

Distribuții statistice: Poisson și Gauss

Ştefan-Răzvan Anton
Anul 3, Grupa 1334,
Facultatea de Științe Aplicate

May 1, 2022

1 Scopul lucrării

1. Realizarea experimentală a unei analize statistice.
2. Determinarea unor mărimi caracteristice unei distribuții statistice.
3. Asemănări și deosebiri între distribuțiile Poisson și Gauss.

2 Teorie

Diferența fundamentală dintre o distribuție Poisson și o distribuție Gauss este domeniul pe care acestea sunt folosite. Distribuția Poisson este o distribuție discretă, iar cea Gauss este una continuă. O altă diferență este simetria distribuțiilor. Distribuția Gauss este simetrică față de medie, în timp ce distribuția Poisson este 'inclinată' pozitiv și devine simetrică pe măsură ce media sa crește. Pentru un număr mare de date, distribuția Poisson tinde spre distribuția Gauss deoarece media sa devine suficient de mare astfel încât sa fie simetrică. O altă diferență este faptul ca distribuția Poisson este definită de un singur parametru, pentru ca media sa este egală cu deviația standard, iar distribuția Gauss are nevoie de doi parametri (media și deviația standard).

3 Modul de lucru

În această lucrare, utilizând montajul din figura1, dorim să caracterizăm distribuția statistică a pulsurilor electrice obținute pe un detecttor Geiger-Müller expus radiațiilor emise de o probă ce conține ^{241}Am , atunci când proba se află la distanțe diferite față de detectoar.

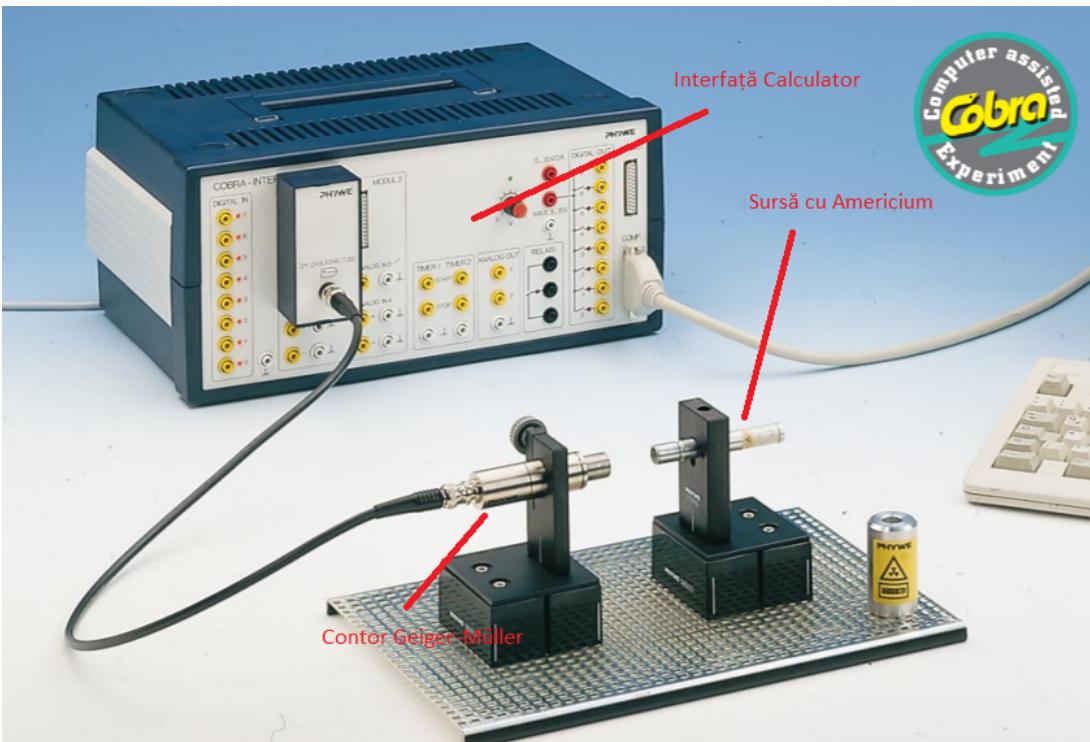


Figure 1: Montajul experimental.

Astfel, vom face două experiențe.

3.1 Experiența 1

Pentru această experiență este necesar să înregistram 1024 de măsuratori pentru un timp de numărare de 1s. Proba de ^{241}Am se va poziționa la o distanță apoximativă de 2cm față de detector, iar numărul mediu de impulsuri recomandat pentru un timp de numărare de 1s este 3 – 5.

3.2 Experiența 2

Pentru această experiență este necesar să înregistram 2048 de măsuratori pentru un timp de numărare de 1s. Proba de ^{241}Am se va poziționa la o distanță apoximativă de 1.5cm față de detector, iar numărul mediu de impulsuri recomandat pentru un timp de numărare de 1s este 12 – 18.

