32.2(3)

$x_1^2+4x_1x_2+4x_1x_3+5x_2^2+12x_2x_3+7x_3^2$ $\quad \begin{Vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 7 \end{Vmatrix}$

$x_1y_1+2x_1y_2+2x_1y_3+2x_2y_1+5x_2y_2+6x_2y_3+2x_3y_1+6x_3x_2+7x_3y_3$

32.4(2)

$\exists\ b_+(x,y)=\frac{1}{2}(b(x,y)+b(y,x))$, $b_-(x,y)=\frac{1}{2}(b(x,y)-b(y,x))$

Тогда $b_+(x,y)=b_+(y,x)$, $b_-(x,y)=-b_-(y,x)$ и $b(x,y)=b_+(x,y)+b_-(x,y)$

Причём такой выбор b_+ и b_- единственный, т.к. $b(x,y)+b(y,x)=$

$=2b_+(x,y) \Rightarrow$ однозначно задаётся b_+ и b_-

$b_-(x,x)=-b_-(x,x) \Rightarrow b_-(x,x)=0 \Rightarrow b(x,x)=b_+(x,x)+b_-(x,x)=b_+(x,x)$

32.7(2)

$3x_1^2+10x_1x_2+9x_2^2$, $\vec{e}_1{}'=2\vec{e}_1-\vec{e}_2$, $\vec{e}_2{}'=\vec{e}_1-\vec{e}_2 \Rightarrow S=\begin{Vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{Vmatrix}$

$B=\begin{Vmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{Vmatrix} \Rightarrow B'=S^TBS=\begin{Vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{Vmatrix}\begin{Vmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{Vmatrix}\begin{Vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -4 \end{Vmatrix}\begin{Vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{Vmatrix}=$

$=\begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{Vmatrix} \Rightarrow$ в базисе e': $x_1'^2+2x_2'^2$

15.34.

Выбирая $\xi=\begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{Vmatrix} \leftarrow i$; $\eta=\begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{Vmatrix} \leftarrow j$ получим $a_{ij}=\xi^TA\eta=\xi^TB\eta=b_{ij}$

$\forall\ i,j \Rightarrow A=B.$

32.8(11,12)

11) $8x_1^2+8x_2^2+x_3^2+16x_1x_2+4x_1x_3+4x_2x_3=(2\sqrt{2}x_1)^2+(2\sqrt{2}x_2)^2+$

$+(\frac{1}{\sqrt{2}}x_3)^2+2\cdot2\sqrt{2}x_1\cdot2\sqrt{2}x_2+2\cdot2\sqrt{2}x_1\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}x_3+2\cdot2\sqrt{2}x_2\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}x_3+\frac{1}{2}x_3^2=(2\sqrt{2}x_1+2\sqrt{2}x_2+$

$+\frac{1}{\sqrt{2}}x_3)^2+(\frac{1}{\sqrt{2}}x_3)^2=x_1'^2+x_2'^2$, $x_1'=2\sqrt{2}x_1+2\sqrt{2}x_2+\frac{1}{\sqrt{2}}x_3$, $x_2'=\frac{1}{\sqrt{2}}x_3$

$\sigma_+=2 \quad \sigma_-=0$

$Rg=2+0=2 \quad Sg=2-0=2$

(2) $x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3$

$$\left\|\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1/2 & 1/2 & 1 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right\| \overset{\text{I-III}}{\sim} \left\|\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 1/2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right\| \overset{2\text{III}+\text{I}}{\sim} \left\|\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right\| \overset{\text{II-III}}{\sim}$$

$$\overset{\text{II-III}}{\sim} \left\|\begin{array}{ccc|}-1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1\end{array}\underbrace{\begin{array}{ccc} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{array}}_{S'}\right\| \to -x_1'^2 - x_2'^2 + x_3'^2;\ \sigma_+ = 1;\ \sigma_- = 2;\ Rg = 3;\ Sg = -1$$

32.9(11, 12)

11) Положительно определённая.

12) Знакопеременная

32.16.

□ $\exists$ ф-ция $g(\vec{x}) < 0\ \forall \vec{x}$, тогд $k(\vec{x}) = -g(\vec{x}) > 0\ \forall \vec{x}$

Главные миноры Δ_i для K - матрицы $k(x)$

$G = -K \Rightarrow$ по свойствам определителя Δ_i для G - Δ_i для K, домноженный на $(-1)^i$ ■

32.18(4)

$k(\vec{x}) = x_1^2 + 2\lambda x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2^2 - \lambda x_3^2 + 2x_2x_3$

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = \sqrt{2}:\ k(\vec{x}) = 1 + 2\lambda + 2\sqrt{2} + 4 - 2\lambda + 2\sqrt{2} = 5 + 4\sqrt{2} > 0 \\ x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = -\sqrt{2}:\ k(\vec{x}) = 1 + 2\lambda - 2\sqrt{2} + 4 - 2\lambda - 2\sqrt{2} = 5 - 4\sqrt{2} < 0 \end{array}\right| \Rightarrow$$

$\Rightarrow \forall \lambda\ \ \exists \vec{x} = \|1\ 1\ \sqrt{2}\|^T : k(\vec{x}) > 0,\ \exists \vec{x}' = \|1\ 1\ -\sqrt{2}\|^T : k(\vec{x}') < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow k(\vec{x})$ - знакопеременная, т.е. не является ни положительно опр. ни отр-опр. ни полуопр.