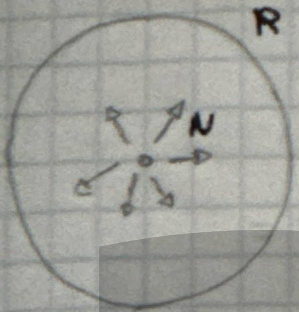
9 неделя

2.7.18



Дано: R, N, $f(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$, T;

Найти: $j(t)$, $t_0 : j(t) - \max$, $v_0 = v(t_0)$

Решение:

В промежуток времени от t до $t+dt$ прилетают к стенке частицы со скоростями от v до $v+dv$, где $v = \frac{R}{t}$, т.е. со скоростями от $\frac{R}{t} - \frac{R\,dt}{t^2}$ до $\frac{R}{t}$.

$$j = \int_0^t f(v)\,dv = -4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_0^t \frac{R^2}{t^2} e^{-\frac{mR^2}{2kTt^2}} \cdot \frac{R}{t^2}\,dt =$$

$$= -4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} R^3$$

$$= -4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} R^4 \int_0^t \frac{1}{t^4} e^{-\frac{mR^2}{2kTt^2}}\,dt = \left\{ \xi = \frac{mR^2}{2kTt^2} \right\} =$$

$$= -4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} R^4 \int_{+\infty}^{\frac{mR^2}{2kTt^2}} \left(\frac{2kT\xi}{mR^2}\right)^2 e^{-\xi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2kT\xi}{mR^2}} \cdot \frac{mR^2}{2kT} \cdot \left(-\frac{1}{\xi^2}\right) d\xi =$$

$$= -2\pi \cdot \frac{1}{\pi^{3/2}} \cdot \frac{m}{2kT} \cdot \frac{1}{R} \cdot \left(\frac{2kT}{mR^2}\right)^2 \cdot \int_{\frac{mR^2}{2kTt^2}}^{+\infty} \sqrt{\xi}\, e^{-\xi}\, d\xi =$$

$$= +2 \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{2kT}{m} \cdot \frac{1}{R^3} \int$$

$$j = \frac{+dN}{S\,dt}, \qquad \frac{dN}{N} = f(\upsilon)\,d\upsilon \;\Big|\; \Rightarrow j = + \frac{N f(\upsilon)\,d\upsilon}{S\,dt} = \frac{N \cdot 4\pi \cdot \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot \upsilon^2 e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}}}{S} \cdot \frac{d\upsilon}{dt}$$

$$\upsilon = \frac{R}{t}, \quad S = 4\pi R^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow j = \frac{N \cdot 4\pi}{4\pi R^2} \cdot \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot \frac{R^2}{t^2} \cdot e^{-\frac{mR^2}{2kTt^2}} \cdot \left(-\frac{R}{t^2}\right) =$$

$$= -\frac{NR}{t^4} \cdot \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{mR^2}{2kTt^2}}$$

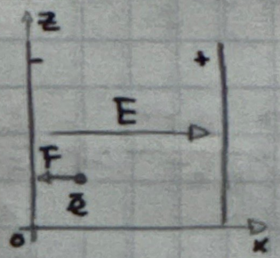
$$j'(t) = -\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot NR \cdot \left[-\frac{4}{t^5} + \frac{1}{t^4} \cdot \frac{2mR^2}{kTt^3}\right] \cdot e^{-\frac{mR^2}{2kTt^2}} = 0$$

$$\frac{mR^2}{kTt^2} = 4, \quad t_0 = \sqrt{\frac{mR^2}{4kT}}$$

$$\upsilon_0 = \upsilon(t_0) = \frac{R}{t_0} = \frac{R \cdot 2\sqrt{kT}}{R\sqrt{m}} = 2\sqrt{\frac{kT}{m}};$$

Ответ: $\boxed{j(t) = -\frac{NR}{t^4} \cdot \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{mR^2}{2kTt^2}\right) \quad t_0 = \sqrt{\frac{mR^2}{4kT}}; \; \upsilon_0 = 2\sqrt{\frac{kT}{m}};}$

№7.14



Дано: $T = 1150$ К, 1) $U = 0{,}2$ В; 2) $U = 0{,}4$ В

Найти: α – доля электронов, преодолевающих задерживающий потенциал.

Решение:

Преодолевает, если $\frac{m\upsilon^2}{2} \geq eU$, здесь $\upsilon^2 = \upsilon_z^2 + \upsilon_x^2$.

