을 때 세는 5의 개수
- = 20개
- 25, 50, 75, 100도 5의 개수를 1개로 센다
- 따라서 $100/25$ 를 한 번 더 해서
- 5의 개수를 한 번 더 세어줘야 한다.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

팩토리얼 0의 개수

<https://www.acmicpc.net/problem/1676>

- $100/25 = 4$
- 25, 50, 75, 100
- 따라서, 100!의 0의 개수는 $20+4 = 24$ 개이다.

93326215443944152681699238856266700490
71596826438162146859296389521759999322
99156089414639761565182862536979208272
23758251185210916864000000000000000000
000000

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

팩토리얼 0의 개수

13

<https://www.acmicpc.net/problem/1676>

- 소스: <http://codeplus.codes/f659433be73c49309d7b4caba59ca37e>

A와 B

<https://www.acmicpc.net/problem/12904>

- S를 T로 바꾸는 문제
- 가능한 연산
- 문자열의 뒤에 A를 추가한다
- 문자열을 뒤집고 뒤에 B를 추가한다

A와 B

<https://www.acmicpc.net/problem/12904>

- T의 마지막 문자가 A라면,
 - 마지막에 문자열의 뒤에 A를 추가했다는 것이다.
- T의 마지막 문자가 B라면,
 - 마지막에 문자열을 뒤집고 뒤에 B를 추가했다는 것이다.

A와 B

<https://www.acmicpc.net/problem/12904>

- T에서 S를 만들 수 있는지 보는 문제

A와 B

<https://www.acmicpc.net/problem/12904>

- 소스: <http://codeplus.codes/16eb84e1ae7b46f381debd9973586d1b>

매직 스퀘어로 변경하기

<https://www.acmicpc.net/problem/16945>

- 1부터 N^2 까지 수가 하나씩 채워져 있는 크기가 $N \times N$ 인 배열이 있고
- 이 배열의 모든 행, 열, 대각선의 합이 같으면 매직 스퀘어라고 한다.
- 크기가 3×3 인 배열 A 를 매직 스퀘어로 변경하는 최소 비용을 구하는 문제
- 수 a 를 b 로 변경하는 비용은 $|a-b|$

매직 스퀘어로 변경하기

<https://www.acmicpc.net/problem/16945>

- 크기가 3×3 인 매직 스퀘어는 1부터 N^2 까지 수가 한 번씩 등장해야 한다.
- 가능한 경우의 수는 $9!$ 가지이다.
- 모든 경우의 수를 만들고, 매직 스퀘어 조건을 만족하는지 살펴보고, 비용을 계산한다.

매직 스퀘어로 변경하기

20

<https://www.acmicpc.net/problem/16945>

- 소스: <http://codeplus.codes/8b13056c2ebc47f687779f4e8e58c4f3>

매직 스퀘어로 변경하기

<https://www.acmicpc.net/problem/16945>

- 크기가 3×3 인 매직 스퀘어는 1부터 N^2 까지 수가 한 번씩 등장해야 한다.
- 가능한 매직 스퀘어의 개수는 8개이다.

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 1 | 6 |
| 3 | 5 | 7 |
| 4 | 9 | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 3 | 8 |
| 9 | 5 | 1 |
| 2 | 7 | 6 |

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 9 | 4 |
| 7 | 5 | 3 |
| 6 | 1 | 8 |

| | | |
|---|---|---|
| 6 | 7 | 2 |
| 1 | 5 | 9 |
| 8 | 3 | 4 |

| | | |
|---|---|---|
| 6 | 1 | 8 |
| 7 | 5 | 3 |
| 2 | 9 | 4 |

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 7 | 6 |
| 9 | 5 | 1 |
| 4 | 3 | 8 |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 3 | 4 |
| 1 | 5 | 9 |
| 6 | 7 | 2 |

매직 스퀘어로 변경하기

22

<https://www.acmicpc.net/problem/16945>

- 소스: <http://codeplus.codes/80738e8ada354ca6aafadf3c90ee9c51>