Неделя 2

§ 21

№4(5)

5) $y = \dfrac{x^3}{x-1}$

1. $D(y) = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$y > 0$ при $x > 1$

$y \leq 0$ при $1 > x \geq 0$

$y > 0$ при $x < 0$

Пересечение с Ox: $0 = \dfrac{x^3}{x-1} \Rightarrow x = 0 \Rightarrow$ в т. $(0,0)$

Пересечение с Oy: $y = \dfrac{0}{0-1} = 0 \Rightarrow$ в т. $(0,0)$

y не чёт. и не нечёт.

2. $\lim\limits_{x \to 1} y = \infty \Rightarrow x = 1$ – верт. асимптота

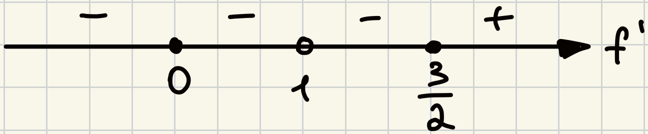
наклонных асимптот нет $\left(\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{y}{x} = \infty\right)$

$\lim\limits_{x \to \infty} y = \infty \Rightarrow$ горизонт. асимптот нет

$\lim\limits_{x \to 1+0} y = +\infty$; $\lim\limits_{x \to 1-0} y = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} y = +\infty$

3. $y' = \dfrac{3x^2(x-1) - x^3}{(x-1)^2} = \dfrac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2} = \left(\dfrac{x}{x-1}\right)^2 (2x-3)$



$x = \frac{3}{2}$ – экстремум, локальный минимум

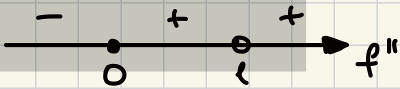
$y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{27}{4}$

4. $y'' = 2\left(\frac{x}{x-1}\right)^2 + (2x-3)\cdot 2\left(\frac{x}{x-1}\right)\left(\frac{x-1-x}{(x-1)^2}\right) =$

$= 2\left(\frac{x}{x-1}\right)^2 - 2(2x-3)\frac{x}{(x-1)^3} = \frac{2}{(x-1)^3}\left(x^2(x-1) -\right.$

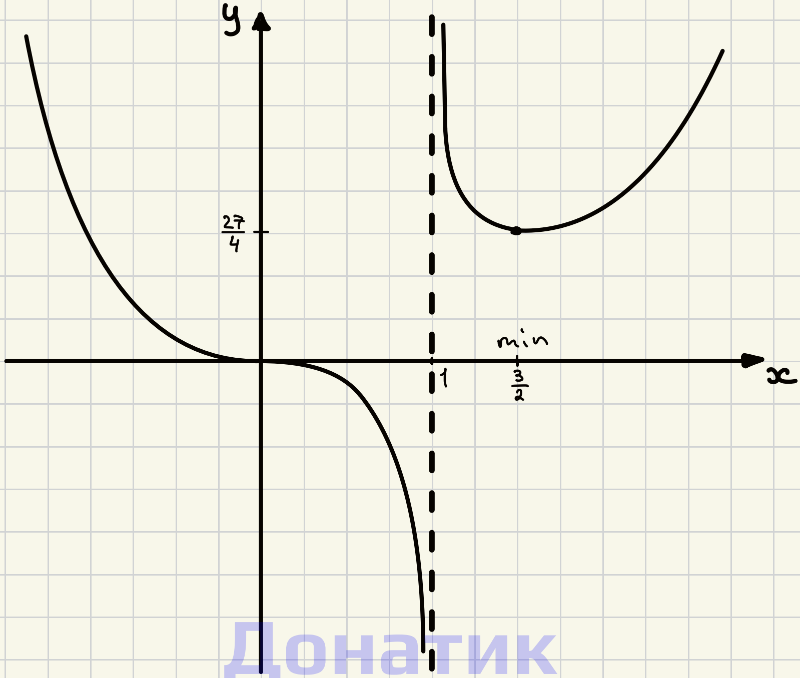
$\left.- (2x-3)x\right) = \frac{2}{(x-1)^3}\left(x^3 - 3x^2 + 3x\right) = \frac{2x}{(x-1)^3}\left(x^2 - 3x + 3\right)$

$D = 9 - 12 < 0 \Rightarrow$ нули f'': 0



$\Rightarrow x = 0$ – т. перегиба (в т. $x=1$ y – не дифф.)

5.