3.3 Prelucrarea datelor

După realizarea celor două experiențe se vor reprezenta histogramele masurătorilor și se vor fița fiecare cu o distribuție normală scalată și cu o distribuție Poisson scalată. Curbele rezultate în urma fitării datelor se vor reprezenta pe același grafic cu histograma pe care au fost fițate. În continuare, plecând de la datele măsurătorilor se vor calcula și interpreta: valoarea medie, abatera standard, coeficientul de variație, asimetria și aplatizarea. Valorile numărului mediu

de impulsuri recomandate pe timp de numărare provine din faptul că pentru un număr mare de observații, distribuția Poisson tinde spre distribuția normală. Deci, ne așteptăm ca pentru experiența 1 să se obțină o distribuție Poisson și pentru experiența 2 să se obțină o distribuție Gauss.

4 Rezultate

În urma celor două măsurători au rezultat datele reprezentate grafic în Fig 2 și Fig 3

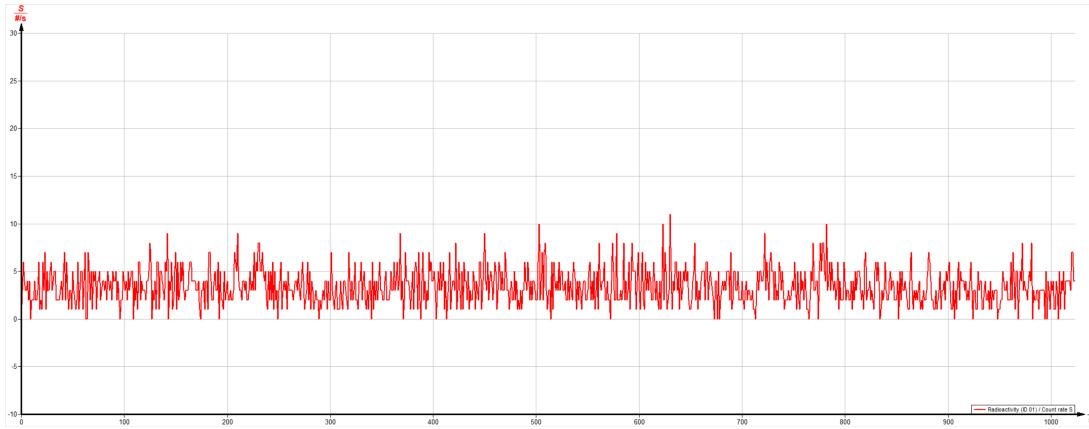


Figure 2: Rezultatul experienței 1 (evenimente pe secundă în timp).

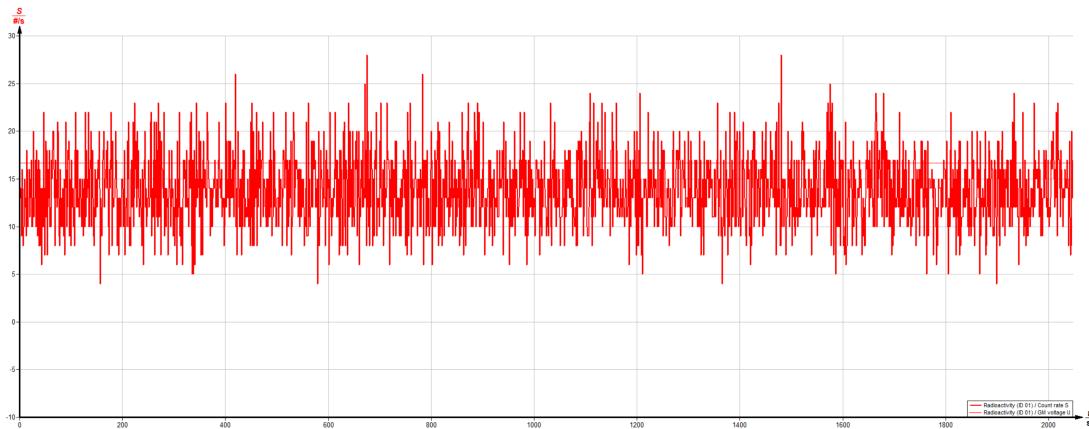


Figure 3: Rezultatul experienței 2 (Evenimente pe secundă în timp).

Prin fitare cu o distribuție normală scalată obținem (unde coeficienții 1 și 2 marchează funcția de fitare pentru experiența 1, respectiv 2)

$$\begin{aligned}f_1 &= 1036N(3.16, 1.87^2), \\f_2 &= 2045N(13.8, 3.73^2),\end{aligned}$$

unde $N(a, b)$ este distribuția normală cu valoarea medie a și deviația standard b .

