Trabajo Práctico Nº 2

Algoritmos Evolutivos (2024) – CEIA

Por: Sevann Radhak Triztan
sevann.rahdak@gmail.com

1. Escribir un algoritmo PSO para la maximización de la función $y = \sin(x) + \sin(x^2)$, en el intervalo de $0 \leq x \leq 10$. Ejecutar el algoritmo en Python con los siguientes parámetros: número de partículas = 2, máximo número de iteraciones = 30, coeficientes de aceleración c1 = c2 = 1.49, peso de inercia w = 0.5.
De acuerdo a los requisitos anteriores realizar las siguientes consignas:

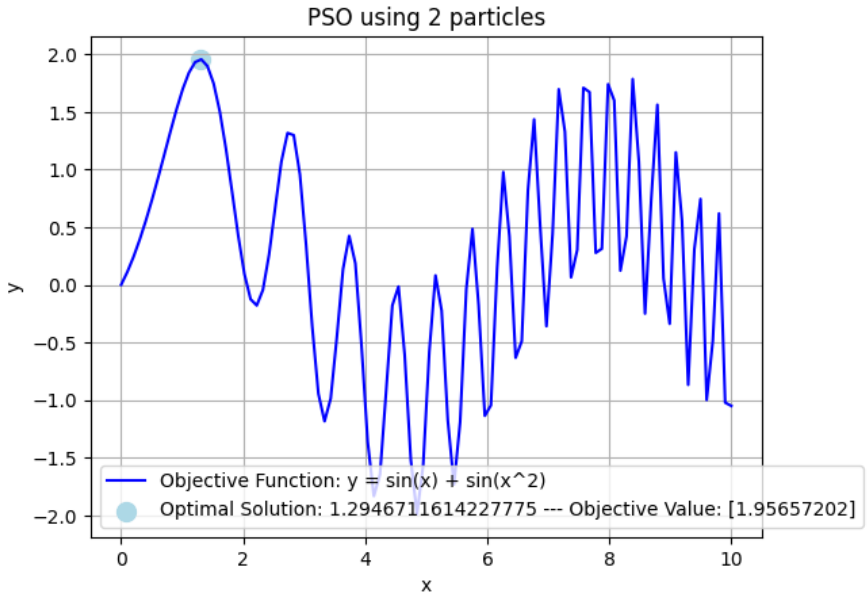
a. Transcribir en el informe la solución óptima encontrada (dominio) y el valor óptimo (imagen).
SOLUCIÓN:

Optimal Solution (x): 1.2946711614227775 --- Objective Value (y): [1.95657202]

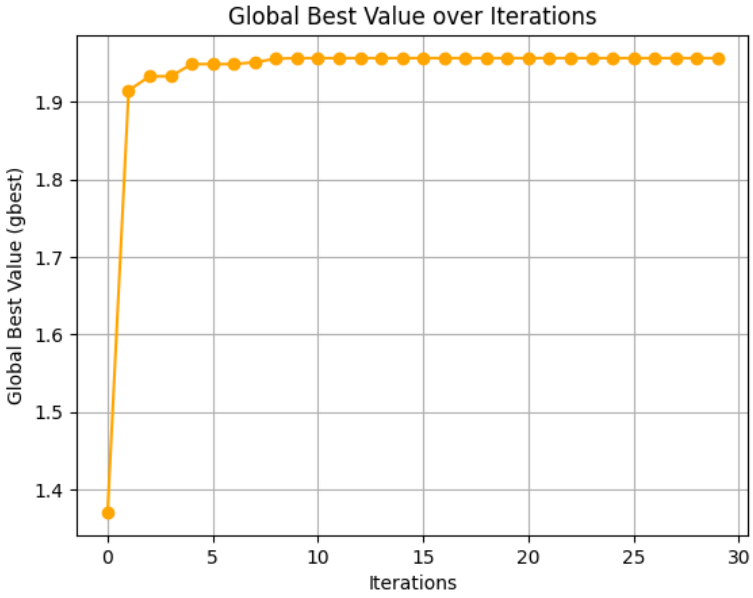
b. Indicar la URL del repositorio en donde se encuentra el algoritmo PSO.
SOLUCIÓN:

https://github.com/sevann-radhak/UBA-AE/blob/main/TP2/TP2-ej1.ipynb

c. Graficar usando matplotlib la función objetivo y agregar un punto celeste en donde el algoritmo haya encontrado el valor máximo. El gráfico debe contener etiquetas en los ejes, leyenda y un título.
SOLUCIÓN:



d. Realizar un gráfico de línea que muestre gbest en función de las iteraciones realizadas.
SOLUCIÓN:



e. Realizar observaciones/comentarios/conclusiones sobre los resultados obtenidos.
SOLUCIÓN:

- El valor máximo de la función ocurre alrededor de x = 1.3 con un valor de aproximadamente 1.956.
- La función exhibe un comportamiento oscilatorio, con valores tanto positivos como negativos. Alcanza máximos y mínimos locales, característico de funciones que involucran seno.
- El valor óptimo global (gbest) comienza en 1.3707 y mejora a lo largo de las iteraciones, alcanzando un máximo de 1.9566 al final del proceso de optimización.
- La convergencia parece ser bastante estable, ya que el valor óptimo global no cambia después de la iteración 10.

2. Dada la siguiente función perteneciente a un paraboloide elíptico de la forma: $f(x,y) = (x - a)^2 + (y + b)^2$ donde, las constantes a y b son valores reales ingresados por el usuario a través de la consola, con intervalos de:

$$-100 \leq x \leq 100;\ x \in \mathbb{R}$$

$$-100 \leq y \leq 100;\ y \in \mathbb{R}$$

$$-50 \leq a \leq 50;\ a \in \mathbb{R}$$

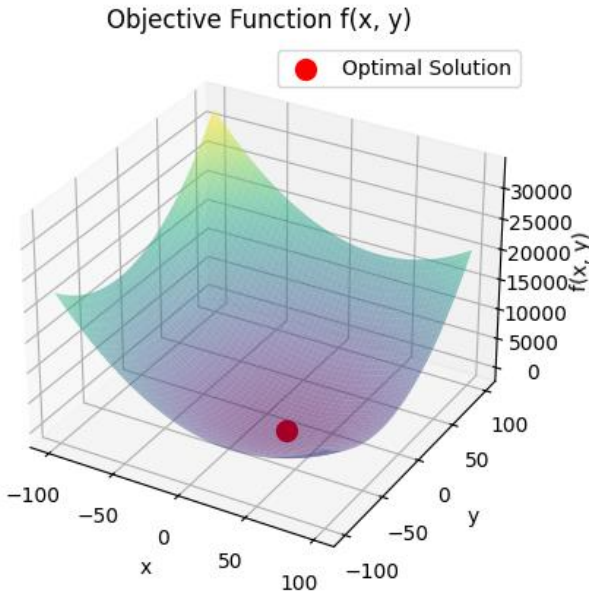
$$-50 \leq b \leq 50;\ b \in \mathbb{R}$$

escribir en Python un algoritmo PSO para la minimización de la función (1) con los siguientes parámetros: número de partículas = 20, máximo número de iteraciones = 10, coeficientes de aceleración c1 = c2 = 2, peso de inercia w = 0.7, y que cumpla con las siguientes consignas:

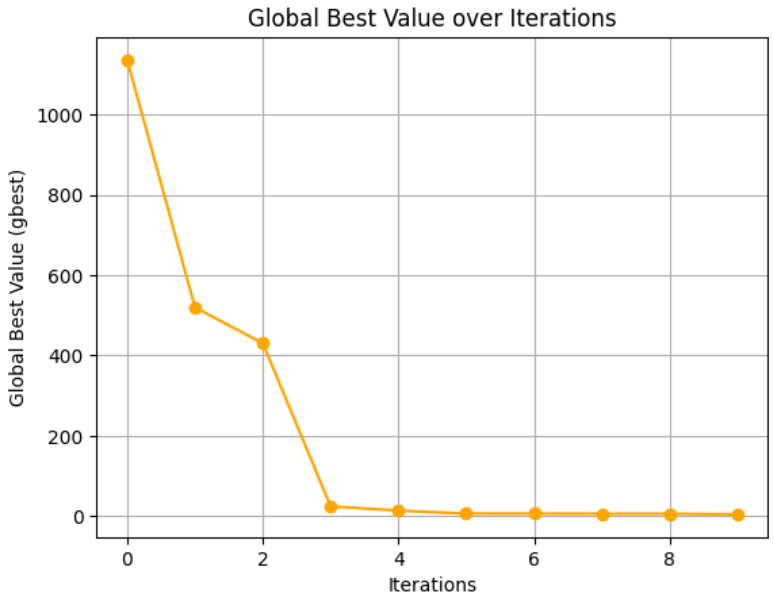
a. Transcribir en el informe la solución óptima encontrada (dominio) y el valor óptimo (imagen).
SOLUCIÓN:
Optimal Solution (x, y): [30.38654285 -27.04189322] --- Optimal Value (f(x, y)): 4.31874331572478

b. Indicar la URL del repositorio en donde se encuentra el algoritmo PSO.
SOLUCIÓN:
https://github.com/sevann-radhak/UBA-AE/blob/main/TP2/TP2-ej2.ipynb

c. Graficar usando matplotlib la función objetivo f(x, y) en 3D y agregar un punto rojo en donde el algoritmo haya encontrado el valor mínimo. El gráfico debe contener etiquetas en los ejes, leyenda y un título.
SOLUCIÓN:



d. Realizar un gráfico de línea que muestre gbest en función de las iteraciones realizadas.
SOLUCIÓN:



e. Establecer el coeficiente de inercia w en 0, ejecutar el algoritmo y realizar observaciones, comentarios y conclusiones sobre los resultados observados.
SOLUCIÓN:

Optimal Solution with w=0 (x, y): [29.79595196 -24.85382075]
Optimal Value: 0.06300397642559323
El algoritmo es eficiente al encontrar una solución óptima de f(x, y) = 4.3187 tras varias iteraciones, con una mejora desde un valor inicial de 1135.5052. La estabilización de los valores de gbest en iteraciones posteriores es producto de que el algoritmo ha alcanzado un equilibrio.

f. Reescribir el algoritmo PSO para que cumpla nuevamente con los ítems A hasta F pero usando la biblioteca pyswarm (from pyswarm import pso).
SOLUCIÓN:

Stopping search: Swarm best objective change less than 1e-08
Optimal solution (x, y): [30.00018206 -26.99986256]
Optimal value (f(x, y)): 4.000000052035346

g. Realizar observaciones/comentarios/conclusiones comparando los resultados obtenidos sin pyswarm y con pyswarm.
SOLUCIÓN:

La solución óptima encontrada manualmente fue (x, y) = [30.3865, -27.0419] con un valor de f(x, y) = 4.3187, mientras que al utilizar pyswarm, se logró una solución más precisa de (x, y) = [30.0002, -26.9999] y un valor óptimo de f(x, y) = 4.0000. Esto indica que pyswarm mejora la precisión de los resultados y facilita la convergencia al alcanzar un cambio en el mejor objetivo por debajo de 1e-08.