№5(2)

2) $y=\frac{(x-1)^3}{(x-2)^2}$

1. $D(y)=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

$y>0$ при $x>1$

$y=0$ при $x=1$ – Пересечение с O_x

$y<0$ при $x<1$

Пересечение с O_y: $(0;-\frac{1}{4})$

y не чёт. и не нечёт. Нули $x=1$

2. $\lim\limits_{x\to 2} y=+\infty \Rightarrow x=2$ – верт. асимптота

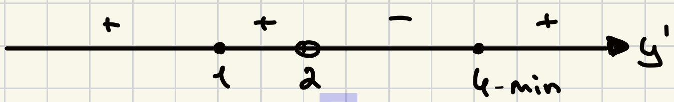
$\lim\limits_{x\to 2+0} y=\lim\limits_{x\to 2-0} y=+\infty$

$\lim\limits_{x\to\infty} y=\infty \Rightarrow$ гор. асимптот нет

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{y}{x}=1=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{y}{x} \Rightarrow$ есть наклонная асимптота $x+b$

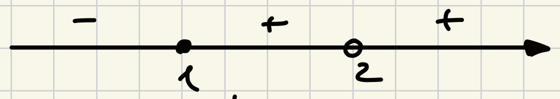
$b=\lim\limits_{x\to\infty}(y-x)=\frac{x^2-x-1}{x^2-4x-1}=1 \Rightarrow$ наклонная асимптота: $x+1$

3. $y'=\frac{3(x-1)^2(x-2)^2-2(x-2)(x-1)^3}{(x-2)^4}=\frac{(x-1)^2(x-4)}{(x-2)^3}$



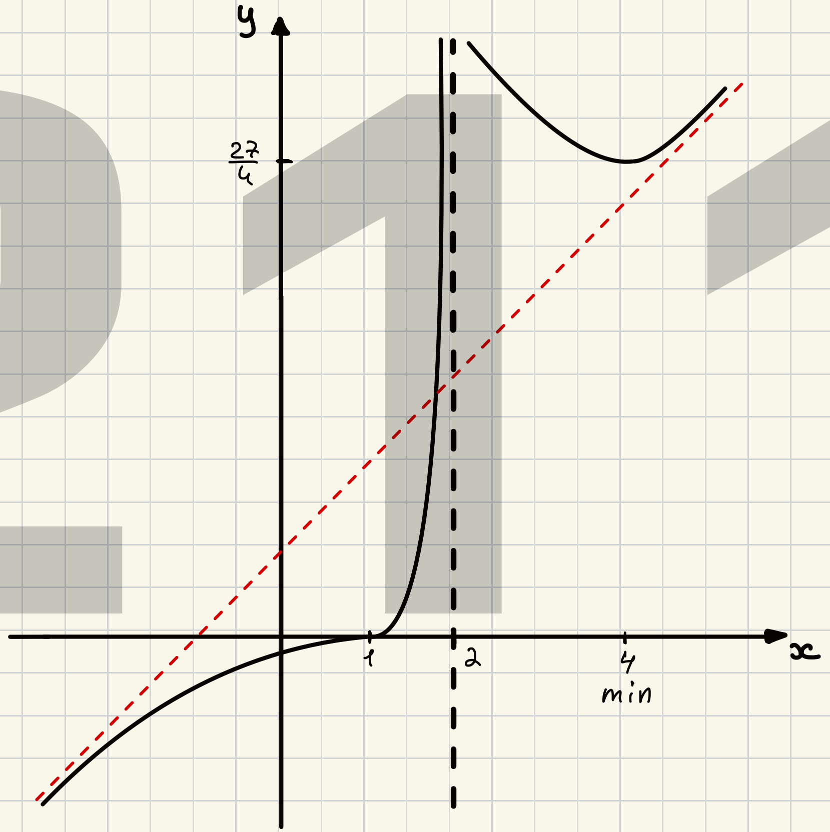
$y(4)=\frac{27}{4}$

4. $y''=\frac{6x-6}{(x-2)^4}$



точка перегиба

5.



№12 (8,10)

8) $y = \dfrac{\sqrt{|x|-1}}{x-2}$

1. $D(y) = \mathbb{R} \setminus \left(\{2\} \cup (-1;1) \right)$

$y > 0$ при $x > 2$

$y = 0$ при $x = \pm 1$

$y < 0$ при $x < 2$ у не чёт. и не нечёт.

2. $\lim\limits_{x\to 2+0} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 2-0} y=-\infty \Rightarrow x=2$ - верт. асимпт.

$\lim\limits_{x\to\infty} y = 0 \Rightarrow y=0$ – горизонт. асимптота

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{y}{x} = 0 \Rightarrow$ наклонных асимптот нет

3. $x>0$ (>1 в силу $D(y)$):

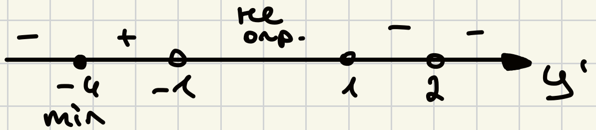
$$y' = \left(\frac{\sqrt{x-1}}{x-2}\right)' = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x-1}}(x-2)-\sqrt{x-1}}{(x-2)^2} = \frac{(x-2)-2(x-1)}{2\sqrt{x-1}\,(x-2)^2} =$$

$$= \frac{-x}{2\sqrt{x-1}\,(x-2)^2} \neq 0 \ \forall x\in D(y)$$

$x<0$ (<-1 в силу $D(y)$):

$$y' = \left(\frac{\sqrt{-x-1}}{x-2}\right)' = \frac{\frac{-1}{2\sqrt{-x-1}}(x-2)-\sqrt{-x-1}}{(x-2)^2} =$$

$$= \frac{-(x-2)-2(-x-1)}{2\sqrt{-x-1}\,(x-2)^2} = \frac{x+4}{2\sqrt{x-1}\,(x-2)^4}$$



4. $x>0$ (>1 в силу $D(y)$):

$$y'' = \frac{-2\sqrt{x-1}\,(x-2)^2 + x\left(\frac{(x-2)^2}{\sqrt{x-1}} + 4\sqrt{x-1}\,(x-2)\right)}{4(x-1)(x-2)^4} =$$

$$= \frac{-2(x-1)(x-2)+x((x-2)+4(x-1))}{4(x-1)^{3/2}(x-2)^3} = \frac{3x^2-4}{(x-1)^{3/2}(x-2)^3} \qquad x=\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$x<0$ (<-1 в силу $D(y)$):

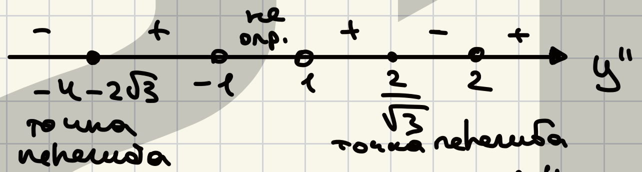
$$y'' = \frac{2\sqrt{-x-1}\,(x-2)^2-(x+4)\left((x-2)^2\frac{-1}{\sqrt{-x-1}}+4(x-2)\sqrt{-x-1}\right)}{4(-x-1)(x-2)^2} =$$

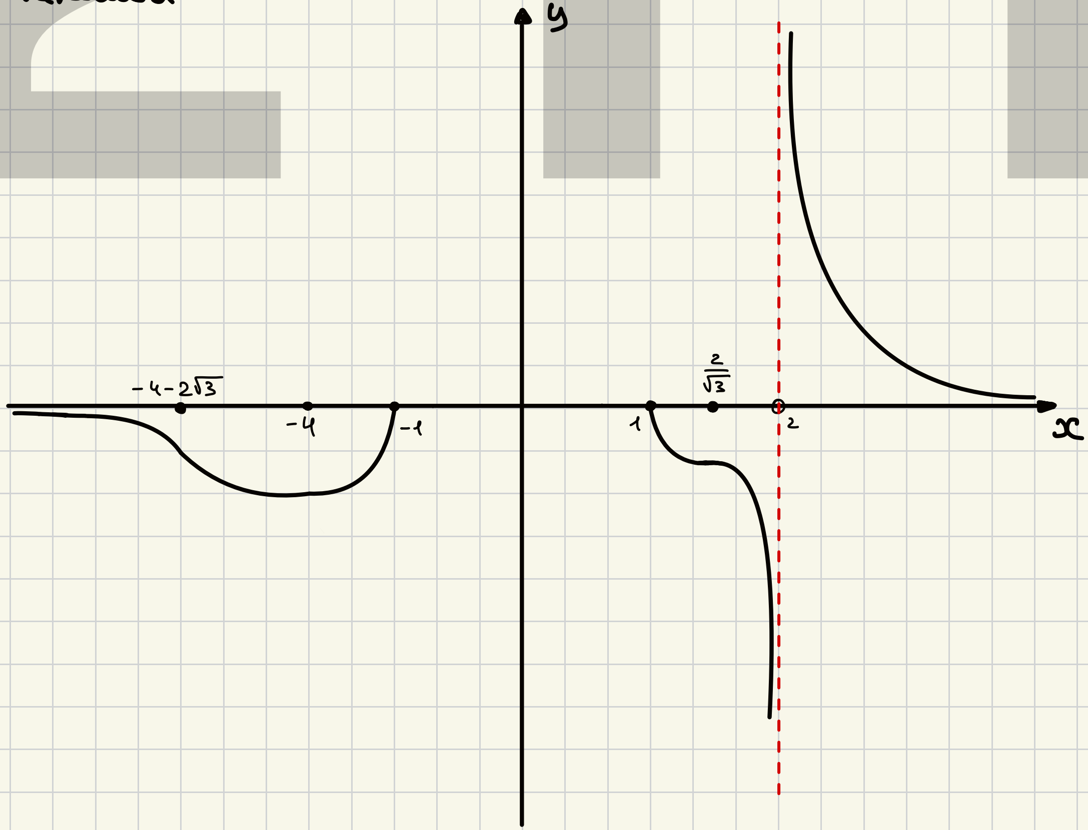
$$= \frac{2(-x-1)(x-2)-(x+4)(-(x-2)-4(x+1))}{4(-x-1)^{3/2}(x-2)^3} =$$

