

원근감을 살린 T_EX Graphics

박승원

<http://swpark.me>

서울대학교 물리천문학부

2018년 2월 3일

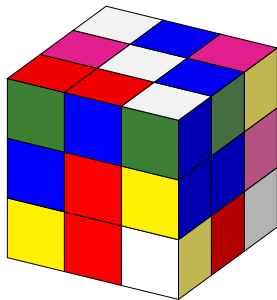
주제

- ▶ TikZ로 3D 그래픽을 그려보자!
- ▶ 단, **원근감**을 살려서.

목차

- ▶ 주제 / 목차
- ▶ 개요
- ▶ 선행연구(관련 패키지) 전수조사
- ▶ 수학적 접근 및 TikZ를 이용한 구현
- ▶ 결론
- ▶ 참고 문헌

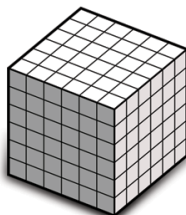
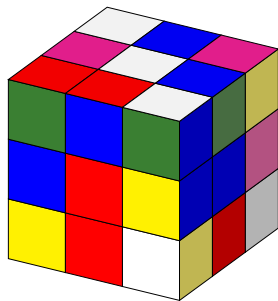
개요



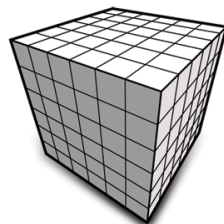
목진욱, TikZ in Physics

© 2017 공주대 워크샵

개요



isometric projection



perspective projection

목진욱, TikZ in Physics
© 2017 공주대 워크샵

Image from drububu.com/tutorial

개요: 좌표 변환

- ▶ 함수 $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$
- ▶ Perspective projection의 원점이 무한히 멀어지면 Isometric.
- ▶ Isometric의 경우 선형적이므로 구현이 비교적 간단.

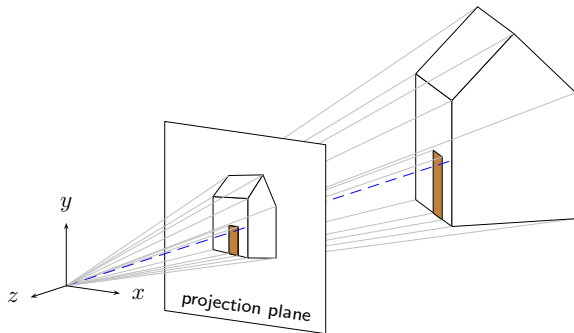


Image from sketch pkg. doc.

관련 패키지 전수조사

ctan.org/topic/graphics-3d (괄호 안: 마지막 업데이트)

- | | |
|---------------------|--------------------------|
| ▶ featpost (2012) | ▶ pst-light3d (2007) |
| ▶ threed (2010) | ▶ pst-ob3d (2007) |
| ▶ productbox (2010) | ▶ pst-perspective (2016) |
| ▶ pst-3d (2010) | ▶ pst-platon (2009) |
| ▶ pst-3dplot (2017) | ▶ pst-solides3d (2017) |
| ▶ pst-fr3d (2002) | ▶ pst-vue3d (2007) |
| ▶ pst-gr3d (2005) | ▶ tikz-3dplot (2012) |

그 외: sketch (2012)

관련 패키지 전수조사

Isometric

기타

- ▶ threed 주사위
- ▶ productbox 포장지
- ▶ pst-fr3d 버튼
- ▶ pst-light3d 워드아트

- ▶ pst-3d
- ▶ pst-3dplot
- ▶ pst-gr3d
- ▶ pst-ob3d
- ▶ pst-platon
- ▶ tikz-3dplot

Perspective

- ▶ featpost
- ▶ pst-perspective
- ▶ pst-vue3d
- ▶ sketch

관련 패키지 개발 현황

개발된 기능:

- ▶ Isometric projection으로 하는 모든 것
 - ▶ tikz-3dplot 등
- ▶ 점의 좌표를 3D에서 2D로 변환

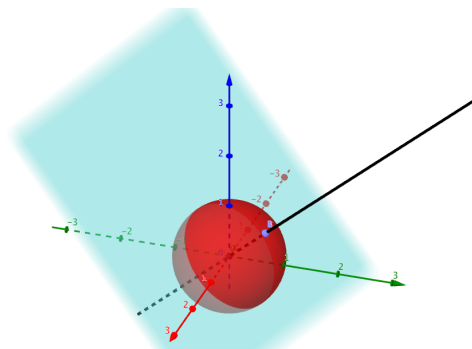
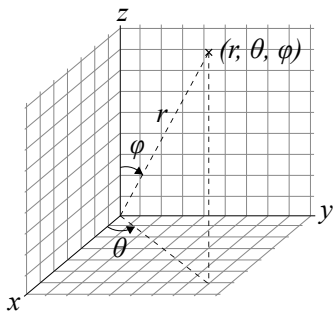
개발되지 않은 기능:

- ▶ 경로를 3D에서 2D로 변환
 - ▶ sketch에 구현되어 있긴 하나, sketch는
 - ▶ 별도의 문법을 익혀야 사용 가능.
 - ▶ 2012년 이후로 업데이트가 멈춘 상태.

없으면, 직접 만들자!

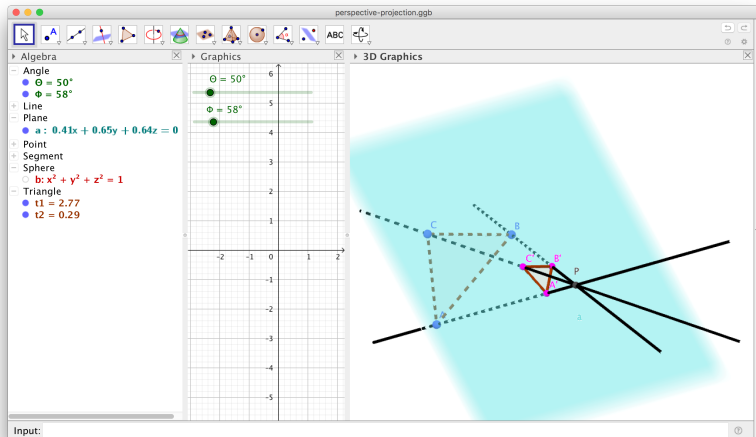
수학적 접근

- ▶ 카메라의 방향을 구형좌표계의 매개변수 θ, ϕ 로 표현.
 - ▶ $r = 1$
- ▶ 방향을 법선으로 갖고 원점을 지나는 평면에 투영.



수학적 접근

\mathbb{R}^3 위의 점 A, B, C 가 P 에 의해 \mathbb{R}^2 에 투영되는 모습.



수학적 접근

카메라 P 와 물체 A 를 잇는 직선과 투영평면 α 가 만나는 점: Q

$$\alpha: (\sin \theta \cos \phi)x + (\sin \theta \sin \phi)y + (\cos \theta)z = 0,$$

$$P: (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta),$$

$$A: (p, q, r).$$

$$\therefore Q: \left(\frac{w \sin \theta \cos \phi - p}{w - 1}, \frac{w \sin \theta \sin \phi - q}{w - 1}, \frac{w \cos \theta - r}{w - 1} \right).$$

수학적 접근

투영평면 위의 점 (x, y) 가 \mathbb{R}^3 상에 대응되는 점:

$$\begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} -y \cos \theta \cos \phi - x \sin \phi \\ -y \cos \theta \sin \phi + x \cos \phi \\ y \sin \theta \end{pmatrix} = Q.$$

이 방정식을 풀면 x, y 를 p, q, r, θ, ϕ 로 표현할 수 있게 된다.

수학적 접근

\mathbb{R}^3 상의 점 $A(p, q, r)$ 이 대응되어야 하는 점은

$$x = \frac{1}{w-1} (p \sin \phi - q \cos \phi), \quad (1)$$

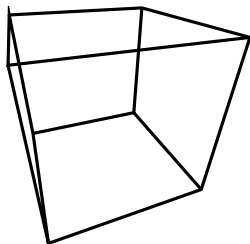
$$y = \frac{1}{w-1} (p \cos \theta \cos \phi + q \cos \theta \sin \phi - r \sin \theta), \quad (2)$$

$$\text{where } w \equiv p \sin \theta \cos \phi + q \sin \theta \sin \phi + r \cos \theta.$$

- ▶ Step 1. 몇 개의 입체도형을 TikZ의 plot 함수로 그려보고 확인
- ▶ Step 2. 임의의 경로를 변환시킬 방법을 탐색

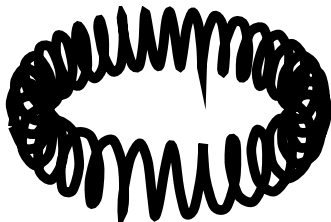
구현

- ▶ Step 1. 예시 1: 정육면체
 - ▶ 12개의 변을 일일이 그린다.
 - ▶ 곧은 선분의 경우 TikZ의 `draw`를 그대로 써도 무방.
 - ▶ 이에 대하여 Step 2에서 자세히 논의.
- ▶ 소스: git.io/vNNWv / gif 버전: git.io/vNNyW



구현

- ▶ Step 1. 예시 2: 토로이드(toroid)
 - ▶ $(p, q, r) = ((4 + 0.5 \cos 32\theta) \cos \theta, (4 + 0.5 \cos 32\theta) \sin \theta, \sin 16\theta)$
- ▶ 소스: git.io/vNFu0
 - ▶ 매개변수 θ 를 0° 부터 360° 까지 샘플 200개 사용

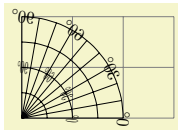


- ▶ 이 정도면 (1), (2)이 올바름을 확신 가능.

구현

- ▶ Step 2. 임의의 경로/도형
- ▶ Step 1에서는 점의 좌표를 일일이 계산시켜야 했다.
 - ▶ 복잡한 계산식/코드
 - ▶ 경로를 그리려면 매개변수화하여 plot 해야 한다.
- ▶ Isometric projection(tikz-3dplot 등)에서 하듯,
`\draw (0,0,0) -- (1,1,1);`
와 같이 써놓기만 하면 되게 해야!

- ▶ PSTricks:
- ▶ TikZ의 nonlineartransformations 모듈



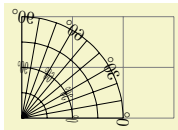
```
\begin{tikzpicture}
\draw [help lines] (0,0) grid (3,2);
\pgftransformnonlinear{\polartransformation}% see above

% Draw something with this transformation in force
\draw (0pt,0mm) grid [xstep=10pt, ystep=5mm] (90pt, 20mm);

\foreach \angle in {0,30,60,90}
\foreach \dist in {1,2}
{
\pgftransformshift{\pgfpoint{\angle pt}{\dist cm}}
\pgftext{\angle$^\circ$}
}
\end{tikzpicture}
```

구현

- ▶ PSTricks:
- ▶ TikZ의 nonlineartransformations 모듈



```
\begin{tikzpicture}
\draw [help lines] (0,0) grid (3,2);
\pgftransformnonlinear{\polartransformation}% see above

% Draw something with this transformation in force
\draw (0pt,0mm) grid [xstep=10pt, ystep=5mm] (90pt, 20mm);

\foreach \angle in {0,30,60,90}
\foreach \dist in {1,2}
{
  \pgftransformshift{\pgfpoint{\angle pt}{\dist cm}}
  \pgftext{\angle$^\circ$~\dist$cm$}
}
\end{tikzpicture}
```

- ▶ 매크로 확장 과정의 문제로, 잘 구현되지 않고 있다.

결론

- ▶ MetaPost, PSTricks: featpost, pst-perspective 등
 - ▶ TikZ를 이용한 패키지는 없다.
- ▶ Perspective projection을 위한 공식을 유도, 확인.
- ▶ 임의의 경로를 그리기 위해, TikZ의 `nonlineartransformations` 를 사용하려 했으나 실패
- ▶ PSTricks에서는 어떻게 구현했을까?
- ▶ 왜 지금껏 TikZ로는 한번도 구현되지 않았을까?
- ▶ 계산속도 개선

참고 문헌

- ▶ T.Tantau (2015), The TikZ and PGF Packages (`texdoc tikz`)
- ▶ 목진욱 (2017), TikZ in physics

감사합니다