3. Maximizar mediante PSO en Python y con parámetros a elección la función: $z = e^{-0.1(x^2+y^2)} \cos(x) \sin(y)$ donde el intervalo de las variables de decisión se encuentra en el rango -50 <= (x, y) <= 50. En base a las especificaciones mencionadas realizar las siguientes consignas:

a. Transcribir en el informe la solución óptima encontrada (dominio) y el valor óptimo (imagen).
SOLUCIÓN:

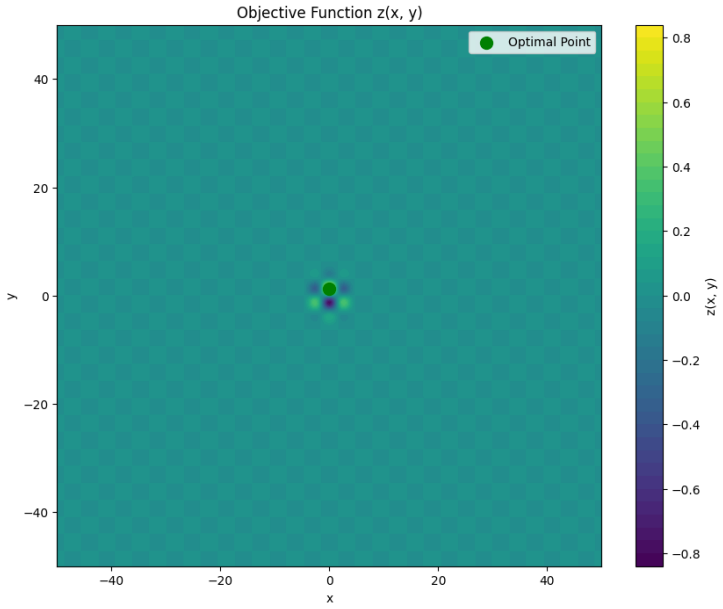
Optimal Solution (x, y): [-2.36479001e-05 1.31374039e+00]
Optimal Value (z): 0.8138325411670783

b. Indicar la URL del repositorio en donde se encuentra el algoritmo PSO.
SOLUCIÓN:

https://github.com/sevann-radhak/UBA-AE/blob/main/TP2/TP2-ej3.ipynb

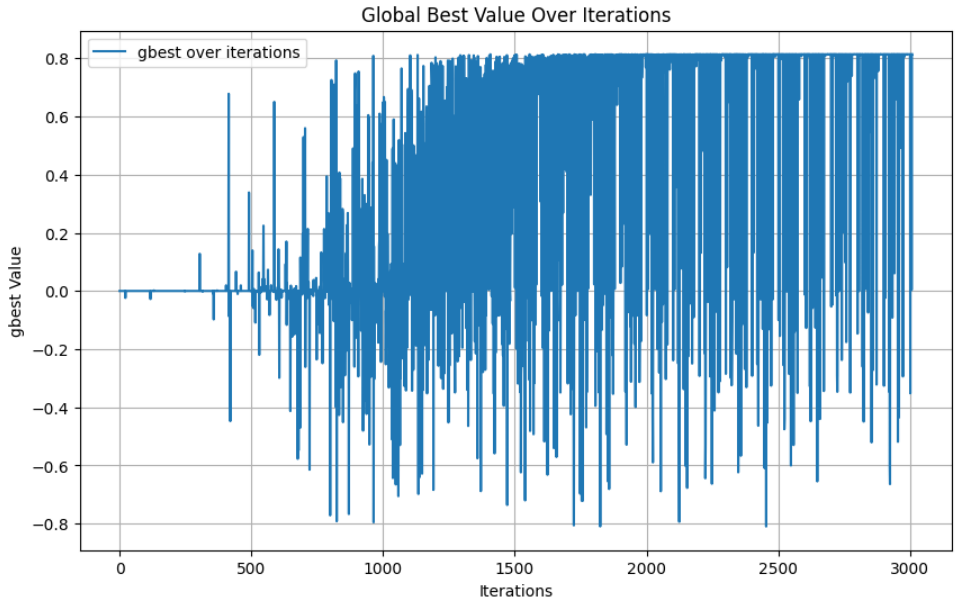
c. Graficar usando matplotlib la función objetivo z(x, y) y agregar un punto verde en donde el algoritmo haya encontrado el valor máximo. El gráfico debe contener etiquetas en los ejes, leyenda y un título.

SOLUCIÓN:



d. Realizar un gráfico de línea que muestre gbest en función de las iteraciones realizadas.

SOLUCIÓN:



4. Mediante PSO es posible resolver en forma aproximada un sistema de n ecuaciones con n incógnitas clásico del tipo:

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = 0 \\ \ldots \\ f_n(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = 0 \end{cases}$$

Por ejemplo, el siguiente es un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas (x_1 y x_2) que puede ser resuelto con PSO:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 9 \\ x_1 - 5x_2 = 4 \end{cases}$$

Utilizando la biblioteca pyswarm:

a. Escribir un algoritmo PSO con parámetros a elección (c1, c2, w, número de partículas, máximo número de iteraciones) que encuentre x_1 y x_2 para el sistema de ecuaciones anterior. Transcribir en el informe el código fuente.

b. Transcribir en el informe los valores de x_1 y x_2 encontrados por el algoritmo.

SOLUCIÓN:

Stopping search: Swarm best objective change less than 1e-08
Optimal Solution (x1, x2): [3.11766767 -0.17649172]
Objective Function Value (should be close to 0): 1.6325125274611187e-08

c. Indicar la URL del repositorio en donde se encuentra el algoritmo PSO.

SOLUCIÓN:

https://github.com/sevann-radhak/UBA-AE/blob/main/TP2/TP2-ej4.ipynb

d. Realizar observaciones/comentarios/conclusiones sobre:

(i) ¿Cómo eligió los limites superior e inferior de x_1 y x_2?
(ii) ¿PSO puede resolver un sistema de n ecuaciones con n incógnitas no lineal? Demostrar.
(iii) ¿Cómo logró resolver el ejercicio?
(iv) ¿Los resultados obtenidos guardan relación directa con los valores de los parámetros elegidos? Demostrar.

SOLUCIÓN:

(i) ¿Cómo eligió los límites superior e inferior de x1 y x2?

Los límites superior e inferior para (x_1) y (x_2) se eligieron en el rango de ([-10, 10]) para asegurar que las soluciones potenciales estén dentro de un rango razonable que incluya las soluciones esperadas del sistema de ecuaciones. Este rango se seleccionó considerando que las ecuaciones tienen coeficientes que no deberían llevar a soluciones fuera de este intervalo.

(ii) ¿PSO puede resolver un sistema de n ecuaciones con n incógnitas no lineal? Demostrar.

Sí, PSO puede resolver sistemas de ecuaciones no lineales. La función objetivo se puede definir como la suma de los cuadrados de las ecuaciones a resolver. Por ejemplo, si tuviéramos un sistema no lineal como:

(f_1(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 1)
(f_2(x_1, x_2) = x_1 - x_2^2)

Podríamos usar el mismo enfoque, definiendo una función objetivo que minimice (f_1^2 + f_2^2), y el algoritmo PSO encontraría los valores de (x_1) y (x_2) que satisfacen ambas ecuaciones.

(iii) ¿Cómo logró resolver el ejercicio?

El ejercicio se resolvió definiendo una función objetivo que representa el sistema de ecuaciones. Se utilizó PSO para minimizar la suma de los cuadrados de las ecuaciones, lo que permite que el algoritmo busque soluciones que se acerquen a cero para ambas ecuaciones. Los parámetros del PSO, como el número de partículas y el número de iteraciones, se establecieron para asegurar una exploración adecuada del espacio de búsqueda.

(iv) ¿Los resultados obtenidos guardan relación directa con los valores de los parámetros elegidos? Demostrar.

Los resultados obtenidos están influenciados por los parámetros del PSO. Por ejemplo:

Número de partículas: un número mayor de partículas puede mejorar la exploración del espacio de búsqueda, lo que podría llevar a mejores soluciones.

Número de iteraciones: un número mayor de iteraciones permite más tiempo para que el algoritmo converja a la solución óptima.

Coeficientes (c_1), (c_2): estos parámetros afectan la velocidad de convergencia y la capacidad del algoritmo para explorar nuevas soluciones.