$$= \frac{3x^2+24x+12}{4(-x-1)^{3/2}(x-2)^3} = \frac{3}{4}\,\frac{x^2+8x+4}{(-x-1)^{3/2}(x-2)^3}$$

$$x^2+8x+4=0$$

$$x = \frac{-8\pm\sqrt{64-16}}{2} = -4\pm2\sqrt{3}\ ; \quad -4+2\sqrt{3} > -1$$





10) $y=\sqrt[3]{x^2|2-x|}$

1. $D(y)=\mathbb{R}$

$y=0$ при $x=0$ и $x=2$ в ост. точках $y>0$.

y не чёт. и не нечёт.

2. $\lim\limits_{x\to\infty} y=+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} y/x=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{\frac{x-2}{x}}=1$

$\lim\limits_{x\to-\infty} y/x=\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt[3]{\frac{2-x}{x}}=-1$

$\lim\limits_{x\to+\infty} y-x=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x^2(x-2)}-x=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt[3]{\frac{x-2}{x}}-1\right)=$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(1-\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{x}-1+\bar{o}\left(\frac{1}{x^2}\right)\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}-\frac{2}{3}+\bar{o}\left(\frac{1}{x}\right)=-\frac{2}{3}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} y+x=\lim\limits_{x\to-\infty}x\left(\sqrt[3]{\frac{2-x}{x}}+1\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}x\left(-\sqrt[3]{1-\frac{2}{x}}+1\right)=$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(-1+\frac{2}{3x}+1+\bar{o}\left(\frac{1}{x^2}\right)\right)=\frac{2}{3}$

Значит, есть наклонные асимптоты $x-\frac{2}{3}$ при $x\to+\infty$ и $-x+\frac{2}{3}$ при $x\to-\infty$

3. $x>2:\ y'=\frac{1}{3}\left(x^2(x-2)\right)^{-2/3}\left(2x(x-2)+x^2\right)=$

$=\frac{1}{3}\left(x^2(x-2)\right)^{-2/3}x(3x-4)$

$x<2:\ y'=\frac{1}{3}\left(x^2(2-x)\right)^{-2/3}\left(2x(2-x)-x^2\right)=$

$=\frac{1}{3}\left(x^2(2-x)\right)^{-2/3}x(4-3x)$

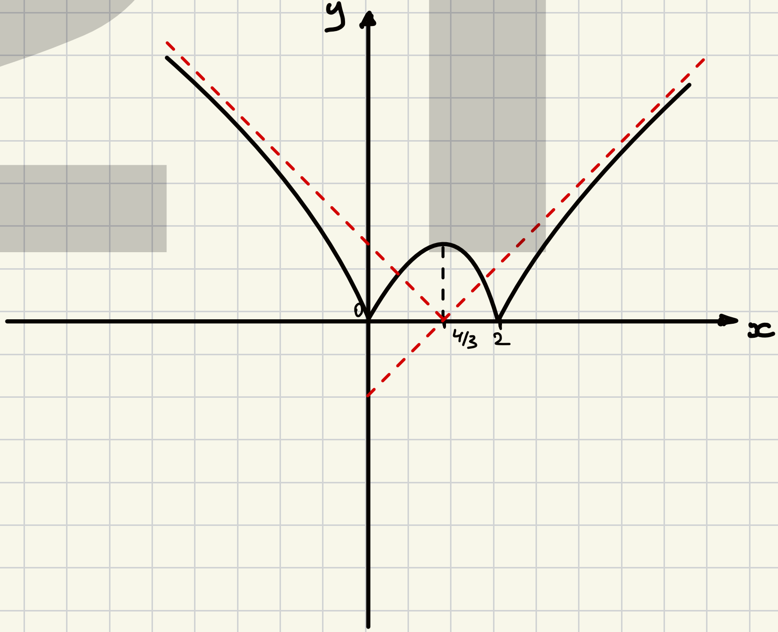
$$\begin{array}{ccccccc} - & & + & & - & & + \\ \hline & 0\,\min & & \frac{4}{3} & & 2\,\min & \end{array} \quad y'$$

4. $x>2: \; y'' = -\frac{2}{9}\left(x^2(x-2)\right)^{-5/3}\left(2x(x-2)+x^2\right) +$

$+ (6x-4)\cdot\frac{1}{3}\left(x^2(x-2)\right)^{-2/3} = -\frac{8}{9x}\left(x^3-4x^2+4x\right)^{-1/3}(x-2)$

$x<2: \; y'' = -\frac{8}{9x}\left(x^3-4x^2+4x\right)^{-1/3}(2-x)$

$$\begin{array}{ccccc} - & & - & & - \\ \hline & 0 & & 2 & \end{array} \quad y'$$



№14(3)

3) $y=(x-2)e^{-1/x}$

1. $D(y)=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

$x>2 \quad y>0 \qquad x=2 \quad y=0$

$x<2 \quad y<0 \qquad y$ не чёт. и не нечёт.

