

프로젝트 주제	레이놀즈 수 기반 항력과 유체역학적 힘(양력, 부력 등) 모델을 적용한 파이썬 강체 운동 시뮬레이션 엔진				
	언어 / 운영체제	Python 3.8.10 / Windows 11			
	라이브러리	물리엔진: math, numpy, abc, dataclasses, typing 렌더링: pygame, numpy			
클래스 객체					
World					
위치	core/world.py				
상속	object				
기능	물리 엔진 연산 세계 구성 및 step 실행 (시뮬레이션 전체 컨테이너)				
메서드	이름	인자: 타입	기능		
	__init__	self, background: Background, C_rot: float	배경(공기나 물 등으로 이루어진 세계) 및 회전 감쇠 계수 정의		
	add_body	self, body: Body	강체 추가		
	step	self, dt: float	외력 적용 -> 적분 계산 -> 충돌 처리(검사 -> 보정)		
Shape					
위치	core/share.py				
상속	abc.ABC				
기능	물체의 기하학적 형태 추상 클래스				
메서드	이름	인자: 타입	기능		
	volume	self	부피[m^3]		
	ref_area	self	항력계수/항력/양력 계산에 쓰이는 기준 면적 (A0)[m^2]		
	char_length	self	레이놀즈 수 계산에 쓰이는 물체의 길이 [m]		
	spin_radius	self	스핀파라미터 계산에 쓰이는 물체의 길이 [m]		
	Izz_from_mass	self, mass: float	z축 관성 모멘트 [kg*m^2]		
	proj_area	self, yaw_rad: float, velocity: numpyndarray	투영 단면적 [m^2]		
Sphere					
위치	core/shape.py				
상속	Shape				
데코레이터	@dataclass(frozen=True)				
기능	구 형태 데이터 클래스 정의				
메소드	이름	인자: 타입	기능		
	메소드 오버라이딩 하였으므로 부모 클래스와 동일함				

Box			
위치	core/shape.py		
상속	Shape		
데코 레이터	@dataclass(frozen=True)		
기능	육면체 형태 데이터 클래스 정의	이름	인자: 타입
메서드	기능 메서드 오버라이딩 하였으므로 부모 클래스와 동일함		

Body			
위치	core/body.py		
상속	abc.ABC		
기능	물체의 기하학적 형태 추상 클래스	이름	인자: 타입
메서드	state	self	상태 벡터 반환"
	set_state	self	상태 벡터 설정
	drag_coefficient	self, y: numpy.ndarray	항력 계수 반환
	proj_area	self	속도 벡터 방향의 투영 단면적 반환

RigidBody					
위치	core/body.py				
상속	Body				
			3D 전용 강체 - 3차원 벡터를 기본적으로 포함함 - 회전각과 각속도는 z축에서만 정의됨, 다른 축은 0.0 !! 따라서 z축 위치와 속도 및 각속도(x축, y축)는 0.0으로 정의해야함(다른 값 넣으면 _enforce_2p5d_constraints를 통해 강제로 조정됨) - 부피, 질량 등은 자동으로 계산됨. 만약 직접 질량을 조정하고 싶으면 CustomRigidBody를 사용하면 됨 상태벡터는 다음과 같이 구성됨 [x,y,z, vx,vy,vz, $\omega_x,\omega_y,\omega_z$, theta] 각각 위치벡터, 병진속도벡터, 각속도벡터, 회전각임. 주요 값은 다음과 같으며 shape: Shape density: float		
기능			다음의 값을 가지고 있음.	<pre># 물질 상태 is_static: bool = False restitution: float = 0.2 friction: float = 0.5 # 상태 r: Vec3 = field(default_factory=lambda: numpy.zeros(3, dtype=float)) # 3차원 위치 벡터 v: Vec3 = field(default_factory=lambda: numpy.zeros(3, dtype=float)) # 3차원 속도 벡터 omega: Vec3 = field(default_factory=lambda: numpy.zeros(3, dtype=float)) # 각속도 [rad/s] theta: float = 0.0 # 회전각 [rad] # 파생 속성 volume: float = field(init=False) # 부피 mass: float = field(init=False) # 질량 Izz: float = field(init=False) # z축 관성 모멘트 A0: float = field(init=False) # 기준 면적 L: float = field(init=False) # 길이 Rspin: float = field(init=False) # 스플파라미터용 길이 _cd_fn: Optional[CdFn] = field(init=False, default=None)</pre>	
메서드	이름	인자: 타입	기능		
	__post_init__	self	값 정의		
	_enforce_2p5d_constraints	self	z축 이동 및 xy축 회전 제한		
	_bind_drag_coefficient	self,	항력 계수 반환 함수 설정		
	이 외는 메서드 오버라이딩 하였으므로 부모 클래스와 동일함				