$$f(\upsilon) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{2/2} \cdot e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}} \cdot 2\pi\upsilon = \frac{m\upsilon}{kT} e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}}.$$

$$\upsilon_{пор} = \sqrt{\frac{2eU}{m}};$$

$$\alpha = \int_{\upsilon_{пор}}^{+\infty} f(\upsilon)d\upsilon = \frac{m}{kT}\int_{\upsilon_{пор}}^{+\infty} \upsilon e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}} d\upsilon = \left\{ \xi = \frac{m\upsilon^2}{2kT},\ \upsilon = \sqrt{\frac{2kT\xi}{m}},\right.$$

$$\left. d\upsilon = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{m}{2kT\xi}} \cdot \frac{2kT}{m} d\xi \right\} =$$

$$= \frac{m}{kT}\int_{\frac{m\upsilon_{пор}^2}{2kT}}^{+\infty} \sqrt{\frac{2kT\xi}{m}} \cdot e^{-\xi} \cdot \frac{kT}{m} \cdot \sqrt{\frac{m}{2kT\xi}} d\xi = \int_{\frac{m\upsilon_{пор}^2}{2kT}}^{+\infty} e^{-\xi} d\xi =$$

$$= -e^{-\xi}\Big|_{\frac{m\upsilon_{пор}^2}{2kT}}^{+\infty} = \exp\left[-\frac{m\upsilon_{пор}^2}{2kT}\right] = \exp\left[-\frac{m}{2kT}\cdot\frac{2eU}{m}\right] = \exp\left[-\frac{eU}{kT}\right].$$

Ответ: $\boxed{\alpha = \exp\left[-\frac{eU}{kT}\right];\ 1)\ \alpha \approx 0{,}13;\ 2)\ \alpha \approx 0{,}018}$.

<u>№7.20</u>

Дано: T, n, m, $f_0(\upsilon_x, \upsilon_y) = \frac{m}{2\pi kT} \exp\left(-\frac{m(\upsilon_x^2+\upsilon_y^2)}{2kT}\right)$

Найти: z – частота удара электронов, приходящаяся на единицу периметра.

Решение:

$$z = n\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{0}^{+\infty} \upsilon_x f(\upsilon_x,\upsilon_y) d\upsilon_x d\upsilon_y = \frac{nm}{2\pi kT}\int_0^{+\infty} e^{-\frac{m\upsilon_x^2}{2kT}} \cdot \upsilon_x d\upsilon_x \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{m\upsilon_y^2}{2kT}} d\upsilon_y$$

$$1) \int_0^{+\infty} e^{-\frac{m\upsilon_x^2}{2kT}} \upsilon_x d\upsilon_x = \left\{ \xi = \sqrt{\frac{m\upsilon_x^2}{2kT}} = \sqrt{\frac{m}{2kT}}\upsilon_x \right\} = \int_0^{+\infty} e^{-\xi^2} \cdot \sqrt{\frac{2kT}{m}}\xi \cdot \sqrt{\frac{2kT}{m}} d\xi =$$

$$= \frac{2kT}{m}\int_0^{+\infty} \xi e^{-\xi^2} d\xi = \frac{2kT}{m}\cdot\frac{1}{2}\int_0^{+\infty} e^{-\xi^2} d\xi^2 = \frac{kT}{m}\cdot\left(-e^{-\xi^2}\right)\Big|_0^{+\infty} = \frac{kT}{m}$$

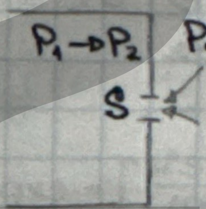
$2)\ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{mv_y^2}{2kT}}dv_y = \cancel{\left\{\xi = \sqrt{\frac{-mv_y^2}{2kT}}\right\} = 2\int_0^{+\infty} e^{-\xi}}$

$$= \left\{\xi = \sqrt{\frac{m}{2kT}}v_y\right\} = 2\int_0^{+\infty} e^{-\xi^2}\cdot\sqrt{\frac{2kT}{m}}d\xi = 2\sqrt{\frac{2kT}{m}}\cdot\frac{\sqrt{\pi}}{2} = \sqrt{\frac{2\pi kT}{m}};$$

$$z = \frac{nm}{2\pi kT}\cdot\frac{kT}{m}\cdot\sqrt{\frac{2\pi kT}{m}} = n\cdot\frac{kT}{m}\cdot\sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} = n\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}$$

Ответ: $\boxed{z = n\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}}$

27.27



P_0 Дано: $S = 10^{-6}$ см², $P_1 = 10^{-4}$ мм рт.ст., $P_2 = 10^{-2}$ мм рт.ст.

$P_0 = 760$ мм рт.ст., $T = 293$ K, $V = 1$ л

Найти: t_1 $P_1 \to P_2$, t_2: $P_1 \to \frac{1}{2}P_0$

Решение:

$$z_{in} = \frac{1}{4}n_0\bar{v} = \frac{1}{4}n_0\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

$$P = nkT$$

$$\frac{dP}{dt} = kT\cdot\frac{dn}{dt} \approx kT\cdot\frac{z_{in}\cdot S}{V} = kT\cdot\frac{n_0S}{4V}\cdot\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} =$$

$$= kT\cdot\frac{P_0S}{4VkT}\cdot\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \frac{P_0S}{4V}\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}};$$

$$P_2 = P_1 + t_1\frac{dP}{dt} \Rightarrow t_1 = \frac{P_2 - P_1}{dP/dt};$$

$$t_1 = \frac{(P_2 - P_1)4V}{P_0S}\sqrt{\frac{\pi m}{8kT}} \approx \frac{4P_2V}{P_0S}\sqrt{\frac{\pi M}{8RT}} \approx 1{,}2\,c$$

$$z_{out} = \frac{1}{4}n\bar{v} = \frac{1}{4}n\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}};$$

