Лабораторая работа 4.06

Определение размера щели по картине дифракции Фраунгофера

Выполнил: Коняхин Всеволод Владимирович, M32051

Краткие теоретические сведения

Явления дифракции принято классифицировать в зависимости от расстояний источника и точки наблюдения (экрана) от препятствия, поставленного па пути распространения света. Если эти расстояния очень велики (бесконечно велики), то дифракция называется дифракцией в параллельных лучах или дифракцией Фраунгофера. В противоположном случае говорят о дифракции в непараллельных лучах или дифракции Френеля

Наиболее простым случаем дифракции Фраунгофера является дифракция на узкой щели заданной ширины b. Высота щели считается стремящейся к бесконечности. Несмотря на простоту описания, данный случай имеет в то же время большую практическую значимость, поскольку полученные результаты и зависимости используются для описания дифракции на множестве одинаковых щелей, т.е.решетках, прямоугольных отверстиях и т.д.

Цель работы

Определение ширины щели по картине дифракции в дальней зоне.

Рабочие формулы и исходные данные

Формулы

$Z = x_{\text{Э}} - x_{\text{O}}$

$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{\lambda}{b} \cdot Z$

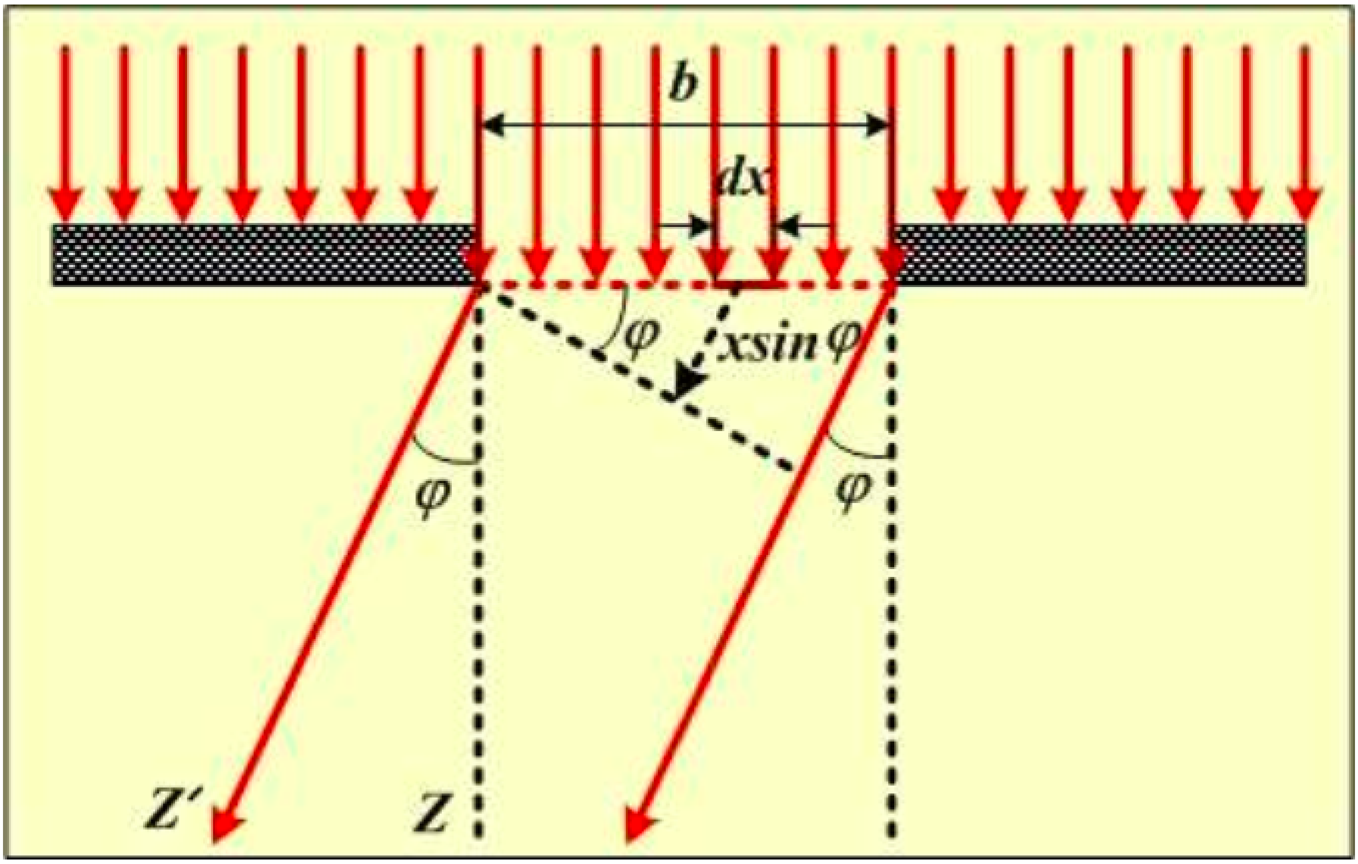
$K = \frac{\lambda}{b}$

Исходные данные

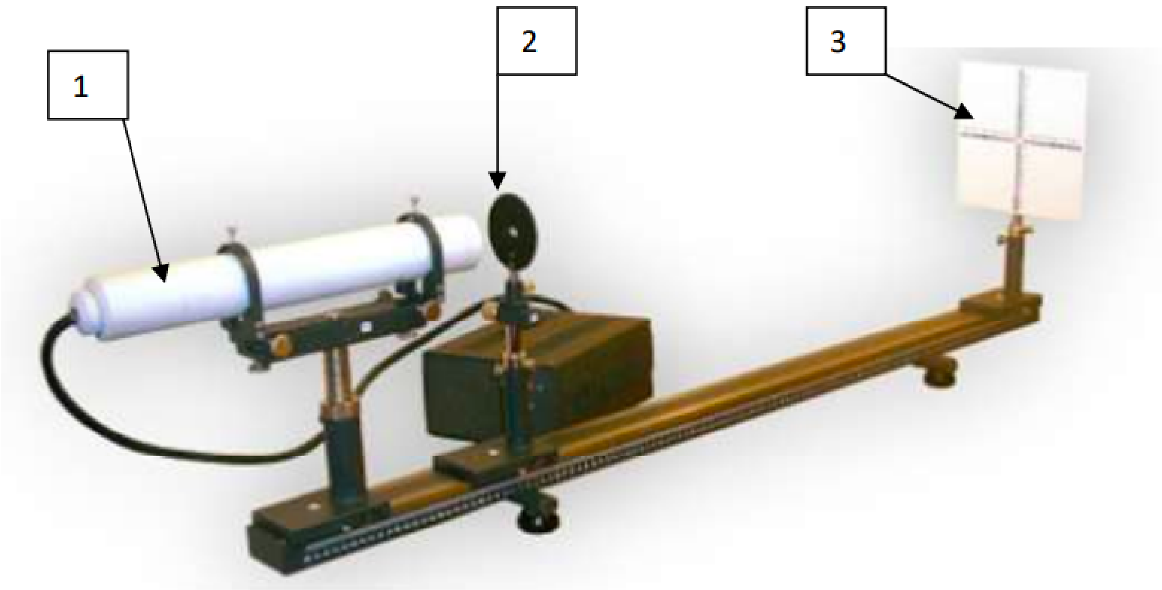
Длина волны $\lambda = (632.82 \pm 0.01)$ нм

Схема установки

Ниже представлена оптическая схема опыта:



Так выглядит лабораторная установка:



1 – лазер, 2 – объект, 3 – экран

Результаты измерений и расчеты

In [2]:

```
import sympy
import scipy
import numpy as np
import pandas as pd
from scipy.signal import argrelextrema
import matplotlib.pyplot as plt
plt.rcParams["figure.figsize"] = (10,5)
%matplotlib inline
```

Координаты последовательных минимумов (в мм) при разных положениях объекта 32

In [3]:

```
df32 = pd.DataFrame({'X объекта, мм': [220, 270, 320, 370, 420],
                     '$x_{m1}$, мм' : [19, 18, 17, 16, 16],
                     '$x_{m2}$, мм' : [39, 34, 34, 32, 31],
                     '$x_{m3}$, мм' : [59, 53, 52, 48, 47],
                     '$x_{m4}$, мм' : [78, 74, 69, 64, 62],
                     '$x_{m5}$, мм' : [98, 93, 87, 81, 78]})

x_screen = 1200

alpha = 632.82 * 10 ** (-9)
delta_alpha = 0.01 * 10 ** (-9)

df32
```

Out[3]:

	X объекта, мм	x_{m1}, мм	x_{m2}, мм	x_{m3}, мм	x_{m4}, мм	x_{m5}, мм
0	220	19	39	59	78	98
1	270	18	34	53	74	93
2	320	17	34	52	69	87
3	370	16	32	48	64	81
4	420	16	31	47	62	78

In [4]:

```
print('Координата экрана, {} мм'.format(x_screen))
```

```
Координата экрана, 1200 мм
```

Посчитаем расстояние Z, период дифракционной картины Δx:

$Z = x_Э - x_О$

$\Delta x = \frac{x_{min\ max} - x_{min\ min}}{number\ of\ minimums}$

Расстояние между объектом и экраном (Z) и период дифференционной картины (ΔX) при различных координатах объекта 32

In [5]:

```
df32_calc = pd.DataFrame({'X объекта, мм': [220, 270, 320, 370, 420]})
df32_calc['Z, мм'] = x_screen - df32_calc['X объекта, мм']
df32_calc['$\Delta x$, мм'] = (df32['$x_{m5}$, мм'] - df32['$x_{m1}$, мм']) / 5
df32_calc
```

Out[5]:

	X объекта, мм	Z, мм	Δx, мм
0	220	980	15.8
1	270	930	15.0
2	320	880	14.0
3	370	830	13.0
4	420	780	12.4

Координаты последовательных минимумов (в мм) при разных положениях объекта 33

In [6]:

```
df33 = pd.DataFrame({'X объекта, мм': [170, 220, 270, 320, 370],
                     '$x_{m1}$, мм' : [13, 12, 12, 11, 11],
                     '$x_{m2}$, мм' : [26, 25, 24, 22, 21],
                     '$x_{m3}$, мм' : [39, 37, 35, 33, 31],
                     '$x_{m4}$, мм' : [52, 49, 47, 44, 42],
                     '$x_{m5}$, мм' : [65, 62, 59, 56, 53]})

df33
```

Out[6]:

	X объекта, мм	x_{m1}, мм	x_{m2}, мм	x_{m3}, мм	x_{m4}, мм	x_{m5}, мм
0	170	13	26	39	52	65
1	220	12	25	37	49	62
2	270	12	24	35	47	59
3	320	11	22	33	44	56
4	370	11	21	31	42	53

Расстояние между объектом и экраном (Z) и период дифференционной картины (ΔX) при различных координатах объекта 33

In [7]:

```
df33_calc = pd.DataFrame({'X объекта, мм': [170, 220, 270, 320, 370]})
df33_calc['Z, мм'] = x_screen - df33_calc['X объекта, мм']
df33_calc['$\Delta x$, мм'] = (df33['$x_{m5}$, мм'] - df33['$x_{m1}$, мм']) / 5
df33_calc
```

Out[7]:

	X объекта, мм	Z, мм	Δx, мм
0	170	1030	10.4
1	220	980	10.0
2	270	930	9.4
3	320	880	9.0
4	370	830	8.4

Построения аппроксимирующей прямой

Для этого обучим линейную регрессию на Δx от Z:

In [10]:

```
from sklearn import linear_model

regr_32 = linear_model.LinearRegression()
X_32 = np.array(df32_calc['Z, мм']).reshape(-1, 1)
y_32 = np.array(df32_calc['$\Delta x$, мм'])
regr_32.fit(X_32, y_32)

regr_33 = linear_model.LinearRegression()
X_33 = np.array(df33_calc['Z, мм']).reshape(-1, 1)
y_33 = np.array(df33_calc['$\Delta x$, мм'])
regr_33.fit(X_33, y_33)

print('Для объекта 32, K = {:.4f}, b = {:.3f}'.format(regr_32.coef_[0], regr_32.int
print('Для объекта 33, K = {:.2f}, b = {:.3f}'.format(regr_33.coef_[0], regr_33.int
```