CustomRigidBody			
위치	core/body.py		
상속	RigidBody		
기능	질량을 밑 관성 모멘트를 임의로 설정할 수 있는 강체 클래스		
메서드	이름	인자: 타입	기능
	이 외는 메서드 오버라이딩 하였으므로 부모 클래스와 동일함		

Background			
위치	core/background.py		
상속	object		
기능	배경 유체 정의 클래스		
메서드	이름	인자: 타입	기능
	<code>__init__</code>	self, Density, Absolute_Viscosity, Kinematic_Viscosity	밀도, 점성 계수(절대 점도), 동점성 계수를 가지고 있는 데이터 클래스 역할을 함.

Event			
위치	core/event.py		
상속	object		
기능	충돌 정보 클래스		
메서드	이름	인자: 타입	기능
	<code>__init__</code>	self, body_a: Body, body_b: Body	충돌한 두 물체의 정보와 접촉점(self.contacts) 리스트, 충돌 법선(self.normal), 침투 깊이 (self.penetration) 정보를 저장함.

CD			
위치	core/drag_coefficient.py		
상속	object		
기능	레이놀즈 수에 따른 항력계수를 반환하는 함수 모음(@staticmethod 매서드 모음임)		
메서드	@데코레이터 함수 이름	인자: 타입	기능
	<code>@staticmethod</code> <code>sphere</code>	Re: float	레이놀즈 수에 따른 구의 항력 계수
	<code>@staticmethod</code> <code>cube</code>	Re: float	레이놀즈 수에 따른 정육면체의 항력 계수
	<code>@staticmethod</code> <code>box</code>	Re: float	레이놀즈 수에 따른 직육면체의 항력 계수

Force			
위치	core/force.py		
상속	object		
기능	병진 운동에 관한 힘 계산 함수 모음(@staticmethod 매서드 모음임)		
메서드	@데코레이터 함수 이름	인자: 타입	기능
	<code>@staticmethod</code> <code>gravity</code>	body: Body	중력 계산
	<code>@staticmethod</code> <code>buoyancy</code>	density_fluid: float, body: Body	부력 계산(완전 잠긴 상태 기준임)
	<code>@staticmethod</code> <code>drag</code>	density_fluid: float, body: Body, Re: float	항력 계산
	<code>@staticmethod</code> <code>lift</code>	density_fluid: float, body: Body,	표준형 양력(마그누스 힘) $F = 0.5 * \text{밀도} * \text{단면적} * CL * v^2 * n_{perp}$ 3D(평면 운동 + z축 회전) 가정 omega는 스칼라(omega_z)만 사용.

Torque			
위치	core/force.py		
상속	object		
기능	회전 운동에 관한 토크(돌림 힘) 계산 함수 모음(@staticmethod 매서드 모음임)		
메서드	@데코레이터 함수 이름	인자: 타입	기능
	@staticmethod Damping	C_rot: float, body: Body	회전 감쇠 토크 계산 (고속에서 비선형 기준임) = 회전 감쇠율 x 각속도 x 각속도

Absolute_Viscosity		
위치	config.py	
상속	object	
기능	점성 계수(절대 점도) μ (섭씨 20도 기준) [Pa · s]	
내부 데이터	이름	기능
	PureWater	물 점성 계수
	Air	공기 점성 계수

Kinematic_Viscosity		
위치	config.py	
상속	object	
기능	동점성 계수 $\nu = \mu / \rho$ [m^2/s]	
내부 데이터	이름	기능
	PureWater	물 동점성 계수 1.003e-06
	Air	공기 동점성 계수 1.156e-5

World 구조 (config 등 상수 정의 생략)

World	self.bodies	core/body.py		core/shape.py	
		Body	RigidBody	Shape	Sphere
			CustomRigidBody		Box
	self.background	core/background.py		Background	
self.step		core/integrator.py			
		rk4_step		f	
		core/collision.py		core/event.py	
		collide		Event	
		resolve			

프로젝트 내용

- 물리 엔진의 작동 방식
- (1) 세계 정의 → (2) 물체 정의 → (3) 물체 추가 → (4) 반복 적분/충돌처리 루프
→ (5) 렌더링/입력 처리
- (1) 세계(World) 생성
배경 유체(밀도, 점도)와 회전 감쇠 계수 등을 설정하고, 물체 리스트를 초기화
- (2) 물체(Body) 생성
Sphere/Box 등 Shape와 재질 밀도, 초기 위치·속도·회전 상태를 지정하여 RigidBody를 만듦, 이때 질량/관성모멘트/기준면적 등이 자동 계산
- (3) World에 물체 추가(add_body)
생성한 물체를 World.bodies에 등록
- (4) 시간 간격 dt에 대해 step(dt) 반복 실행(메인 루프)
- (a) 적분: 정적 물체(바닥이나 벽 is_state=True 등)를 제외하고, 각 물체에 대해 힘(중력 / 부력 / 항력 / 양력)과 토크를 계산하여 상태 미분방정식을 구성한 뒤, RK4로 다음 상태를 계산해 생성
 - (b) 충돌 처리: 모든 물체 쌍에 대해 충돌을 감지하고, 침투 깊이, 법선, 접촉점을 기반으로 충돌 응답(반발/마찰) 및 위치 보정을 반복하여 안정적으로 분리
 - (c) 제약 유지: z이동 및 x,y축 회전을 제거하여 평면 운동 + z축 회전만 남도록 강제
- (5) 렌더링/입력 처리(pygame)
매 프레임마다 월드 좌표를 화면 좌표로 변환해 도형을 그리고, 키/마우스 입력(일시정지, 카메라 이동/줌, 물체 선택 등)을 처리

```

Camera: (-1.800, 1.800) zoom=35.0
Follow[F]=True target[TAB]=circle1 smooth[S]=False
Sim[SPACE]=PAUSED Step[N] HUD[H] Reset[R]
Forces: G[G]=True D[D]=True ImpulseMode[J]=equal_dv
Mouse: L-drag-impulse R-drag-move(body) (click pauses temporarily)
floor1: r=(-0.800, 1.400) v=( 0.000, 0.000) w= 0.000 th= 0.000
floor2: r=(-15.500, 1.200) v=( 0.000, 0.000) w= 0.000 th= 0.000
floor3: r=(-15.500, 1.200) v=( 0.000, 0.000) w= 0.000 th= 0.000
circle1: r=(-1.800, 1.800) v=( 5.500, 3.000) w= 18.000 th= 0.000
circle2: r=(-5.000, 2.800) v=(-50.000, -3.500) w=-10.000 th= 0.000
circle3: r=(-8.000, 1.200) v=(-15.000, 15.000) w= 10.000 th= 0.000
box1: r=(-1.700, 10.300) v=(-3.300, -4.000) w=-2.000 th= 0.000
box2: r=(-12.700, 3.300) v=( 25.300, 0.000) w=-10.000 th= 0.000
  
```



F : 따라가기 on/off	N : 다음 스텝 실행	G : 중력 및 부력 on/off
TAB : 따라가는 대상 변경	H : HUD 끄기	D : 항력 on/off
SPACE : 일시정지	R : 다시 시작	물체 좌클릭: 속도 추가

충돌 처리 이론 및 구현 방식

충돌이 발생하면 두 물체(body_a, body_b)에 대해 접촉점 목록, 충돌 범선, 침투 깊이를 하나의 이벤트 클래스(core.event.Event)로 묶어 저장한다. 이후 충돌 응답 단계는 이 이벤트를 입력으로 받아 속도, 각속도 및 위치 보정을 수행한다.

(충돌 검출)

본 엔진은 모든 물체 쌍을 검사해 충돌을 탐지하고, 충돌 시 Event를 생성한다. 충돌 검출의 반환 결과는 최소 침투 방향의 범선, 침투 깊이, 실제 접촉점(1~2개)이다. 육면체는 충돌 면을 기준으로 접촉점을 선별해 접촉점 리스트에 넣는다.

(충돌 응답)

충돌 응답은 충돌 직후 속도의 변화를 충격량 J로 처리한다. 각 접촉점 c에서 상대속도를

$$v_{rel} = (v_B + \omega_B \times r_B) - (v_A + \omega_A \times r_a)$$

로 두고, 범선 성분 $v_n = v_{rel} \cdot n$ 이 접근 중($v_n < 0$)일 때만 반발을 적용한다. 이때 반발계수 e는 두 물체의 값을 사용해 결정하며, 충격량의 크기 j는 질량과 관성모멘트를 포함한 분모(유효질량)으로 나누어 계산한다. 결과적으로 병진 속도와 각속도에 모두 충격이 반영된다.

(마찰 처리)

접선 방향 t를 잡아 마찰 충격 j_t 를 계산한다. 이때 마찰계수 μ 를 이용해 $|j_t| \leq \mu j$ 로 클램핑하여 쿨롱 마찰 한계를 반영한다. 이를 통해 충돌 후 물체에 마찰력이 작용한다.

(반복 위치 보정)

한 프레임에서 충돌을 한 번만 풀면 다중 접촉(연쇄 충돌, 박스가 바닥에 닿는 상황 등)에서 오차가 커지므로, World.step에서 solver_iterations(대략 8~20) 만큼 여러 번 충돌 검출, 응답을 반복하여 점진적으로 해를 수렴시키는 방식을 사용한다.

물리 엔진의 원리(이론)

강체의 운동은 크게 병진 운동과 회전 운동으로 분해하여 나타낼 수 있다. 병진 운동은 질량중심의 위치 벡터 r 과 속도 벡터 v 의 변화로 표현되며, 뉴턴의 제2법칙에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$m \frac{dt}{dv} = \sum F, \quad \frac{dt}{dr} = v$$

여기서 m 은 물체 질량, $\sum F$ 는 물체에 작용하는 모든 외력의 합이다. 본 프로젝트에서는 유체 속 운동을 고려하므로 외력 $\sum F$ 를 중력, 부력, 항력, 양력(마그누스 힘) 및 충돌로 인한 마찰력으로 구성하였다. 특히 항력은 속도 제곱에 비례하는 표준형 모델을 사용하여

$$F_D = -\frac{1}{2} \rho_f A C_D \|v\| v$$

로 두며, A 는 운동 방향에 대한 투영 단면적이고 C_D 는 레이놀즈 수에 따라 변하는 항력 계수이다. 회전하는 물체는 자세(회전각)에 따라 투영 단면적이 달라지므로, 자세와 속도 방향을 이용해 A 를 투영하여 계산하도록 구성하였다. 이는 동일 속도에서도 자세가 바뀌면 항력이 달라지는 현상을 반영하기 위함이다.

회전 운동은 물체의 각속도 ω 와 회전각 θ 의 변화로 표현된다. 강체에 대해

$$I \frac{d\omega}{dt} = \sum \tau, \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

가 성립한다. 여기서 I 는 관성모멘트(또는 관성텐서), $\sum \tau$ 는 외부 토크의 합이다. 개발한 엔진은 계산 효율과 시각화를 위해 평면 운동 + z축 회전만 허용하는 (3D 연산 \rightarrow 2D 렌더링)하므로, 실제 계산에서는 $\omega = \omega_z$, $I = I_{zz}$ 만 사용하여

$$I_{zz} \frac{d\omega}{dt} = \tau_z, \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega_z$$

로 단순화된다. 이때 공기(또는 물) 속 회전에 의해 각속도가 감쇠하는 효과는 회전 감쇠 토크로 근사하며, 고속에서 비선형 감쇠를 반영하기 위해 $\tau_z \propto -C_{rot}|\omega_z|\omega_z$

형태의 모델을 사용하였다. 이는 각속도가 클수록 감쇠가 더 강해지는 경향을 반영한다.

수치적분(RK4)

위의 병진·회전 방정식은 시간에 따른 상태 변화 미분방정식이므로, 시뮬레이션에서는 상태벡터 $y(t)$ 를 정의하여 1차 미분방정식 형태로 정리한 뒤 수치적으로 적분한다. 예를 들어 본 프로젝트의 핵심 상태는 r, v, ω_z, θ 로 구성되며,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} r \\ v \\ \omega_z \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ \frac{1}{m} \sum F \\ \frac{1}{I_{zz}} \tau_z \\ w_z \end{bmatrix}$$

처럼 정리할 수 있다. 이때 항력, 양력, 충돌 등으로 인해 $\sum F$ 가 속도 및 자세에 비선형으로 의존하므로, 해석해를 구하기보다 시간 간격 dt 마다 수치적분으로 다음 상태를 계산하는 방식이 적절하다. 본 프로젝트에서는 오일러 방법 대비 오차가 작고 안정성이 높은 4차 룽게-쿠타 방법(RK4)을 적용하여, 한 스텝에서 여러 번 기울기(미분값)를 샘플링한 뒤 가중 평균으로 상태를 갱신한다. 이로써 동일한 dt 에서도 빠르게 변하는 비선형 운동을 비교적 안정적으로 추적할 수 있다.

프로젝트 결과	<table border="1" data-bbox="345 320 1417 847"> <tbody> <tr> <td data-bbox="345 320 679 399">초기 버전</td><td data-bbox="679 320 1417 399">https://youtu.be/5TVlUrs_HKs?si=-ZtLtAI6zEWRCeOQs</td></tr> <tr> <td data-bbox="345 399 679 477">공기 속</td><td data-bbox="679 399 1417 477">https://youtu.be/VJ8VrAnBY-E?si=6x1q1H0poEioDM37</td></tr> <tr> <td data-bbox="345 477 679 556">공기 속, 중력/부력/항력X</td><td data-bbox="679 477 1417 556">https://youtu.be/lIpDjDhGJJA?si=AhzIzUFuTtk7ZWHK</td></tr> <tr> <td data-bbox="345 556 679 690">물 속</td><td data-bbox="679 556 1417 690"> https://youtu.be/8F-jhoDHsko?si=rFNg9kERJCa9xNU2 밀도가 물보다 작은 circle1과 box2는 9초~10초, 17초~20초에서 볼 수 있듯이 위로 뜨며, 밀도가 큰 다른 세 물체는 가라앉는다. </td></tr> <tr> <td data-bbox="345 690 679 769">물 속 중력 부력 항력X</td><td data-bbox="679 690 1417 769">https://youtu.be/lIpDjDhGJJA?si=T165QtxwfZ-mj0eA</td></tr> <tr> <td data-bbox="345 769 679 847">물 속 물체의 밀도에 따른 부력 효과</td><td data-bbox="679 769 1417 847">https://youtu.be/fjNrynah52Y?si=rZrEg-76pUivcuo0</td></tr> </tbody> </table>	초기 버전	https://youtu.be/5TVlUrs_HKs?si=-ZtLtAI6zEWRCeOQs	공기 속	https://youtu.be/VJ8VrAnBY-E?si=6x1q1H0poEioDM37	공기 속, 중력/부력/항력X	https://youtu.be/lIpDjDhGJJA?si=AhzIzUFuTtk7ZWHK	물 속	https://youtu.be/8F-jhoDHsko?si=rFNg9kERJCa9xNU2 밀도가 물보다 작은 circle1과 box2는 9초~10초, 17초~20초에서 볼 수 있듯이 위로 뜨며, 밀도가 큰 다른 세 물체는 가라앉는다.	물 속 중력 부력 항력X	https://youtu.be/lIpDjDhGJJA?si=T165QtxwfZ-mj0eA	물 속 물체의 밀도에 따른 부력 효과	https://youtu.be/fjNrynah52Y?si=rZrEg-76pUivcuo0
초기 버전	https://youtu.be/5TVlUrs_HKs?si=-ZtLtAI6zEWRCeOQs												
공기 속	https://youtu.be/VJ8VrAnBY-E?si=6x1q1H0poEioDM37												
공기 속, 중력/부력/항력X	https://youtu.be/lIpDjDhGJJA?si=AhzIzUFuTtk7ZWHK												
물 속	https://youtu.be/8F-jhoDHsko?si=rFNg9kERJCa9xNU2 밀도가 물보다 작은 circle1과 box2는 9초~10초, 17초~20초에서 볼 수 있듯이 위로 뜨며, 밀도가 큰 다른 세 물체는 가라앉는다.												
물 속 중력 부력 항력X	https://youtu.be/lIpDjDhGJJA?si=T165QtxwfZ-mj0eA												
물 속 물체의 밀도에 따른 부력 효과	https://youtu.be/fjNrynah52Y?si=rZrEg-76pUivcuo0												
<p>위와 같이 완성하였다. config.py 파일에서 다양한 물질의 밀도를 정의하였기 때문에 물체의 점성 계수만 따로 추가하면 다양한 재질의 물체나, 배경등을 적용할 수 있 다. 또한 shape에서 유체 클래스를 따로 추가한다면 수영장처럼 일부 영역에 물이 차있는 형태도 만들 수 있을 것이다.</p>													
<p>가장 반성할 점은 충돌 처리 과정에서 매우 중요한 광역 탐지부분을 만들지 못했다. 그 원인은 적분기와 객체지향 구조에 너무 치중하느라 충돌처리에 제대로 집중하지 못했다고 생각한다. 자세히 말하자면, 본 엔진의 가장 큰 문제는 물체를 검사할 때 모든 쌍을 검사한다. 따라서 물체가 늘어나면 시간복잡도가 $O(N^2)$이므로 검사 비용이 매우 커진다. 따라서 공간 분할(그리드/쿼드트리)이나 AABB 기반 broad-phase를 도입하여 충돌 후보군을 먼저 줄이고, 그 이후에 정밀 충돌을 수행하는 구조로 개선할 필요가 있다.</p>													
<p>또한 시간 간격 dt가 커질 때(물체의 속도가 매우 빠를 때) 충돌 침투 정도가 증가하거나 에너지가 비정상적으로 커지거나 아예 통과하는 현상이 있다. 고정 dt보다는 물체의 속도에 따라 가변적인 dt(추가적인 서브 스텝으로 시간을 더 조감)나 충돌 보정의 횟수를 유동적으로 조절하는 시스템을 만들어야 한다.</p>													
<p>마지막으로 렌더링과 입력 처리 부분은 현재 기본 기능 위주로 구성되어 있으므로, 디버그 시작화(충돌 법선/접촉점 표시, 속도 벡터 표시), 로그 저장, 재현 가능한 시뮬레이션 시드 관리 등을 추가하여 검증 가능한 엔진으로 발전시키는 것을 목표로 한다. 또한 API의 형식으로 웹 등의 호스팅하는 방법으로도 일반적인 서버형 물리엔진을 구현하는 방법에 대해 알아보고자 한다.</p>													

