Д/З 6

№1. h: из $\{0, 1, \ldots 8\}$ в $\{a, b, \ldots g\}$

$1 \to b,\ 2 \to c,\ 3 \to b,\ 4 \to e,\ 5 \to b,\ 6 \to e,\ 8 \to f$

а) $Dom(h) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$

б) $Range(h) = \{b, c, e, f\}$

в) $h(\{0, 1, 2, 3, 4\}) = \{b, c, e\}$

г) $h^{-1}(\{a, b, e\}) = \{1, 2, 3, 5\}$

д) $h^{-1}(h\{0, 1, 2, 6, 7, 8\}) = h^{-1}(\{b, c, e, f\}) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$

е) $h(h^{-1}(\{a, b, c, d, e\})) = h(\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}) = \{b, c, e\}$

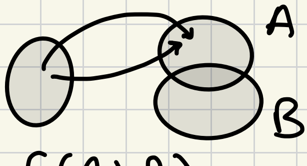
№2. $\exists\ M = \max X$. Докажем, что максимальный по модулю элемент $f^{-1}(M)$, назовём его m, максимален по модулю среди $f^{-1}(X)$. Пусть это не max. Тогда $\exists\ B \neq M$: макс. по модулю элемент $f^{-1}(B)$ (b): $|b| > |m| \Leftrightarrow b^2 > m^2 \Rightarrow B \geq M$, но $M = \max X$ и $M \neq B$ $\mathring{X}$! $\Rightarrow$ у $f^{-1}(X)$ есть макс. по модулю элемент. Элементы $f^{-1}(X)$ - целые числа $\Rightarrow f^{-1}(X)$ - конечно ■

№3. Пример из №1 д) показывает, что вместо „?" нельзя поставить ни один из предложенных знаков.

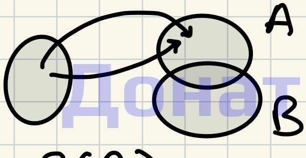
№4. Понятно, что $f(A\setminus B)$ точно содержит $f(A)\setminus f(B)$. Т.к. „$\setminus f(B)$" убирает все элементы $f(A)$, которые не входят в $f(A\setminus B)$. Проверим включение. Если в №1 взять $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{3, 4, 5\}$, то $f(A\setminus B) = \{b, c\}$; $f(A)\setminus f(B) = \{b, c, e\} \setminus \{b, e\} = \{c\} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ включение не выполняется $\Rightarrow f(A\setminus B) \subseteq f(A)\setminus f(B)$.

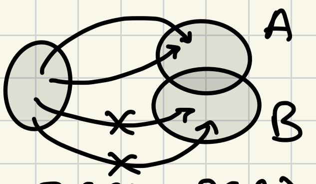
№5. $f^{-1}(A\setminus B)$ определяет какие элементы переводятся f в $A\setminus B$. $f(A)\setminus f(B)$ определяет какие элементы переводятся f в A и убирает из них те, которые переводятся f в B, т.е. повторяет то же самое, что и $f(A\setminus B)$.



$f(A\setminus B)$



$f(A)$



$f(A)\setminus f(B)$

т.е. $f^{-1}(A\setminus B) = f^{-1}(A)\setminus f^{-1}(B)$.

№6. Контрпример: 

№7. $X=\{1,2\}$ $\quad Y=\{a,b\}$. $f: 1\mapsto a,\ 2\to a$

$B=a$, $B\subseteq Y$, $B\neq Y$ $\Rightarrow$ нет.

№8. Пример выше $B=\{b\}\neq\varnothing$ $\quad f^{-1}(B)=\varnothing$

№9. $f(\{x_n\}) = \{x_1, x_2-x_1, x_3-x_2 \dots\}$

по $\{x_1, x_2-x_1,\dots\}$ однозначно восст. $\{x_n\}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ биекция.