2. $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 0$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$

$\lim\limits_{x\to+0} y = 0$; $\lim\limits_{x\to-0} y = -\infty$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)e^{-1/x} = 1$$

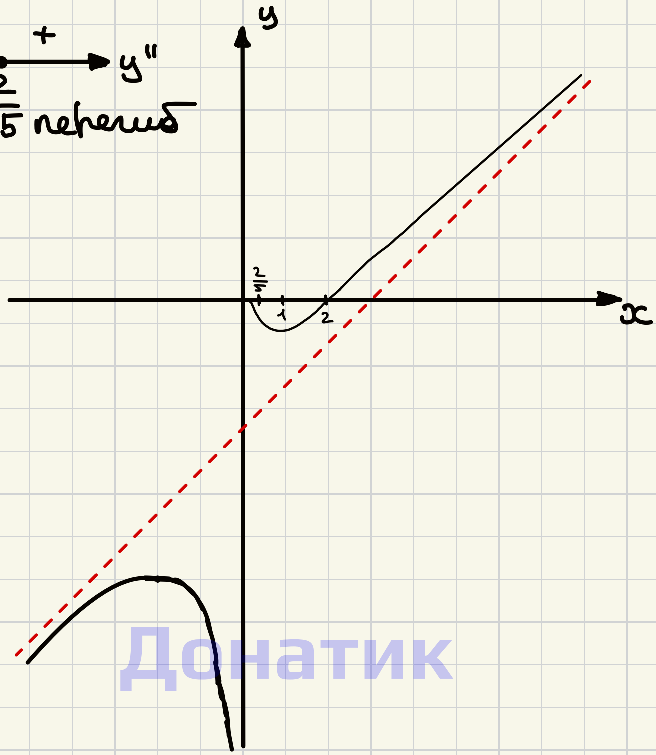
$$\lim_{x\to\infty} y-x = (e^{-1/x}-1)x - 2e^{-1/x} = -1-2 = -3$$

3. $$y' = e^{-1/x} + (x-2)e^{-1/x}\cdot\frac{1}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}}\,\frac{x^2+x-2}{x^2} = e^{-\frac{1}{x}}\cdot\frac{(x-1)(x+2)}{x^2}$$

y': $+$; -2 max ; $-$; 0 ; $-$; 1 min ; $+$

4. $$y'' = e^{-\frac{1}{x}}\left(\frac{(x-1)(x+2)}{x^4} + \frac{(x-1+x+2)x^2 - 2x(x-1)(x+2)}{x^4}\right) = \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4}\cdot$$
$$\cdot\left(x^2+x-2+2x^3+x^2-2x^3-2x^2+4x\right) = x^{-4}e^{-x^{-1}}(5x-2)$$

y'': $-$; 0 ; $-$; $\frac{2}{5}$ перегиб ; $+$



№15(б)

б) $y=\frac{\ln^2 x}{x}$

1. $D(y)=(0;+\infty)$

$y>0$ при $x\neq 1$ $y\neq 0$ в $x=1$

2. $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2\ln x\cdot 1/x}{1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{x}=0$

$\lim\limits_{x\to+0} y=\lim\limits_{x\to+0}=\infty$

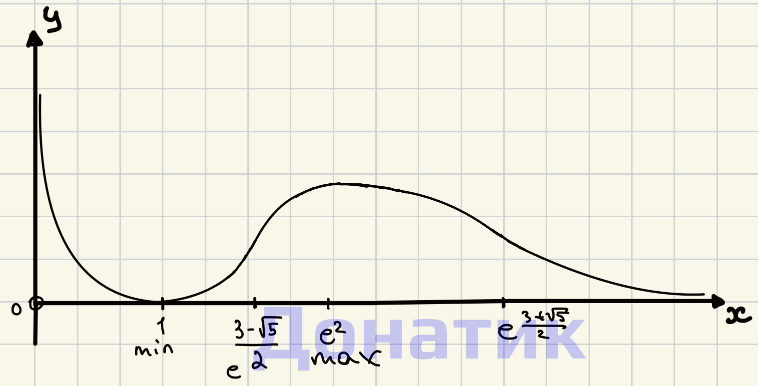
3. $y'=\frac{2\ln x-\ln^2 x}{x^2}=\ln x\,\frac{2-\ln x}{x^2}$

$$\underset{0}{\circ}\ \overset{-}{\longrightarrow}\ \underset{\substack{1\\ \min}}{\bullet}\ \overset{+}{\longrightarrow}\ \underset{\substack{e^2\\ \max}}{\bullet}\ \overset{-}{\longrightarrow}\quad y'$$

