МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО»

Институт Компьютерных наук и кибербезопастности

Направление 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Высшая школа технологий искусственного интеллекта

Отчет о выполнении лабораторной работы №2

Вычислительная математика

Аппроксимация методом наименьших квадратов
Вариант 43

Обучающийся: ____________________ Санько В. В.

Руководитель: ____________________ Пак В. Г.

«_____»_____________ 2024г.

Санкт-Петербург, 2024

Таблица

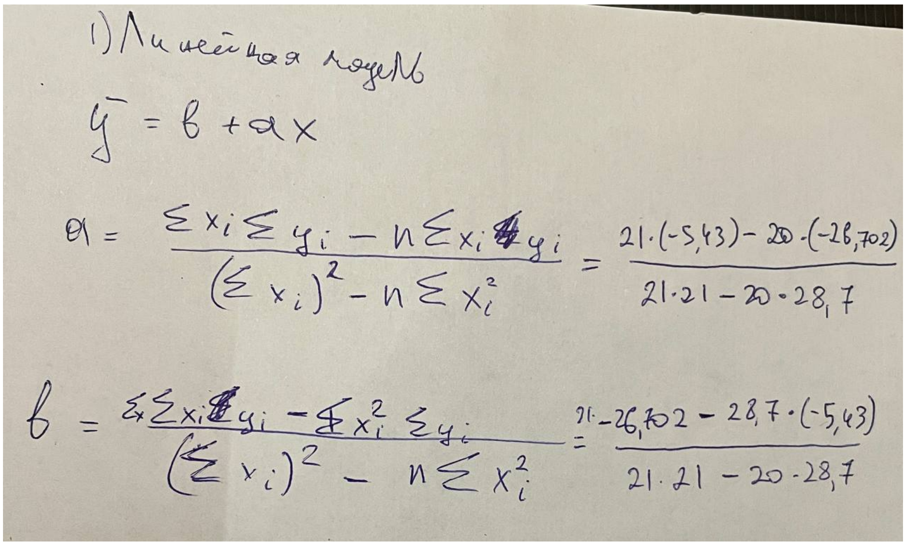
Данные табличной функции (см. Таблица 1). Для данной таблицы значений функции построим методом наименьших квадра- тов линейную и квадратичную полиномиальные модели, вычислим наилучшие сред- неквадратические отклонения.

i	x_i	y_i
0	0.1	2.20
1	0.2	2.18
2	0.3	1.87
3	0.4	1.85
4	0.5	1.77
5	0.6	1.62
6	0.7	1.57
7	0.8	1.27
8	0.9	1.05
9	1.0	-2.08
10	1.1	-2.55
11	1.2	-0.10
12	1.3	-0.41
13	1.4	-1.00
14	1.5	-1.19
15	1.6	-1.56
16	1.7	-2.08
17	1.8	-2.61
18	1.9	-3.37
19	2.0	-3.86

Таблица 1: Данная функция

2 Линейная модель

На Рис. 1, Рис. 2 приведено вычисление линейной регрессии для заданной табличной функции. Вычислены соответствующие коэффициенты a и b. Также приведен итоговый вид линейного приближения.