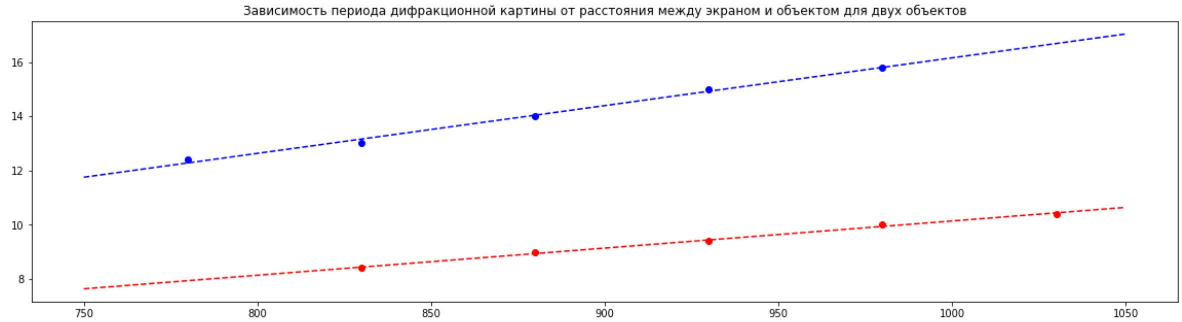
```
Для объекта 32, K = 0.0176, b = -1.448
Для объекта 33, K = 0.01, b = 0.140
```

In [12]:

```
fig, ax = plt.subplots(figsize=(20, 5))
ax.set_title('Зависимость периода дифракционной картины от расстояния между экраном
X_33 = X_33.reshape(5)
ax.scatter(X_33, y_33, c='r')
k, b = regr_33.coef_[0], regr_33.intercept_
x = np.linspace(750, 1050, 50)
ax.plot(x, np.polyval([k, b], x), 'r--')

X_32 = X_32.reshape(5)
ax.scatter(X_32, y_32, c='b')
k, b = regr_32.coef_[0], regr_32.intercept_
x = np.linspace(750, 1050, 50)
ax.plot(x, np.polyval([k, b], x), 'b--')

plt.show()
```



Найдем ширину щели для каждого объекта 32 и 33:

$b = \frac{\lambda}{K}$

In [19]:

```
b_32 = alpha / regr_32.coef_[0]
b_33 = alpha / regr_33.coef_[0]

print('Ширина щели для объекта 32: {:.2f} мкм'.format(b_32 * 10 ** 6))
print('Ширина щели для объекта 33: {:.2f} мкм'.format(b_33 * 10 ** 6))
```

```
Ширина щели для объекта 32: 35.96 мкм
Ширина щели для объекта 33: 63.28 мкм
```

Найдем погрешность для ширины щели:

$$\Delta K = \sqrt{\frac{\sum(y_i - Kx_i - b)^2}{(n-2)\sum(x_i - \overline{x})^2}}$$

$$\Delta b = \sqrt{(\frac{\Delta d}{\Delta \lambda} \cdot \Delta\lambda)^2 + (\frac{\Delta d}{\Delta K} \cdot \Delta K)^2} = \sqrt{(\frac{1}{K}\Delta\lambda)^2 + (\frac{\lambda}{K^2}\Delta K)^2}$$

In [45]:

```
from sklearn.metrics import mean_squared_error


def calculate_error(Xs, ys, K, b):
    mse = mean_squared_error(ys, (K * Xs + b)) * 5 / 3
    delta_k = np.sqrt(mse / np.sum((Xs - np.mean(Xs)) ** 2))
    delta_d = np.sqrt((delta_alpha / K) ** 2 + (alpha * delta_k / K ** 2) ** 2)
    return delta_d


delta_b_32 = calculate_error(X_32, y_32, regr_32.coef_[0], regr_32.intercept_)
print('Погрешность для щели для объекта 32: {} мкм'.format(int(round(delta_b_32 * 1

delta_b_33 = calculate_error(X_33, y_33, regr_33.coef_[0], regr_33.intercept_)
print('Погрешность для щели для объекта 33: {} мкм'.format(int(round(delta_b_33 * 1
```

```
Погрешность для щели для объекта 32: 2 мкм
Погрешность для щели для объекта 33: 3 мкм
```

Ширина щели для объекта №32:

$b_{32} = 36 \pm 2$ мкм

Ширина щели для объекта №33:

$b_{33} = 63 \pm 3$ мкм

Выводы и анализ результатов работы

В ходе данной работы была изучена картина дифракции Фраунгофера. Для двух объектов были измерены координаты последовательных минимумов дифракционной картины на экране, были вычислены периоды дифракционной картины при разных расстояниях от экрана до объекта. Зависимость периода от расстояния получилась линейной, что сходится с теорией. Обучив линейную регрессию на пяти точках для каждого объекта, были вычислены ширины щели для объектов 32 и 33. Они получились равными (36 ± 2) мкм и (63 ± 3) мкм, соответственно, что разумно соотносится с размерами объектов.