4. $y''=\frac{(2/x-2\ln x/x)x^2-2x(2\ln x-\ln^2 x)}{x^2}=$

$=\frac{2x-2x\ln x-4x\ln x+2x\ln^2 x}{x^2}=\frac{2-6\ln x+2\ln^2 x}{x^3}$

$$\underset{0}{\circ}\ \overset{+}{\longrightarrow}\ \underset{\substack{e^{\frac{3-\sqrt5}{2}}\\ \text{перегиб}}}{\bullet}\ \overset{-}{\longrightarrow}\ \underset{\substack{e^{\frac{3+\sqrt5}{2}}\\ \text{перегиб}}}{\bullet}\ \overset{+}{\longrightarrow}\quad y''$$



§ 24

№50. $x = 3t - t^3 \quad y = 3t^2 \quad z = 3t + t^3$

кас. $\parallel$ $3x + y + z + 2 = 0$ => перпен. $\bar{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{\tau}$ – кас. $\vec{\tau} \parallel \vec{r}\,'$

$$\vec{r}\,' = \begin{pmatrix} 3-3t^2 \\ 6t \\ 3+3t^2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3-3t^2 \\ 6t \\ 3+3t^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9 - 9t^2 + 6t + 3 + 3t^2 = 0$$

$$6t^2 - 6t - 12 = 0$$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$(t+1)(t-2) = 0$ => $t = -1$ или $t = 2$ =>

=> искомые точки – $(-2; 3; -4)$ и $(-2; 12; 14)$

№51. $\exists\, t = x$ => кривая – $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 2t^2 \end{cases}$, т.е. $\bar{r} = \begin{pmatrix} t \\ t \\ 2t^2 \end{pmatrix}$

касательная: $\vec{\tau} \parallel \bar{r}\,' = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4t \end{pmatrix}$

Т.к. пл-ть перпен. прямой $x = y = z$, то нормаль к пл-ти – $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Ур-е пл-ти: $(\vec{r} - \vec{r}_0, \vec{r}_0\,') = 0$

$$(x - x_0)x_0' + (y - y_0)y_0' + (z - z_0)z_0' = 0$$

$$(x - x_0)\cdot 1 + (y - y_0)\cdot 1 + (z - z_0)\cdot 4t_0 = 0$$

$$x+y+4t_0z-x_0-y_0-4t_0z_0=0$$

Т.к. нормаль к пл-ти $-\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \Rightarrow 4t_0=1 \Rightarrow t_0=\frac{1}{4}$

$$\left.\begin{matrix} x+y+z-x_0-y_0-z_0=0 \\ x_0=t_0 \quad y_0=t_0 \quad z_0=2t_0^2 \\ x_0=1/4 \quad y_0=1/4 \quad z_0=1/8 \end{matrix}\right| \Rightarrow$$

$\Rightarrow x+y+z-5/8=0$

№78(3)

3) $x=a(t-\sin t) \quad y=a(1-\cos t), \ t\in\mathbb{R}$

$$K=\frac{|[\bar r',\bar r'']|}{|\bar r'|^3}$$

$$\bar r=\begin{pmatrix} a(t-\sin t) \\ a(1-\cos t)\end{pmatrix}$$

$$\bar r'=\begin{pmatrix} a(1-\cos t) \\ a\sin t\end{pmatrix}$$

$$\bar r''=\begin{pmatrix} a\sin t \\ a\cos t\end{pmatrix}$$

$$|[r',r'']|=\left|\begin{vmatrix} a(1-\cos t) & a\sin t \\ a\sin t & a\cos t\end{vmatrix}\right|=|a^2(\cos t-\cos^2 t)-$$

$$-a^2\sin^2 t|=|a^2(\cos t-1)|=a^2(1-\cos t)$$

$$|r'|^2=a^2(1-2\cos t+\cos^2 t)+a^2\sin^2 t=2a^2(1-\cos t)$$

$$k = \frac{a^2(1-\cos t)}{a^3(2-2\cos t)^{3/2}} = \frac{1}{a\, 2^{3/2}(1-\cos t)^{1/2}}$$

№80(1)