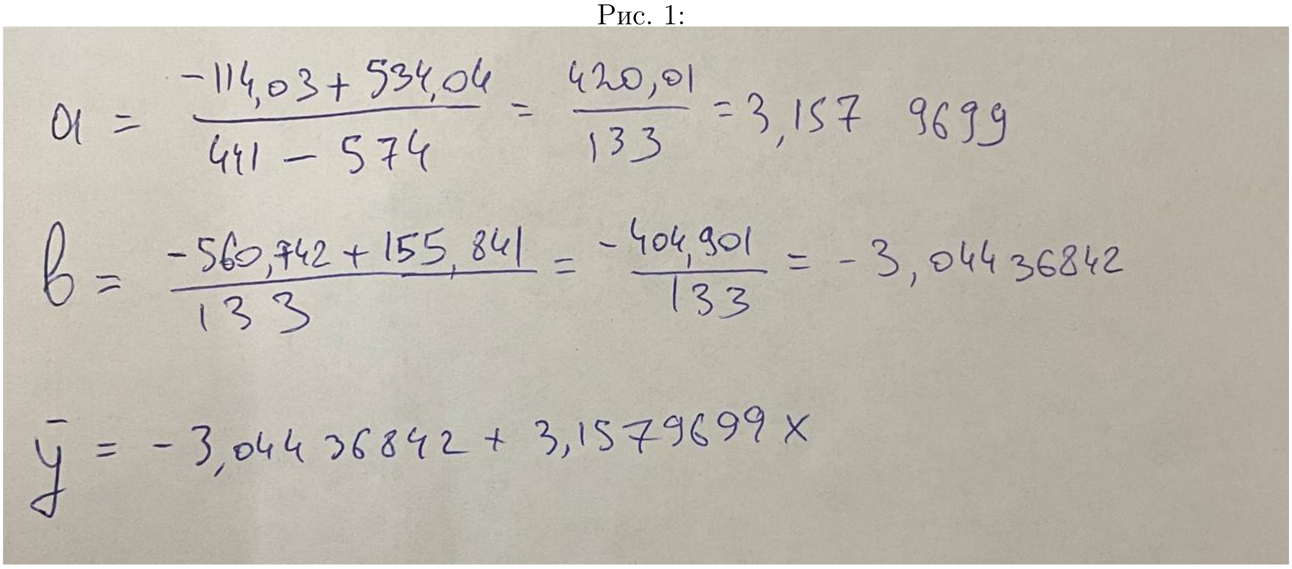
1) Линейная модель

$$\bar{y} = b + ax$$

$$a = \frac{\sum x_i \sum y_i - n\sum x_i y_i}{\left(\sum x_i\right)^2 - n\sum x_i^2} = \frac{21\cdot(-5{,}43) - 20\cdot(-26{,}702)}{21\cdot 21 - 20\cdot 28{,}7}$$

$$b = \frac{\sum x_i \sum x_i y_i - \sum x_i^2 \sum y_i}{\left(\sum x_i\right)^2 - n\sum x_i^2} = \frac{21\cdot -26{,}702 - 28{,}7\cdot(-5{,}43)}{21\cdot 21 - 20\cdot 28{,}7}$$

Рис. 1:



$$a = \frac{-114{,}03 + 534{,}04}{441 - 574} = \frac{420{,}01}{133} = 3{,}157\ 9699$$

$$b = \frac{-560{,}742 + 155{,}841}{133} = \frac{-404{,}901}{133} = -3{,}04436842$$

$$\bar{y} = -3{,}04436842 + 3{,}1579699x$$

Рис. 2:

3 Квадратичная регрессия

На Рис. 3, Рис. 4 приведено вычисление квадратичной регрессии для заданной таблич- ной функции. Вычислены соответствующие коэффициенты a, b и c. Также приведен итоговый вид квадратичного приближения.

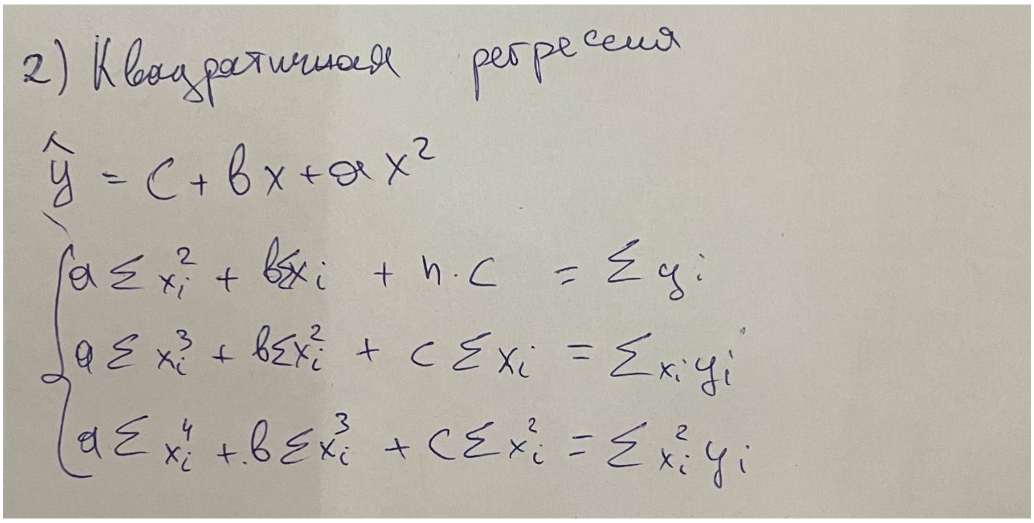


Рис. 3:

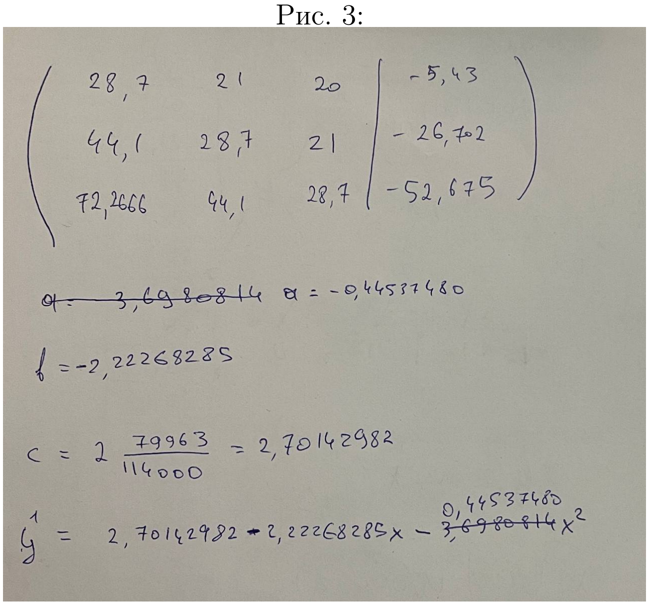


Рис. 4:

4 Среднеквадратичное отклонение и про- верка получившихся приближений

Как видно из Рис. 5, Рис. 6 все вычисленные коэффициенты сошлись с большой точно- стью как для линейной регрессии, так и для квадратичного приближения. СКО линейной модели получилось равное примерно 0.645395379699248, а для квадратичной модели - 0.6279834518683071.

```julia
import Pkg; Pkg.add("LinearAlgebra")
using Plots
import Pkg; Pkg.add("Statistics")
function my_mean(data:: Vector{T}) where T
    ss = sum(data)
    return ss / length(data)
end

my_x = [0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3,
1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 2.0]
my_y = [2.20, 2.18, 1.87, 1.85, 1.77, 1.62, 1.57, 1.27, 1.05, -2.08, -2.55,
 -0.10, -0.41, -1.00, -1.19, -1.56, -2.08, -2.61, -3.37, -3.86]
my_x = collect(my_x)
my_y = collect(my_y)
lin_x = hcat(ones(length(my_x)), my_x)
lin_b = lin_x \ my_y
lin_y = lin_x * lin_b
quad_x = hcat(ones(length(my_x)), my_x, my_x.^2)
quad_b = quad_x \ my_y
quad_y = quad_x * quad_b
lin_mse = my_mean( (my_y .- lin_y).^2)
quad_mse = my_mean((my_y .- quad_y).^2)
println("Коэффициенты линейной модели: ", lin_b)
println("СКО линейной модели: ", lin_mse)
println("Коэффициенты квадратичной модели: ", quad_b)
println("СКО квадратичной модели: ", quad_mse)
plot(my_x, my_y, seriestype=:scatter, label="анные", xlabel="x", ylabel="y")
plot!(my_x, lin_y, label="Линейная модель", lw=2)
plot!(my_x, quad_y, label="Квадратичная модель", lw=2)
```

```
 Resolving package versions...
No Changes to `~/.project/Project.toml`
No Changes to `~/.project/Manifest.toml`
 Resolving package versions...
No Changes to `~/.project/Project.toml`
No Changes to `~/.project/Manifest.toml`

Коэффициенты линейной модели: [3.04436842105263, -3.1579699248120288]
СКО линейной модели: 0.645395379699248
Коэффициенты квадратичной модели: [2.7014298245614023, -2.2226828434723163, -0.4453748006379586]
СКО квадратичной модели: 0.6279834518683071
```

Рис. 5:

```
Коэффициенты линейной модели: [3.04436842105263, -3.1579699248120288]
СКО линейной модели: 0.645395379699248
Коэффициенты квадратичной модели: [2.7014298245614023, -2.2226828434723163, -0.4453748006379586]
СКО квадратичной модели: 0.6279834518683071
```

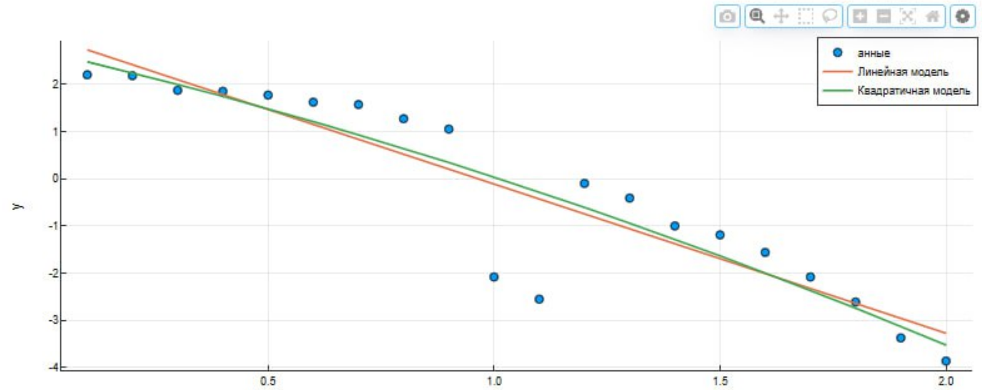


Рис. 6:

Вывод

В процессе выполнения лабораторной работы я научился строить полиномиаль- ные аналитические модели табличных функций методом наименьших квадратов. Исходя из ответов можно понять, что оба решения показывают схожий результат.