ДЗ 4

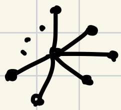
№1. $|V| = 8$ $|E| = 23$

$\exists\, v_1 : \rho(v_1) = 1 \Rightarrow$ у $G[U]$, $U = V \setminus \{v_1\}$

$\max |V| = \frac{7(7-1)}{2} = 21 \Rightarrow |E| = 21 + \rho(v_1) = 22 <$

< 23 ⨯! $\Rightarrow$ нет

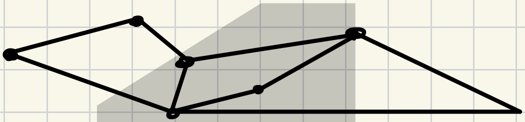
№2. Пусть такой способ $\exists$. Тогда в 1 можно добраться из 9, т.к. 9 делится на 3, то и след. после 9 вершина делится, аналогично после след. и т.д. $\Rightarrow$ любая вершина делится на 3. Но $1 \not\vdots\, 3$ ⨯!

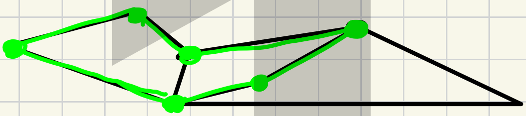
№3. Каждая пара рёбер имеет общий конец $\Rightarrow$ все рёбра имеют общий конец $\Rightarrow$ это графы вида 

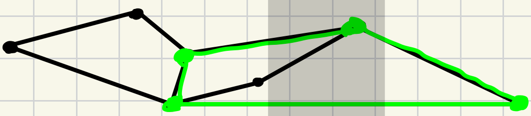
№4. Возьмём две вершины, соединённые друг с другом. Пусть $\nexists$ цикла длины 3, тогда множества вершин, соед. с этими вершинами не пересекаются, т.е. 1 вершина соед. с 200 уник. вершинами и с 2 вершиной и 2 вершина соединена с 200

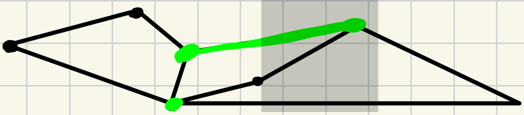
усил. вершинами и с 1 вершиной,
т.е. всего в графе 402 вершины $\overset{\circ}{X}$! ∎

№5. Нет. Контрпример:

G :


H_1 :


H_2 :


$H_1 \cap H_2$:


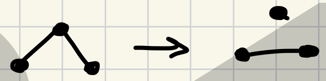
№6. Если нельзя, то сущ. хотя бы две компоненты связности в каждой хотя бы по 8 городов ($p(v_i) \geq 7$) $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ всего городов хотя бы $8+8=16$ $\overset{\circ}{X}$! ∎

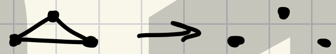
№7. $\forall G : |V| > 1 \longmapsto \exists v_i, v_j : p(v_i) = p(v_j)$

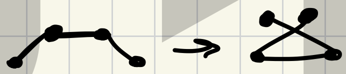
От противного: $\nexists v_i, v_j : p(v_i) = p(v_j) \Rightarrow$ $\Rightarrow$ если упорядочить v_k в порядке возр. степеней, то $p(v_1) = 0$; $p(v_2) = 1 \ldots p(v_n) = n-1$, $|V| = n$. Тогд v_n соединена со всеми вершинами, в том числе с v_1 => $\rho(v_1) \neq 0$?! ■

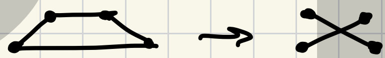
№8.

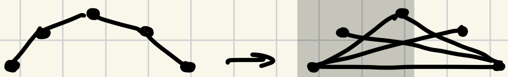
$|V| = 2$:  – не подходит

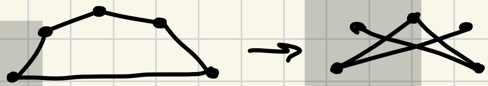
 – не подходит

$|V| = 3$:  – не подходит

 – подходит

$|V| = 4$:  – не подходит

$|V| = 5$:  – не подходит

 – подходит

$|V| = 6$: