

|                                    |  |   |  |                                     |
|------------------------------------|--|---|--|-------------------------------------|
| 프로젝트 주제                            | 레이놀즈 수 기반 항력과 유체역학적 힘(양력, 부력 등) 모델을 적용한 파이썬 강체 운동 시뮬레이션 엔진 |   |  |                                     |
| 프로젝트 진행 방법<br>(사용한 도구, 프로그램, 과정 등) | 언어 / 운영체제  | Python 3.8.10 / Windows 11  |  |                                     |
|                                    | 라이브러리  | 물리엔진: math, numpy, abc, dataclasses, typing<br>렌더링: pygame, numpy |  |                                     |
|                                    | 클래스 객체   |   |  |                                     |
|                                    |  |   |  |                                     |
|                                    | World  |   |  |                                     |
|                                    | 위치   | core/world.py   |  |                                     |
|                                    | 상속   | object  |  |                                     |
|                                    | 기능   | 물리 엔진 연산 세계 구성 및 step 실행 (시뮬레이션 전체 컨테이너)                          |  |                                     |
|                                    | 메서드  | 이름  | 인자: 타입                                     | 기능                                  |
|                                    |  | __init__  | self, background: Background, C_rot: float | 배경(공기나 물 등으로 이루어진 세계) 및 회전 감쇠 계수 정의 |
|                                    |  | add_body  | self, body: Body                           | 강체 추가                               |
|                                    |  | step  | self, dt: float                            | 외력 적용 -> 적분 계산 -> 충돌 처리(검사 -> 보정)   |
|                                    | Shape  |   |  |                                     |
|                                    | 위치   | core/share.py   |  |                                     |
|                                    | 상속   | abc.ABC   |  |                                     |
|                                    | 기능   | 물체의 기하학적 형태 추상 클래스  |  |                                     |
|                                    | 메서드  | 이름  | 인자: 타입                                     | 기능                                  |
|                                    |  | volume  | self                                       | 부피[m^3]                             |
|                                    |  | ref_area  | self                                       | 항력계수/항력/양력 계산에 쓰이는 기준 면적 (A0)[m^2]  |
|                                    |  | char_length   | self                                       | 레이놀즈 수 계산에 쓰이는 물체의 길이 [m]           |
|                                    |  | spin_radius   | self                                       | 스핀파라미터 계산에 쓰이는 물체의 길이 [m]           |
| Izz_from_mass                      |  | self, mass: float   | z축 관성 모멘트 [kg*m^2]                         |                                     |
|                                    | proj_area  | self, yaw_rad: float, velocity: numpyndarray                      | 투영 단면적 [m^2]                               |                                     |
| Sphere                             |  |   |  |                                     |
| 위치                                 | core/shape.py  |   |  |                                     |
| 상속                                 | Shape  |   |  |                                     |
| 데코레이터                              | @dataclass(frozen=True)                                    |   |  |                                     |
| 기능                                 | 구 형태 데이터 클래스 정의  |   |  |                                     |
| 메소드                                | 이름   | 인자: 타입  | 기능   |                                     |
|                                    | 매소드 오버라이딩 하였으므로 부모 클래스와 동일함                                |   |  |                                     |

| Box   |                             |        |    |
|-------|-----------------------------|--------|----|
| 위치    | core/shape.py               |        |    |
| 상속    | Shape                       |        |    |
| 데코레이터 | @dataclass(frozen=True)     |        |    |
| 기능    | 육면체 형태 데이터 클래스 정의           |        |    |
| 메서드   | 이름                          | 인자: 타입 | 기능 |
|       | 메서드 오버라이딩 하였으므로 부모 클래스와 동일함 |        |    |

| Body |                    |                           |                     |
|------|--------------------|---------------------------|---------------------|
| 위치   | core/body.py       |                           |                     |
| 상속   | abc.ABC            |                           |                     |
| 기능   | 물체의 기하학적 형태 추상 클래스 |                           |                     |
| 메서드  | 이름                 | 인자: 타입                    | 기능                  |
|      | state              | self                      | 상태 벡터 반환"           |
|      | set_state          | self                      | 상태 벡터 설정            |
|      | drag_coefficient   | self,<br>y: numpy.ndarray | 항력 계수 반환            |
|      | proj_area          | self                      | 속도 벡터 방향의 투영 단면적 반환 |

| RigidBody |              |
|-----------|--------------|
| 위치        | core/body.py |
| 상속        | Body         |

|    |  |
|----|--|
| 기능 | <p>3D 전용 강체</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 3차원 벡터를 기본적으로 포함함</li> <li>- 회전각과 각속도는 z축에서만 정의됨, 다른 축은 0.0</li> </ul> <p>!! 따라서 z축 위치와 속도 및 각속도(x축, y축)는 0.0으로 정의해야함(다른 값 넣으면 _enforce_2p5d_constraints를 통해 강제로 조정됨)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 부피, 질량 등은 자동으로 계산됨. 만약 직접 질량을 조정하고 싶으면 CustomRigidBody를 사용하면 됨</li> </ul> <p>상태벡터는 다음과 같이 구성됨 [x,y,z, vx,vy,vz, <math>\omega_x, \omega_y, \omega_z</math>, theta] 각 위치벡터, 병진속도벡터, 각속도벡터, 회전각임.</p> |
|----|--|

주요 값은 다음과 같으며

```
shape: Shape
density: float
```

다음의 값을 가지고 있음.

```
# 물질 상태
is_static: bool = False
restitution: float = 0.2
friction: float = 0.5

# 상태
r: Vec3 = field(default_factory=lambda: numpy.zeros(3, dtype=float)) # 3차원 위치 벡터
v: Vec3 = field(default_factory=lambda: numpy.zeros(3, dtype=float)) # 3차원 속도 벡터
omega: Vec3 = field(default_factory=lambda: numpy.zeros(3, dtype=float)) # 각속도 [rad/s]
theta: float = 0.0 # 회전각 [rad]

# 파생 속성
volume: float = field(init=False) # 부피
mass: float = field(init=False) # 질량
Izz: float = field(init=False) # z축 관성 모멘트
A0: float = field(init=False) # 기준 면적
L: float = field(init=False) # 길이
Rspin: float = field(init=False) # 스프링파라미터용 길이
_cd_fn: Optional[CdFn] = field(init=False, default=None)
```

| 메서드 | 이름                               | 인자: 타입 | 기능                |
|-----|----------------------------------|--------|-------------------|
|     | __post_init__                    | self   | 값 정의              |
|     | _enforce_2p5d_constraints        | self   | z축 이동 및 xy축 회전 제한 |
|     | _bind_drag_coefficient           | self,  | 항력 계수 반환 함수 설정    |
|     | 이 외는 메서드 오버라이딩 하였으므로 부모 클래스와 동일함 |        |                   |

| CustomRigidBody |                                   |        |    |
|-----------------|-----------------------------------|--------|----|
| 위치              | core/body.py                      |        |    |
| 상속              | RigidBody                         |        |    |
| 기능              | 질량을 밀 관성 모멘트를 임의로 설정할 수 있는 강체 클래스 |        |    |
| 메서드             | 이름                                | 인자: 타입 | 기능 |
|                 | 이 외는 메서드 오버라이딩 하였으므로 부모 클래스와 동일함  |        |    |

| Background |                    |   |   |
|------------|--------------------|---|---|
| 위치         | core/background.py |   |   |
| 상속         | object             |   |   |
| 기능         | 배경 유체 정의 클래스       |   |   |
| 메서드        | 이름                 | 인자: 타입  | 기능  |
|            | __init__           | self,<br>Density,<br>Absolute_Viscosity,<br>Kinematic_Viscosity | 밀도, 점성 계수(절대 점도), 동점성 계수를 가지고 있는 데이터 클래스 역할을 함. |

| Event |               |  |  |
|-------|---------------|--|--|
| 위치    | core/event.py |  |  |
| 상속    | object        |  |  |
| 기능    | 충돌 정보 클래스     |  |  |
| 메서드   | 이름            | 인자: 타입                                 | 기능   |
|       | __init__      | self,<br>body_a: Body,<br>body_b: Body | 충돌한 두 물체의 정보와 접촉점(self.contacts) 리스트, 충돌 법선(self.normal), 침투 깊이(self.penetration) 정보를 저장함. |

| CD  |  |           |                        |
|-----|--|-----------|------------------------|
| 위치  | core/drag_coefficient.py                           |           |                        |
| 상속  | object   |           |                        |
| 기능  | 레이놀즈 수에 따른 항력계수를 반환하는 함수 모음(@staticmethod 메서드 모음임) |           |                        |
| 메서드 | @데코레이터<br>함수 이름                                    | 인자: 타입    | 기능                     |
|     | @staticmethod<br>sphere                            | Re: float | 레이놀즈 수에 따른 구의 항력 계수    |
|     | @staticmethod<br>cube                              | Re: float | 레이놀즈 수에 따른 정육면체의 항력 계수 |
|     | @staticmethod<br>box                               | Re: float | 레이놀즈 수에 따른 직육면체의 항력 계수 |

| Force |   |   |   |
|-------|---|---|---|
| 위치    | core/force.py                               |   |   |
| 상속    | object                                      |   |   |
| 기능    | 병진 운동에 관한 힘 계산 함수 모음(@staticmethod 메서드 모음임) |   |   |
| 메서드   | @데코레이터<br>함수 이름                             | 인자: 타입  | 기능  |
|       | @staticmethod<br>gravity                    | body: Body  | 중력 계산   |
|       | @staticmethod<br>buoyancy                   | density_fluid: float,<br>body: Body               | 부력 계산(완전 잠긴 상태 기준임)   |
|       | @staticmethod<br>drag                       | density_fluid: float,<br>body: Body,<br>Re: float | 항력 계산   |
|       | @staticmethod<br>lift                       | density_fluid: float,<br>body: Body,              | 표준형 양력(마그누스 힘) $F = 0.5 * \text{밀도} * \text{단면적} * CL * v^2 * n\_perp$ 3D(평면 운동 + z축 회전) 가정 $\omega$ 는 스칼라( $\omega_z$ )만 사용. |

| Torque |  |                             |  |
|--------|--|-----------------------------|--|
| 위치     | core/force.py                                      |                             |  |
| 상속     | object   |                             |  |
| 기능     | 회전 운동에 관한 토크(돌림 힘) 계산 함수 모음(@staticmethod 매서드 모음임) |                             |  |
| 매서드    | @데코레이터<br>함수 이름                                    | 인자: 타입                      | 기능   |
|        | @staticmethod<br>Damping                           | C_rot: float,<br>body: Body | 회전 감쇠 토크 계산 (고속에서 비선형 기준임)<br>= 회전 감쇠율 x  각속도  x 각속도 |

|        |         |  |
|--------|---------|--|
|        | Density |  |
|        | 위치      | config.py  |
|        | 상속      | object   |
|        | 기능      | 각종 물체의 밀도 데이터 모음(섭씨 20도 및 표준압(1 atm = 101325 Pa) 기준 / 습도 무시)   |
|        | 클래스 이름  | 기능   |
| 하위 클래스 | Gas     | <div># 대기 구성 성분</div> <div>Air = 1.204 # 대기</div> <div>Nitrogen = 1.165 # 질소</div> <div>Oxygen = 1.331 # 산소</div> <div>Argon = 1.661 # 아르곤</div> <div>Carbon_Dioxide = 1.842 # 이산화탄소</div> <div># 가벼운 기체</div> <div>Hydrogen = 0.084 # 수소</div> <div>Helium = 0.166 # 헬륨</div> <div>Neon = 0.838 # 네온</div> <div># 연료 및 기타 기체</div> <div>Methane = 0.668 # 천연가스(메테인)</div> <div>Propane = 1.882 # 석유가스(프로판)</div> <div>Butane = 2.489 # 뷰테인</div> <div>Ammonia = 0.717 # 암모니아</div> <div>Chlorine = 2.994 # 염소</div> <div>Radon = 9.23 # 라돈</div> <div>Steam_100C = 0.597 # 수증기 (섭씨 100도 기준)</div>   |
|        | Liquid  | <div>class Water:</div> <div>Pure = 998.207</div> <div>Sea = 1025 # 바닷물 (1020~1030)</div> <div>Distilled = 997 # 증류수</div> <div>Heavy = 1105 # 중수 (D2O)</div> <div>class Fuel:</div> <div>Gasoline = 740 # 휘발유 (720~775)</div> <div>Diesel = 830 # 경유 (820~860)</div> <div>Kerosene = 810 # 등유</div> <div>Jet_Fuel = 800 # 항공유 (Jet A-1)</div> <div>LNG_Liquid = 447 # 액화천연가스 (액화메테인)</div> <div>LPG_Liquid = 510 # 액화석유가스 (액화프로판)</div> <div>class Oil:</div> <div>Olive = 915 # 올리브유</div> <div>Vegetable = 920 # 식용유 (대두유)</div> <div>Engine_10W30 = 875 # 엔진오일 (870~890)</div> <div>Crude_Light = 850 # 경질 원유</div> <div>Crude_Heavy = 970 # 중질 원유</div> <div>class Household_Chemical: # 가정용 화학물질</div> <div>Glycerin = 1261 # 글리세린</div> <div>Honey = 1420 # 꿀 (1400~1450)</div> <div>Milk = 1030 # 우유</div> <div>Vinegar = 1010 # 식초</div> <div>Mercury = 13546 # 수은</div> <div>Blood = 1060 # 혈액 (인간)</div> <div>class Alcohol:</div> <div>Ethanol = 789 # 에탄올</div> <div>Methanol = 792 # 메탄올</div> <div>Isopropyl = 786 # 이소프로필 알코올</div>  |
|        | Solid   | <div>class Wood: # 섭씨 21도 65%습도의 기준</div> <div>합수율 기준</div> <div><a href="https://blog.naver.com/robingoody/220939148564">https://blog.naver.com/robingoody/220939148564</a> 출처</div> <div>Zelkova_Serrata = 720 # 느티나무 (13% 합수율)</div> <div>Pinus_Densiflora = 460 # 소나무</div> <div>Quercus_Acutissima = 750 # 한국 참나무(참나무속 상수리나무)</div> <div>Quercus_Rubra = (red_oak := 650) # 루브라참나무(레드 오크)</div> <div>Quercus_Alba = (White_Oak := 640) # 흰참나무(화이트 오크)</div> <div>Cherry = 540 # 벚나무</div> <div>American_Walnut = 580 # 호두나무</div> <div>Birch = 610 # 자작나무</div> <div>Sweet_Chestnut = 540 # 밤나무</div> <div>Beech = 710 # 너도밤나무</div> <div>Hard_Maple = 640 # 단풍나무</div> <div>Persimmon = 780 # 감나무</div> <div>Cedar = 320 # 동양 삼나무</div> <div>Guibourtia_Tessmannii = 910 # 구이부르티아 테스마니(부빙가)</div> <div>Horse_Chestnut = 490 # 마로니예(가시칠엽수)</div> <div>Dalbergia_Latifolia = (Indian_Rosewood := 830) # 복인도 자단나무(복인도황단)</div> <div>class Material: # 금속</div> <div>class Iron: # 철류</div> <div>Pure = 7870 # 순철</div> <div>Wrought = 7800 # 연철 (7800~7870)</div> <div>Steel = 7850 # 강철(탄소강 (매우 무거움)</div> <div>Cast = 7200 # 주철(무쇠 온 액체 상태)</div> <div>Pig = 7100 # 선철(무쇠)</div> <div>7000~7200)</div> <div>class Alloy: # 합금</div> <div>Stainless_Steel = 7930 # 스테인리스강</div> <div>Brass = 8500 # 황동 (구리+아연, 8400~8700)</div> <div>Bronze = 8800 # 청동 (구리+주석, 8700~8900)</div> <div>Duralumin = 2800 # 두랄루민 (강력 알루미늄 합금)</div> <div>Inconel = 8250 # 인코넬 (니켈 합금)</div> <div>class Common: # 일반 금속</div> <div>Aluminum = 2700 # 알루미늄</div> <div>Copper = 8960 # 구리</div> <div>Lead = 11340 # 납</div> <div>Nickel = 8900 # 니켈</div> <div>Zinc = 7133 # 아연</div> <div>Tin = 7280 # 주석</div> <div>Titanium = 4506 # 티타늄 (강철보다 가볍고 강함)</div> <div>Magnesium = 1738 # 마그네슘 (실용 금속 중 가장 가벼움)</div> <div>class Precious_Metal: # 귀금속</div> <div>Gold = 19300 # 금</div> <div>Silver = 10490 # 은</div> <div>Platinum = 21450 # 백금</div> <div>Palladium = 12020 # 팔라듐</div> <div>class Heavy_Metal: # 중금속</div> <div>Tungsten = 19250 # 텅스텐 (매우 무거움)</div> <div>Mercury = 13546 # 수은 (상온 액체 상태)</div> <div>Uranium = 19050 # 우라늄</div> <div>Osmium = 22570 # 오스뮴 (지구상에서 가장 밀도가 높은 원소)</div> <div>class Rock: # 돌</div> <div>class Igneous: # 화성암</div> <div>Granite = 2700 # 화강암 (2600~2800)</div> <div>Andesite = 2695 # 안산암 (2250~3140)</div> <div>Basalt = 2750 # 현문암</div> <div>class Sedimentary: # 퇴적암</div> <div>Mudstone = 2600 # 이암</div> <div>Shale = 2600 # 셰일(열암)</div> <div>Sandstone = 2500 # 사암 (2200~2800)</div> <div>Conglomerate = 2650 # 역암 (2500~2800)</div> <div>Limestone = 2100 # 석회암 (1500~2700, 석회암)</div> <div>Tuff = 2450 # 용회암 (1600~3300)</div> <div>Chert = 2800 # 각암</div> <div>Halite = 2168 # 암염</div> <div>Dolomite = 2950 # 백운암 (2900 ~ 3000.)</div> <div>class Metamorphic: # 변성암</div> <div>Marble = 2720 # 대리석</div> <div>Quartzite = 2665 # 규암</div> <div>Slate = 2700 # 정판암</div> <div>Schist = 2850 # 편암</div> <div>Gneiss = 2750 # 편마암</div> <div>Quartz = 2650 # 석영(이산화규소)</div> |

| Absolute_Viscosity |   |          |
|--------------------|---|----------|
| 위치                 | config.py                               |          |
| 상속                 | object                                  |          |
| 기능                 | 점성 계수(절대 점도) $\mu$ (섭씨 20도 기준) [Pa · s] |          |
| 내부 데이터             | 이름                                      | 기능       |
|                    | PureWater                               | 물 점성 계수  |
|                    | Air                                     | 공기 점성 계수 |