Prin fitare cu o distribuție Poisson scalată obținem

$$\begin{aligned}f_1 &= 1023P(3.43), \\f_2 &= 2039P(13.5),\end{aligned}$$

unde $P(a)$ este distribuția Poisson cu valoarea medie (egală cu deviația standard) a .

Curbele obținute în urma fitărilor împreună cu histogramele pe care au fost fitate au fost reprezentate grafic în Fig 4 și Fig 5.

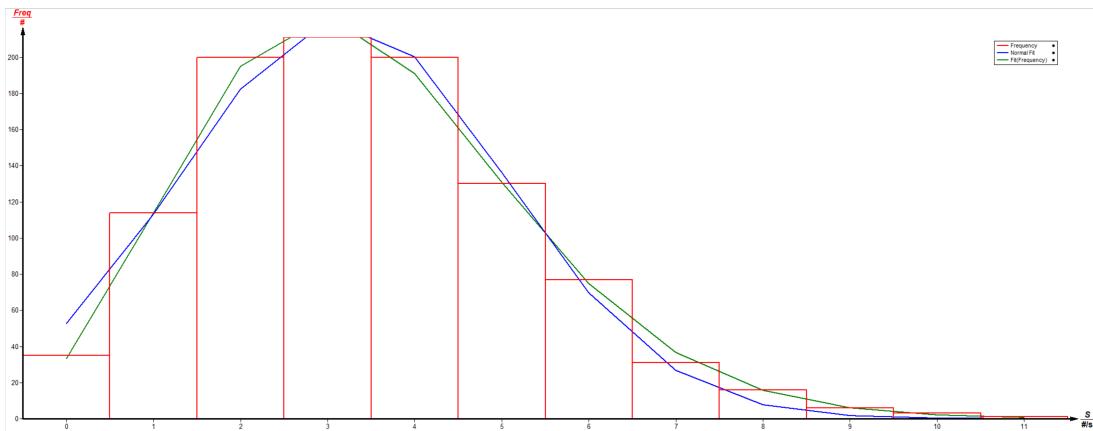


Figure 4: Histograma, fitare cu o distribuție Poisson scalată (verde) și fitare cu o distribuție normală scalată (albastru) pentru experiența 1.

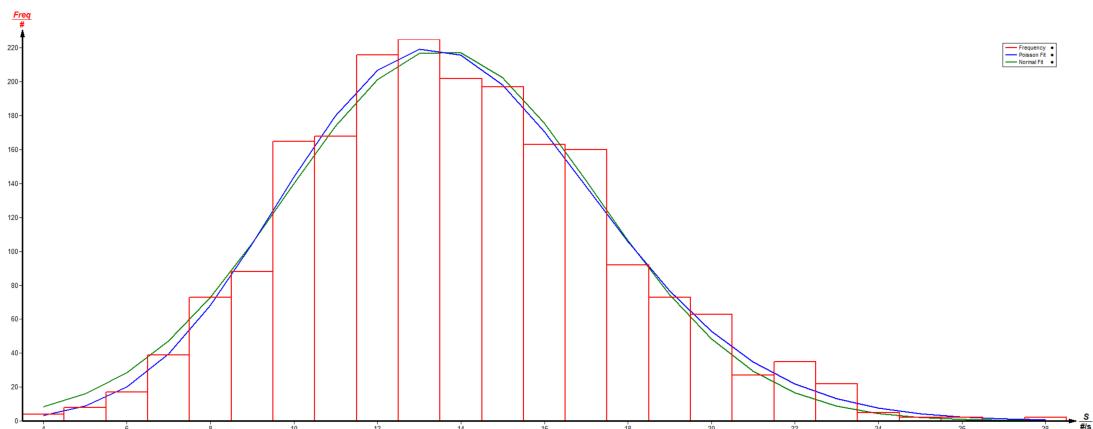


Figure 5: Histograma, fitare cu o distribuție Poisson scalată (albastru) și fitare cu o distribuție normală scalată (verde) pentru experiența 2.

Calculăm de asemenea unele mărimi statistice pentru cele două distribuții 1

Experiență	Val. medie	Deviație standard	Coef. de variație	Asimetrie	Aplatizare	Interval
1	3.41	1.85	0.53	0.54	0.34	0-11
2	13.84	3.74	0.26	0.29	-0.02	4-28

Table 1: Unele mărimi caracteristice pentru distribuția statsitică a experiențelor.

Putem astfel compara parametrii obținuți la funcțiile de fitare cu parametri reali ale distribuțiilor statistică ale celor două experiențe. În cazul experienței 1 fitarea cu parametrii cei mai apropiati de realitate este fitarea cu o distribuție Poisson scalată (am comparat valoarea medie reală de 3.41 și valorile medii obținute în cazul fitărilor, 3.16 pentru fitarea cu o distribuție

normală scalată și 3.43 pentru fitarea cu o distribuție Poisson scalată). În cazul experienței 2 fitarea cu parametri cei mai apropiati de realitate este fitarea cu o distribuție normală scalată (am comparat valoarea medie reală de 13.84 și valorile medii obținute în cazul fitarilor, 13.8 pentru fitarea cu o distribuție normală scalată și 13.5 pentru fitarea cu o distribuție Poisson scalată). Deci, distribuția statistică obținută pentru experiență 1 este una apropiată de o distribuție Poisson și distribuția statistică obținută pentru experiență 2 este una apropiată de o distribuție Gauss (normală).

Pentru a înțelege mai bine asemănările și deosebirile între cele două distribuții trebuie să comparăm mărimile caracteristice calculate anterior.

1) Valoarea medie reprezintă tendința centrală a datelor măsurate. În cazul nostru, pentru experiență 1 avem o valoare medie de 3.41, iar pentru experiență 2 o valoare medie de 13.84. Putem compara aceste valori cu cele recomandate în instrucțiuni, pentru experiență 1 se recomandă obținerea de valori în intervalul 3-5, iar pentru experiență 2 se recomandă obținerea de valori în intervalul 12-18. Prin analiza valorilor medii putem confirma faptul că experiențele s-au desfășurat în parametrii recomandați.

2) Deviația standard este o reprezentare a dispersiei unei distribuții. O valoare mică a deviației standard arată că distribuția este mai concentrată în jurul valorii medii, iar o valoare mare a deviației standard arată o impreăștiere mai mare a datelor din distribuție. Având în vedere că valoare medie a celor două distribuții pe care dorim să le comăram este foarte diferită, în locul deviației standard vom compara coeficientul de variație, calculat ca raportul dintre deviația standard și valoarea medie. Astfel, observăm ca distribuția statistică a primei experiențe este mai puțin concentrată în jurul valorii de medie decât distribuția statistică a celei de-a două experiențe.

3) Asimetria reprezintă deviația față de o distribuție normală perfect simetrică. Observăm ca asimetria pentru experiență 1 este de două ori mai mare decât asimetria pentru experiență 2. Acest lucru arată că distribuția obținută pentru experiență 2 este mai apropiată de o distribuție normală decât distribuția obținută pentru experiență 1.

4) Aplatizarea este măsurată față de distribuția normală. Deci, o valoare pozitivă a aplatizării înseamnă că distribuția statistică măsurată are o coadă mai 'subtire' decât o distribuție normală cu aceeași valoare medie și deviație standard și deci un vârf mai ridicat. Opusul este adevărat pentru o valoare a aplatizării negativă, distribuția are o coadă mai 'grasă' și deci un vârf mai scăzut. În cazul nostru, observăm că experiență 2 are o valoare a aplatizării de -0.02, deci foarte aproape de o distribuție normală perfectă, în timp ce experiență 1 are aplatizarea de 0.34, deci un vârf mai ridicat și o coadă mai 'subtire' decât o distribuție normală perfectă.

5) Intervalul de valori este folosit pentru a localiza limitele distribuțiilor pe axa OX a histogramelor. Observăm de intervalul de valori pentru experiență 2 este aproape de două ori mai larg decât intervalul de valori a experienței 1. Totuși, valoarea medie și deviația standard nu sunt de două ori mai mari în cazul experienței 2 față de experiență 1. Acest lucru ne arată că distribuția statistică pentru experiență 1 este alta față de distribuția statistică pentru experiență 2.

Concluziile acestei mici analize statistice a rezultatelor experimentale este că distribuțiile statistice pentru experiență 1 și 2 sunt diferite, iar distribuția statistică pentru experiență 2 este apropiată de o distribuție Gauss (normală) și distribuția statistică pentru experiență 1 este apropiată de o distribuție Poisson.

5 Concluzii

În această lucrare am măsurat experimental distribuția statistică a pulsurilor electrice obținute de un detector expus radiațiilor emise de o probă de ^{241}Am . Am observat că prin plasarea probei radioactive la diferite distanțe de detector se obțin distribuții statistice diferite. Am analizat și caracterizat două astfel de distribuții statistice și am ajuns la concluzia că o valoare mică a distanței dintre probă radioactivă și detector conduce la o distribuție Gaussiană (normală), iar o valoare mare a distanței dintre probă radioactivă și detector conduce la o distribuție Poisson. Acest lucru este datorat numărului de evenimente înregistrate pe secundă, fapt ce se leagă de diferența fundamentală între o distribuție Poisson și una Gauss, distribuția Poisson este una discretă deci numarul de evenimente înregistrate pe secundă este mic, iar distribuția Gauss este una continuă, deci numar de înregistrari pe secundă mare.