1) $y^5 + y - x^2 = 0, \quad M_0(\sqrt{2}; 1)$

$$5y^4 y' + y' - 2x = 0$$

$$y' = \frac{2x}{1+5y^4}$$

в т. M_0 $\quad y' = \frac{2\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

$$20y^3 y'^2 + 5y^4 y'' + y'' - 2 = 0$$

$$y'' = \frac{2 - 20y^3 y'^2}{5y^4+1}$$

в т. M_0 $\quad y'' = \frac{2 - 20\cdot\frac{2}{9}}{6} = \frac{9}{27} - \frac{20}{27} = -\frac{11}{27}$

$$K = \frac{|y''|}{(1+y'^2)^{3/2}} = \frac{11/27}{(1+2/9)^{3/2}} = \frac{11/27}{(11/9)^{3/2}} = \frac{1}{3}\,\frac{3}{\sqrt{11}} = \frac{1}{\sqrt{11}}$$

№81(6)

$$y = \ln \operatorname{ch} x \qquad k = \frac{|y''|}{(1+y'^2)^{3/2}}$$

$$y' = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x} = \operatorname{th} x \qquad y'' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x} \qquad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k(x) = \frac{1/\operatorname{ch}^2 x}{(1+\operatorname{th}^2 x)^{3/2}} = \frac{1/\operatorname{ch}^2 x}{\left(\frac{\operatorname{sh}^2 x + \operatorname{ch}^2 x}{\operatorname{ch}^2 x}\right)^{3/2}} = \frac{\operatorname{ch} x}{(\operatorname{sh}^2 x + \operatorname{ch}^2 x)^{3/2}} =$$

$$= \frac{\operatorname{ch} x}{(\operatorname{ch} 2x)^{3/2}}$$

$$k'(x) = \frac{\operatorname{ch}'x\,(\operatorname{ch}2x)^{3/2} - \frac{3}{2}\sqrt{\operatorname{ch}2x}\cdot \operatorname{sh}2x\cdot 2x\cdot \operatorname{ch}x}{\operatorname{ch}^3 2x} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{sh}x\,\cancel{\operatorname{ch}^{3/2}}2x = \frac{3}{\cancel{2}}\cancel{\operatorname{ch}^{1/2}}x\,\operatorname{sh}2x\cdot\cancel{2}x\,\cancel{\operatorname{ch}}x$$

$$\operatorname{sh}x = 3\operatorname{sh}2x = 6\operatorname{sh}x\operatorname{ch}x$$

$$\operatorname{sh}x(1-6\operatorname{ch}x) = 0$$

$\operatorname{sh}x = 0$, т.к. $\operatorname{ch}x \geq 1$

$+$ $\quad 0 \quad$ $-$ $\quad k'(x) \Rightarrow x=0$ — точка макс. $\Rightarrow$

$$\Rightarrow K_{max} = \frac{\operatorname{ch}0}{(\operatorname{ch}0)^{3/2}} = 1$$

№109(1,3)

1) $x = a\cos t$, $y = a\sin t$, $z = bt$

$$r' = \begin{pmatrix} -a\sin t \\ a\cos t \\ b \end{pmatrix} \quad r'' = \begin{pmatrix} -a\cos t \\ -a\sin t \\ 0 \end{pmatrix}$$

соприкас.: $(\bar r - \bar r_0, r_0', r_0'') = 0$

$$\begin{vmatrix} x - a\cos t_0 & y - a\sin t_0 & z - bt_0 \\ -a\sin t_0 & a\cos t_0 & b \\ -a\cos t_0 & -a\sin t_0 & 0 \end{vmatrix} = (x - a\cos t_0)(ab\sin t_0) +$$

$$+(y - a\sin t_0)ab\cos t_0 + (z - bt_0)a^2 = 0$$

$$ab\sin t_0\, x + ab\cos t_0\, y + (z - bt_0)a^2 = 0$$

$$\sin t_0\, x + \cos t_0\, y + z\frac{a}{b} - at_0 = 0$$

норм.: $(\bar{r}-\bar{r}_0, r_0') = 0$

$$(x-x_0)x_0' + (y-y_0)y_0' + (z-z_0)z_0' = 0$$

$$(x-a\cos t_0)(-a\sin t_0) + (y-a\sin t_0)a\cos t_0 + (z-bt_0)b = 0$$

$$-a\sin t_0 x + a\cos t_0 y + (z-bt_0)b = 0$$

$$\sin t_0 x - \cos t_0 y - \frac{b}{a}z + \frac{b^2}{a}t_0 = 0$$

спрямляющ.:

$$\bar{\tau} = \frac{d\bar{r}}{ds} = \frac{r'}{|r'|} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}\begin{pmatrix}-a\sin t\\ a\cos t\\ b\end{pmatrix}$$

$$\frac{d\bar{\tau}}{ds} = \frac{d\bar{\tau}}{dt}\frac{dt}{ds} = \frac{1}{a^2+b^2}\begin{pmatrix}-a\cos t\\ -a\sin t\\ 0\end{pmatrix}$$ - нормаль к спр. пл-ти

$$A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0) = 0$$

$$-a\cos t_0(x-x_0) - a\sin t_0(y-y_0) = 0$$

$$-a\cos t_0 x - a\sin t_0 y + a^2\cos^2 t_0 + a^2\sin^2 t_0 = 0$$

$$\cos t_0 x + \sin t_0 y - a = 0$$

3) $x=e^t,\ y=e^{-t},\ z=t\sqrt{2}$

$$r' = \begin{pmatrix}e^t\\ -e^{-t}\\ \sqrt{2}\end{pmatrix},\quad r'' = \begin{pmatrix}e^t\\ e^{-t}\\ 0\end{pmatrix}$$