| Kinematic_Viscosity |   |                    |
|---------------------|---|--------------------|
| 위치                  | config.py                                     |                    |
| 상속                  | object  |                    |
| 기능                  | 동점성 계수 $\nu = \mu / \rho$ [m <sup>2</sup> /s] |                    |
| 내부 데이터              | 이름  | 기능                 |
|                     | PureWater                                     | 물 동점성 계수 1.003e-06 |
|                     | Air   | 공기 동점성 계수 1.156e-5 |

| World 구조 (config 등 상수 정의 생략) |             |                     |                    |               |        |
|------------------------------|-------------|---------------------|--------------------|---------------|--------|
| World                        | self.bodies | core/body.py        |                    | core/shape.py |        |
|                              |             | Body                | RigidBody          | Shape         | Sphere |
|                              |             |                     | CustomRigidBody    |               | Box    |
|                              |             | self.backgr<br>ound | core/background.py |               |        |
|                              | Background  |                     |                    |               |        |
|                              | self.step   | core/inegrator.py   |                    |               |        |
|                              |             | rk4_step            |                    | f             |        |
|                              |             | core/collision.py   |                    | core/event.py |        |
|                              |             | collide             |                    | Event         |        |
|                              |             | resolve             |                    |               |        |

프로젝트  
내용

물리 엔진의 작동 방식

(1) 세계 정의 → (2) 물체 정의 → (3) 물체 추가 → (4) 반복 적분/충돌처리 루프  
→ (5) 렌더링/입력 처리

(1) 세계(World) 생성

배경 유체(밀도, 점도)와 회전 감쇠 계수 등을 설정하고, 물체 리스트를 초기화

(2) 물체(Body) 생성

Sphere/Box 등 Shape와 재질 밀도, 초기 위치·속도·회전 상태를 지정하여 Rigidbody를 만들, 이때 질량/관성모멘트/기준면적 등이 자동 계산

(3) World에 물체 추가(add\_body)

생성한 물체를 World.bodies에 등록

(4) 시간 간격 dt에 대해 step(dt) 반복 실행(메인 루프)

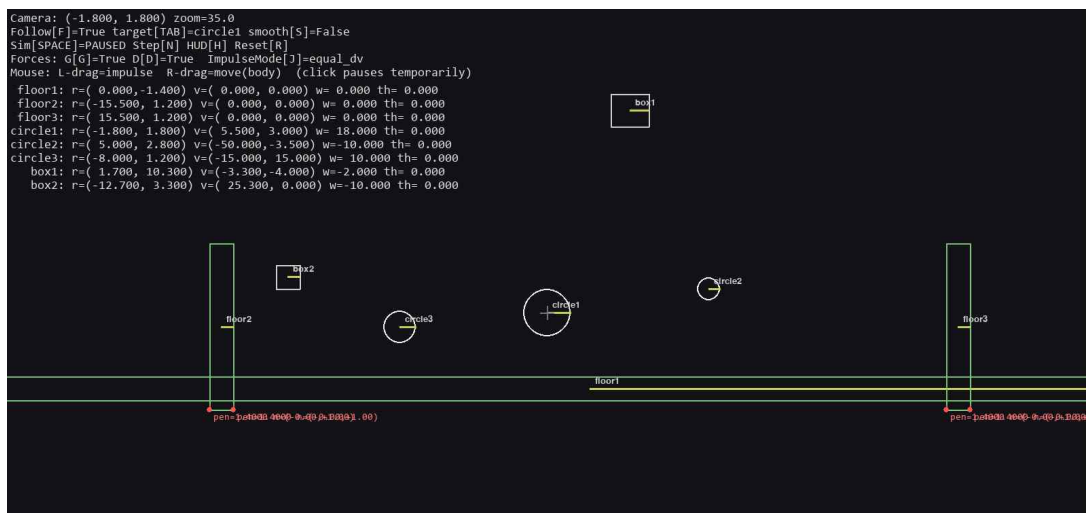
(a) 적분: 정적 물체(바닥이나 벽 is\_state=True 등)를 제외하고, 각 물체에 대해 힘( 중력 / 부력 / 항력 / 양력 )과 토크를 계산하여 상태 미분방정식을 구성한 뒤, RK4로 다음 상태를 계산해 갱신

(b) 충돌 처리: 모든 물체 쌍에 대해 충돌을 감지하고, 침투 깊이, 법선, 접촉점을 기반으로 충돌 응답(반발/마찰) 및 위치 보정을 반복하여 안정적으로 분리

(c) 제약 유지: z이동 및 x,y축 회전을 제거하여 평면 운동 + z축 회전만 남도록 강제

(5) 렌더링/입력 처리(pygame)

매 프레임마다 월드 좌표를 화면 좌표로 변환해 도형을 그리고, 키/마우스 입력(일시정지, 카메라 이동/줌, 물체 선택 등)을 처리



F : 따라가기 on/off

N : 다음 스텝 실행

G : 중력 및 부력 on/off

TAB : 따라가는 대상 변경

H : HUD 끄기

D : 항력 on/off

SPACE : 일시정지

R : 다시 시작

물체 좌클릭: 속도 추가



### 충돌 처리 이론 및 구현 방식

충돌이 발생하면 두 물체(body\_a, body\_b)에 대해 접촉점 목록, 충돌 법선, 침투 깊이를 하나의 이벤트 클래스(core.event.Event)로 묶어 저장한다. 이후 충돌 응답 단계는 이 이벤트를 입력으로 받아 속도, 각속도 및 위치 보정을 수행한다.

#### (충돌 검출)

본 엔진은 모든 물체 쌍을 검사해 충돌을 탐지하고, 충돌 시 Event를 생성한다. 충돌 검출의 반환 결과는 최소 침투 방향의 법선, 침투 깊이, 실제 접촉점(1~2개)이다. 육면체는 충돌 면을 기준으로 접촉점을 선별해 접촉점 리스트에 넣는다.

#### (충돌 응답)

충돌 응답은 충돌 직후 속도의 변화를 충격량  $J$ 로 처리한다. 각 접촉점  $c$ 에서 상대속도를

$$v_{rel} = (v_B + \omega_B \times r_B) - (v_A + \omega_A \times r_a)$$

로 두고, 법선 성분  $v_n = v_{rel} \cdot n$ 이 접근 중( $v_n < 0$ )일 때만 반발을 적용한다. 이때 반발계수  $e$ 는 두 물체의 값을 사용해 결정하며, 충격량의 크기  $j$ 는 질량과 관성모멘트를 포함한 분모(유효질량)으로 나누어 계산한다. 결과적으로 병진 속도와 각속도에 모두 충격이 반영된다.

#### (마찰 처리)

접선 방향  $t$ 를 잡아 마찰 충격  $j_t$ 를 계산한다. 이때 마찰계수  $\mu$ 를 이용해  $|j_t| \leq \mu j$ 로 클램핑하여 쿨롱 마찰 한계를 반영한다. 이를 통해 충돌 후 물체에 마찰력이 작용한다.

#### (반복 위치 보정)

한 프레임에서 충돌을 한 번만 풀면 다중 접촉(연쇄 충돌, 박스가 바닥에 닿는 상황 등)에서 오차가 커지므로, World.step에서 solver\_iterations(대략 8~20) 만큼 여러 번 충돌 검출, 응답을 반복하여 점진적으로 해를 수렴시키는 방식을 사용한다.

### 물리 엔진의 원리(이론)

강체의 운동은 크게 병진 운동과 회전 운동으로 분해하여 나타낼 수 있다. 병진 운동은 질량중심의 위치 벡터  $\mathbf{r}$ 과 속도 벡터  $\mathbf{v}$ 의 변화로 표현되며, 뉴턴의 제2법칙에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \sum \mathbf{F}, \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}$$

여기서  $m$ 은 물체 질량,  $\sum \mathbf{F}$ 는 물체에 작용하는 모든 외력의 합이다. 본 프로젝트에서는 유체 속 운동을 고려하므로 외력  $\sum \mathbf{F}$ 를 중력, 부력, 항력, 양력(마그누스 힘) 및 충돌로 인한 마찰력으로 구성하였다. 특히 항력은 속도 제곱에 비례하는 표준형 모델을 사용하여

$$\mathbf{F}_D = -\frac{1}{2} \rho_f A C_D \|\mathbf{v}\| \mathbf{v}$$

로 두며,  $A$ 는 운동 방향에 대한 투영 단면적이고  $C_D$ 는 레이놀즈 수에 따라 변하는 항력 계수이다. 회전하는 물체는 자세(회전각)에 따라 투영 단면적이 달라지므로, 자세와 속도 방향을 이용해  $A$ 를 투영하여 계산하도록 구성하였다. 이는 동일 속도에서도 자세가 바뀌면 항력이 달라지는 현상을 반영하기 위함이다.

회전 운동은 물체의 각속도  $\omega$ 와 회전각  $\theta$ 의 변화로 표현된다. 강체에 대해

$$I \frac{d\omega}{dt} = \sum \tau, \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

가 성립한다. 여기서  $I$ 는 관성모멘트(또는 관성텐서),  $\sum \tau$ 는 외부 토크의 합이다. 개발한 엔진은 계산 효율과 시각화를 위해 평면 운동 + z축 회전만 허용하는 (3D 연산 → 2D 렌더링)하므로, 실제 계산에서는  $\omega = \omega_z$ ,  $I = I_{zz}$ 만 사용하여

$$I_{zz} \frac{d\omega}{dt} = \tau_z, \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega_z$$

로 단순화된다. 이때 공기(또는 물) 속 회전에 의해 각속도가 감소하는 효과는 회전 감쇠 토크로 근사하며, 고속에서 비선형 감쇠를 반영하기 위해  $\tau_z \propto -C_{rot} |\omega_z| \omega_z$

형태의 모델을 사용하였다. 이는 각속도가 클수록 감쇠가 더 강해지는 경향을 반영한다.

### 수치적분(RK4)

위의 병진·회전 방정식은 시간에 따른 상태 변화 미분방정식이므로, 시뮬레이션에서는 상태벡터  $\mathbf{y}(t)$ 를 정의하여 1차 미분방정식 형태로 정리한 뒤 수치적으로 적분한다. 예를 들어 본 프로젝트의 핵심 상태는  $\mathbf{r}, \mathbf{v}, \omega_z, \theta$ 로 구성되며,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{v} \\ \omega_z \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \frac{1}{m} \sum \mathbf{F} \\ \frac{1}{I_{zz}} \tau_z \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

처럼 정리할 수 있다. 이때 항력, 양력, 충돌 등으로 인해  $\sum \mathbf{F}$ 가 속도 및 자세에 비선형으로 의존하므로, 해석해를 구하기보다 시간 간격  $dt$ 마다 수치적분으로 다음 상태를 계산하는 방식이 적절하다. 본 프로젝트에서는 오일러 방법 대비 오차가 작고 안정성이 높은 4차 룽게-쿠타 방법(RK4)을 적용하여, 한 스텝에서 여러 번 기울기(미분값)를 샘플링한 뒤 가중 평균으로 상태를 갱신한다. 이로써 동일한  $dt$ 에서도 빠르게 변하는 비선형 운동을 비교적 안정적으로 추적할 수 있다.

