Д/З 3

№1. Ошибка в 5 переходе. В 4) говорится, что для каждого x в A или $x \in B$ или $x \in C$. Но запись $A \subseteq B$ или $A \subseteq C$ подразумевает, что все x из A одновременно лежат в A или в B.

№2. $f(X)$ – X смотрит телевизор

$$\left.\begin{aligned}
&1)\ f(A) \to f(B) \\
&2)\ f(D) \vee f(E) \\
&3)\ f(B) \oplus f(C) \\
&4)\ f(C) \equiv f(D) \\
&5)\ f(E) \to (f(A) \wedge f(D))
\end{aligned}\right\} \equiv 1$$

$f(A) = a$; $f(B) = b$; $f(C) = c$; $f(D) = d$; $f(E) = e$

$$(\bar{a} \vee b)(d \vee e)(b\bar{c} \vee \bar{b}c)(cd \vee \bar{c}\bar{d})(\bar{e} \vee ad) =$$

$$= (b\bar{c} \vee \bar{b}c)(cd \vee \bar{c}\bar{d})(\bar{a}\bar{e} \vee b\bar{e} \vee bad)(d \vee e) =$$

$$= (b\bar{c} \vee \bar{b}c)(cd \vee \bar{c}\bar{d})(\bar{a}\bar{e}d \vee b\bar{e}d \vee bad \vee bade) =$$

$$= (b\bar{c} \vee \bar{b}c)(cd \vee \bar{c}\bar{d})\, d\, (\bar{a}\bar{e} \vee b\bar{e} \vee ba) =$$

$$= (b\bar{c} \vee \bar{b}c)\, cd\, (\bar{a}\bar{e} \vee b\bar{e} \vee ba) = \bar{b}cd(\bar{a}\bar{e} \vee b\bar{e} \vee ba) = \bar{a}\bar{b}cd\bar{e} \Rightarrow a = b = e = 0;\ c = d = 1$$

№3. $(x^2 - 6x + 5$ чёт $\to x$ нечёт$) \equiv (x$ чёт $\to x^2 - 6x + 5$ нечёт$)$

x чёт $\Rightarrow x = 2k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 4k^2 - 12k + 5 =$

21
Донатик

$= 2(2k^2-6k+2)+1$ – нечёт $\blacksquare$

№4. П $\exists\, c\in\mathbb{Q}$: $c=ab$, $a\in\mathbb{Q}$, $b\in\mathbb{I}$.

П $c=\frac{m_1}{n_1}$; $a=\frac{m_2}{n_2} \Rightarrow b=\frac{c}{a}=\frac{m_1n_2}{n_1m_2}\Rightarrow b\in\mathbb{Q}$

$\mathring{\times}! \Rightarrow b\in\mathbb{I}$ $\blacksquare$

№5. $C\setminus A\subseteq B$ $\quad C\setminus B\subseteq A$; $B=A\cap C$?

П $B=A\cap C$. Тогда $C\setminus A\subseteq (A\cap C)$, т.е. $\forall x\in U$

верно $\{((x\in C)\wedge(x\notin A))\longrightarrow((x\in C)\wedge(x\in A))\}$ –

верно только при $(x\in C)\wedge(x\notin A)\equiv 0$, т.е.

$C\subseteq A \Rightarrow C=A\cap C=B$ $\mathring{\times}!$

№6. $$\frac{A(1),\ \forall n\in\mathbb{N}\ (A(n)\to A(n+1))}{\forall n\in\mathbb{N}\ A(n)}$$

2) П $A(n)=\mathbb{1}$

а) $A(n+1) =$ „$1\cdot(n+1-1)+\dots+(n+1-1)\cdot 1 = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$"

$1\cdot n+2(n-1)+3(n-2)+\dots+n\cdot 1 = n+(n-1)+(n-2)+$

$+\dots+1+1(n+1-1)+\dots+(n+1-1)\cdot 1 = \frac{n(n+1)}{2}+\frac{(n-1)n(n+1)}{6}=$

$=\frac{3n(n+1)+(n-1)n(n+1)}{6}=\frac{n(n+1)(n+2)}{6}\Rightarrow A(n+1)=\mathbb{1}$

1) $A(0)=\mathbb{1}\Rightarrow \forall n\in\mathbb{N}\ A(n)=\mathbb{1}$

Донатик

б) $A(n+1)$: $\cos x+\dots+\cos nx+\cos(n+1)x = \frac{\sin(n+\frac{1}{2})x}{2\sin\frac{x}{2}}-\frac{1}{2}+$

$$+\cos(n+1)x = \frac{\sin(n+\frac{1}{2})x + 2\sin\frac{x}{2}\cos(n+1)x}{2\sin\frac{x}{2}} - \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{\sin(n+\frac{1}{2})x + \sin((n+1)x+\frac{x}{2}) - \sin((n+1)x-\frac{x}{2})}{2\sin x/2} - \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{\sin(n+1+\frac{1}{2})x}{2\sin\frac{x}{2}} - \frac{1}{2} \Rightarrow (A(n) \to A(n+1)) = \mathbb{1}$$

1) $A(1)$: $\cos x \overset{?}{=} \frac{\sin\frac{3}{2}x}{2\sin\frac{x}{2}} - \frac{1}{2} = \frac{\sin(x+\frac{x}{2})}{2\sin\frac{x}{2}} - \frac{1}{2} =$

$$= \frac{\sin x\cos\frac{x}{2} + \cos x\sin\frac{x}{2}}{2\sin\frac{x}{2}} = \cos^2\frac{x}{2} + \frac{\cos x}{2} - \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{1}{2}(2\cos^2\frac{x}{2} - 1) + \frac{\cos x}{2} = \frac{\cos x}{2} + \frac{\cos x}{2} = \cos x \Rightarrow$$

$\Rightarrow A(1) = \mathbb{1} \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}\ A(n) = \mathbb{1}$

7. Каждый П. наход. в комнате пока не поговорит со всеми студентами. Каждый С. наход. в комнате пока не поговорит с каждым П. Т.к. выйти они могут лишь один раз, либо все С. дождутся всех П. либо все П. дождутся С. => есть момент когда есть все П. или все С.

8. Для данного док-ва необходима база $A(2)$, а не база $A(1)$.

21
Донатик

9. $A(n)$ = „Утв. верно для прямоугольника $3 \times n$"

1) $A(1)$ – верно

2) $\exists\ A(n) = 1$

$A(n+1)$: 1. $\exists$ столбец с 3 разными цветами => отбросив его получим $A(n)$, для которого утв. верно => и для $A(n+1)$ верно.

2. $\nexists$ столбца с 3 разными цветами

2.1. $\exists$ столбец с 2 цветами „а" и 1 цветом „б". Тогда в строках с цветами „а" сущ. клетка с цветом „с", т.к. если нет, то все клетки цвета „с" в строке с клеткой цвета „б" => их n штук, но их $n+1$ $\overset{o}{x}$! => => можно поставить её на место клетки с цветом „а" – пункт 1.

2.2. $\nexists$ столбца „а" „а" „б" => => все столбцы вида „у" „у" „у" => => в каждой строке есть все цвета => => можно переставить и сделать пункт 1. ■

211
Донатик

211

Донатик