соприкас. $\begin{vmatrix} x-e^{t_0} & y-e^{-t_0} & z-t_0\sqrt{2}\\ e^{t_0} & -e^{-t_0} & \sqrt{2}\\ e^{t_0} & e^{-t_0} & 0\end{vmatrix} = (x-e^{t_0})(-\sqrt{2}e^{-t_0}) -$

$(y-e^{-t_0})(-e^{t_0}\sqrt{2}) + (z-t_0\sqrt{2})(1+1) = e^{-t_0}x + e^{t_0}y +$

$+\sqrt{2}z + 2t_0 = 0$

норм.: $(x-e^{t_0})e^{t_0}+(y-e^{-t_0})(-e^{-t_0})+(z-\sqrt{2}t_0)\sqrt{2}=$

$=e^{t_0}x-e^{-t_0}y+z\sqrt{2}+2(t_0+\mathrm{sh}\,2t_0)=0$

спрямл.: $[\bar r_0', \bar r_0''] = \begin{vmatrix} \bar i & \bar j & \bar k \\ e^{t_0} & -e^{-t_0} & \sqrt{2} \\ e^{t_0} & e^{-t_0} & 0 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-t_0}\sqrt{2} \\ e^{t_0}\sqrt{2} \\ 2 \end{pmatrix}$

$$[[\bar r_0', \bar r_0''], \bar r_0'] = \begin{vmatrix} \bar i & \bar j & \bar k \\ -e^{-t_0}\sqrt{2} & e^{t_0}\sqrt{2} & 2 \\ e^{t_0} & -e^{-t_0} & \sqrt{2} \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 2(e^{t_0}+e^{-t_0}) \\ 2(e^{-t_0}+e^{t_0}) \\ \sqrt{2}(e^{-2t_0}-e^{2t_0}) \end{pmatrix}$$

$(\bar r-\bar r_0, [[r_0', r_0''], \bar r_0']) = (x-e^{t_0})\cdot 2(e^{t_0}+e^{-t_0})+(y-e^{-t_0})\cdot$

$\cdot 2(e^{-t_0}+e^{t_0})+(z-t_0\sqrt{2})\cdot\sqrt{2}(e^{-2t_0}-e^{2t_0}) = 2x(e^{t_0}+e^{-t_0})+$

$+2y(e^{-t_0}+e^{t_0})+\sqrt{2}z(e^{-2t_0}-e^{2t_0})-2t_0(e^{-2t_0}-e^{2t_0})=$

$=x+y-\sqrt{2}\,\mathrm{sh}\,t_0\,z+2(t_0\,\mathrm{sh}\,t_0-\mathrm{ch}\,t_0)=0$

№122(г)

г) $x=a\,\mathrm{ch}\,t,\ y=a\,\mathrm{sh}\,t,\ z=bt$

$r'=\begin{pmatrix} a\,\mathrm{sh}\,t \\ a\,\mathrm{ch}\,t \\ b \end{pmatrix} \quad r''=\begin{pmatrix} a\,\mathrm{ch}\,t \\ a\,\mathrm{sh}\,t \\ 0 \end{pmatrix}$

$[r', r''] = \begin{vmatrix} \bar i & \bar j & \bar k \\ a\,\mathrm{sh}\,t & a\,\mathrm{ch}\,t & b \\ a\,\mathrm{ch}\,t & a\,\mathrm{sh}\,t & 0 \end{vmatrix} = \bar i(-ba\,\mathrm{sh}\,t)-\bar j(-ab\,\mathrm{ch}\,t)+$

$+\bar k a^2=0 \quad |[r', r'']| = \sqrt{a^2b^2\mathrm{sh}^2t+a^2b^2\mathrm{ch}^2t+a^4} =$

$=a\sqrt{b^2\mathrm{ch}\,2t+a^2}$

$|r'|^3 = (a^2\mathrm{sh}^2t+a^2\mathrm{ch}^2t+b^2)^{3/2} = (a^2\mathrm{ch}\,2t+b^2)^{3/2}$

$k = a(a^2+b^2\mathrm{ch}\,2t)^{1/2}(a^2\mathrm{ch}\,2t+b^2)^{-3/2}$

211

Донатик