|                                  |   |       |   |      |   |                 |   |     |   |               |   |                      |   |
|----------------------------------|---|-------|---|------|---|-----------------|---|-----|---|---------------|---|----------------------|---|
| <p><b>프로젝트 결과</b></p>            | <table border="1"> <tr> <td>초기 버전</td><td><a href="https://youtu.be/5TVlUrs_HKs?si=-ZtLtAl6zEWRcOQs">https://youtu.be/5TVlUrs_HKs?si=-ZtLtAl6zEWRcOQs</a></td></tr> <tr> <td>공기 속</td><td><a href="https://youtu.be/VJ8VrAnBY-E?si=6x1q1H0poEioDM37">https://youtu.be/VJ8VrAnBY-E?si=6x1q1H0poEioDM37</a></td></tr> <tr> <td>공기 속, 중력/부력/항력X</td><td><a href="https://youtu.be/llpDjDhGJJA?si=AhzIzUFuTtk7ZW HK">https://youtu.be/llpDjDhGJJA?si=AhzIzUFuTtk7ZW HK</a></td></tr> <tr> <td>물 속</td><td><a href="https://youtu.be/8F-jhoDHsko?si=rFNg9kERJCa9xNU2">https://youtu.be/8F-jhoDHsko?si=rFNg9kERJCa9xNU2</a><br/>밀도가 물보다 작은 circle1과 box2는 9초~10초, 17초~20초에서 볼 수 있듯이 위로 뜨며, 밀도가 큰 다른 세 물체는 가라앉는다.</td></tr> <tr> <td>물 속 중력 부력 항력X</td><td><a href="https://youtu.be/llpDjDhGJJA?si=T165QtxwfZ-mj0eA">https://youtu.be/llpDjDhGJJA?si=T165QtxwfZ-mj0eA</a></td></tr> <tr> <td>물 속 물체의 밀도에 따른 부력 효과</td><td><a href="https://youtu.be/fjNrynah52Y?si=rZrEg-76pUiucuo0">https://youtu.be/fjNrynah52Y?si=rZrEg-76pUiucuo0</a></td></tr> </table> <p>위와 같이 완성하였다.<br/>config.py 파일에서 다양한 물질의 밀도를 정의하였기 때문에 물체의 점성 계수만 따로 추가하면 다양한 재질의 물체나, 배경등을 적용할 수 있다. 또한 shape에서 유체 클래스를 따로 추가한다면 수영장처럼 일부 영역에 물이 차있는 형태도 만들 수 있을 것이다.</p> | 초기 버전 | <a href="https://youtu.be/5TVlUrs_HKs?si=-ZtLtAl6zEWRcOQs">https://youtu.be/5TVlUrs_HKs?si=-ZtLtAl6zEWRcOQs</a> | 공기 속 | <a href="https://youtu.be/VJ8VrAnBY-E?si=6x1q1H0poEioDM37">https://youtu.be/VJ8VrAnBY-E?si=6x1q1H0poEioDM37</a> | 공기 속, 중력/부력/항력X | <a href="https://youtu.be/llpDjDhGJJA?si=AhzIzUFuTtk7ZW HK">https://youtu.be/llpDjDhGJJA?si=AhzIzUFuTtk7ZW HK</a> | 물 속 | <a href="https://youtu.be/8F-jhoDHsko?si=rFNg9kERJCa9xNU2">https://youtu.be/8F-jhoDHsko?si=rFNg9kERJCa9xNU2</a><br>밀도가 물보다 작은 circle1과 box2는 9초~10초, 17초~20초에서 볼 수 있듯이 위로 뜨며, 밀도가 큰 다른 세 물체는 가라앉는다. | 물 속 중력 부력 항력X | <a href="https://youtu.be/llpDjDhGJJA?si=T165QtxwfZ-mj0eA">https://youtu.be/llpDjDhGJJA?si=T165QtxwfZ-mj0eA</a> | 물 속 물체의 밀도에 따른 부력 효과 | <a href="https://youtu.be/fjNrynah52Y?si=rZrEg-76pUiucuo0">https://youtu.be/fjNrynah52Y?si=rZrEg-76pUiucuo0</a> |
| 초기 버전                            | <a href="https://youtu.be/5TVlUrs_HKs?si=-ZtLtAl6zEWRcOQs">https://youtu.be/5TVlUrs_HKs?si=-ZtLtAl6zEWRcOQs</a>   |       |   |      |   |                 |   |     |   |               |   |                      |   |
| 공기 속                             | <a href="https://youtu.be/VJ8VrAnBY-E?si=6x1q1H0poEioDM37">https://youtu.be/VJ8VrAnBY-E?si=6x1q1H0poEioDM37</a>   |       |   |      |   |                 |   |     |   |               |   |                      |   |
| 공기 속, 중력/부력/항력X                  | <a href="https://youtu.be/llpDjDhGJJA?si=AhzIzUFuTtk7ZW HK">https://youtu.be/llpDjDhGJJA?si=AhzIzUFuTtk7ZW HK</a>   |       |   |      |   |                 |   |     |   |               |   |                      |   |
| 물 속                              | <a href="https://youtu.be/8F-jhoDHsko?si=rFNg9kERJCa9xNU2">https://youtu.be/8F-jhoDHsko?si=rFNg9kERJCa9xNU2</a><br>밀도가 물보다 작은 circle1과 box2는 9초~10초, 17초~20초에서 볼 수 있듯이 위로 뜨며, 밀도가 큰 다른 세 물체는 가라앉는다.   |       |   |      |   |                 |   |     |   |               |   |                      |   |
| 물 속 중력 부력 항력X                    | <a href="https://youtu.be/llpDjDhGJJA?si=T165QtxwfZ-mj0eA">https://youtu.be/llpDjDhGJJA?si=T165QtxwfZ-mj0eA</a>   |       |   |      |   |                 |   |     |   |               |   |                      |   |
| 물 속 물체의 밀도에 따른 부력 효과             | <a href="https://youtu.be/fjNrynah52Y?si=rZrEg-76pUiucuo0">https://youtu.be/fjNrynah52Y?si=rZrEg-76pUiucuo0</a>   |       |   |      |   |                 |   |     |   |               |   |                      |   |
| <p><b>반성 및 심화 프로젝트 주제 설정</b></p> | <p>가장 반성할 점은 충돌 처리 과정에서 매우 중요한 광역 탐지부분을 만들지 못했다. 그 원인은 적분기와 객체지향 구조에 너무 치중하느라 충돌처리에 제대로 집중하지 못했다고 생각한다. 자세히 말하자면, 본 엔진의 가장 큰 문제는 물체를 검사할 때 모든 쌍을 검사한다. 따라서 물체가 늘어나면 시간복잡도가 <math>O(N^2)</math>이므로 검사 비용이 매우 커진다. 따라서 공간 분할(그리드/쿼드트리)이나 AABB 기반 broad-phase를 도입하여 충돌 후보군을 먼저 줄이고, 그 이후에 정밀 충돌을 수행하는 구조로 개선할 필요가 있다.</p> <p>또한 시간 간격 dt가 커질 때(물체의 속도가 매우 빠를 때) 충돌 침투 정도가 증가하거나 에너지가 비정상적으로 커지거나 아예 통과하는 현상이 있다. 고정 dt보다는 물체의 속도에 따라 가변적인 dt(추가적인 서브 스텝으로 시간을 더 쪼갬)나 충돌 보정의 횟수를 유동적으로 조절하는 시스템을 만들어야 한다.</p> <p>마지막으로 렌더링과 입력 처리 부분은 현재 기본 기능 위주로 구성되어 있으므로, 디버그 시각화(충돌 법선/접촉점 표시, 속도 벡터 표시), 로그 저장, 재현 가능한 시뮬레이션 시드 관리 등을 추가하여 검증 가능한 엔진으로 발전시키는 것을 목표로 한다. 또한 API의 형식으로 웹 등의 호스팅하는 방법으로도 일반적인 서버형 물리엔진을 구현하는 방법에 대해 알아보고자 한다.</p>  |       |   |      |   |                 |   |     |   |               |   |                      |   |