$$\frac{dP}{dt} = kT\cdot\frac{dn}{dT} = kT\cdot\frac{(z_{in}-z_{out})S}{V} = kT\cdot\frac{1}{4}\cdot\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}\cdot\frac{S}{V}\cdot(n_0-n) =$$

$$= \frac{SkT}{4V}\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}\cdot\left(\frac{P_0}{kT}-\frac{P}{kT}\right) = \frac{S}{4V}\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}\,(P_0-P)$$

$$\frac{dP}{P_0-P} = \frac{S}{4V}\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}\,dt \Rightarrow t_2 = -\frac{4V}{S}\sqrt{\frac{\pi\mu}{8RT}}\,\ln\frac{\frac{1}{2}P_0}{P_0-P_1} \simeq$$

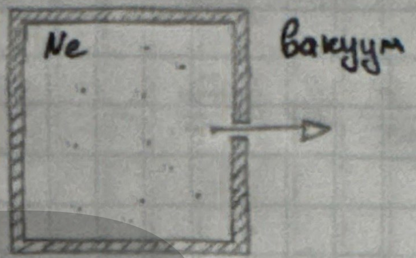
$$\simeq \frac{4V}{S}\sqrt{\frac{\pi\mu}{8RT}}\,\ln 2 \simeq 17\text{ ч.}$$

Ответ:

$$\boxed{\begin{aligned} t_1 &\simeq \frac{4V}{S}\cdot\frac{P_2}{P_0}\sqrt{\frac{\pi\mu}{8RT}} \simeq 1{,}2\text{ с} \\ t_2 &\simeq \frac{4V}{S}\sqrt{\frac{\pi\mu}{8RT}}\,\ln 2 \simeq 17\text{ ч} \end{aligned}}$$

$\boxed{\text{10 неделя}}$

27.40



Дано: Сосуд теплоизолированный,

$\nu = \frac{1}{2}\nu_0,\ T_0 = 273\,°K$

Найти: T

Решение:

Средняя кинетическая энергия вылетающих частиц: $\overline{E_{вых}} = 2kT$.

$\delta Q = 0 \Rightarrow dU = \overline{E_{вых}}\,dN = 2kTN_A\,d\nu = 2RT\,d\nu$

$U = \frac{3}{2}\nu RT \Rightarrow dU = \frac{3}{2}R(\nu\,dT + T\,d\nu)$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow 4T\,d\nu = 3\nu\,dT + 3T\,d\nu \Rightarrow T\,d\nu = 3\nu\,dT \Rightarrow \frac{d\nu}{\nu} = 3\frac{dT}{T}$

$\ln\frac{\nu}{\nu_0} = \ln\left(\frac{T}{T_0}\right)^3 \Rightarrow \frac{T}{T_0} = \sqrt[3]{\frac{\nu}{\nu_0}} \Rightarrow T = \frac{T_0}{\sqrt[3]{2}}$

Ответ: $\boxed{T = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}T_0 \simeq 217\,°K.}$

28.11

$g = g_{земли}$, атмосфера состоит из He и N_2,

$\frac{N_{He}}{N_{N_2}} = 7$, $T = 200\,°K = const$.

Найти: $\sigma_{зв}$ (у поверхности)

Решение:

Барометрическая формула: $n(x) = n_0 e^{-\frac{mgx}{kT}}$

$$N=\int_{0}^{+\infty} n(x)\cdot S\,dx = n_0 S\int_0^{+\infty} e^{-\frac{mgx}{kT}}dx = n_0 S\cdot\left(-\frac{kT}{mg}\right)(-1)=\frac{n_0}{\mu}\cdot\frac{SRT}{g}.$$

Таким образом, если n_{He} и n_{N_2} - концентрации газов у поверхности, то

$$N_{He}=\frac{n_{He}}{\mu_{He}}\cdot\frac{SRT}{g},\quad N_{N_2}=\frac{n_{N_2}}{\mu_{N_2}}\cdot\frac{SRT}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{n_{He}}{n_{N_2}}=\frac{N_{He}}{N_{N_2}}\cdot\frac{\mu_{He}}{\mu_{N_2}}=7\cdot\frac{4\ г/моль}{28\ г/моль}=1$$

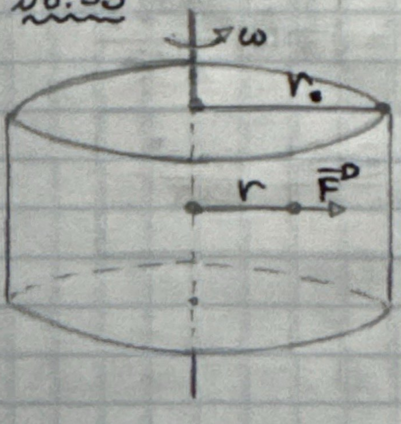
$$\gamma=\frac{n_{He}C_{p1}+n_{N_2}C_{p2}}{n_{He}C_{V1}+n_{He}C_{V2}}=\frac{\frac{5}{2}R+\frac{7}{2}R}{\frac{3}{2}R+\frac{5}{2}R}=\frac{3}{2}.$$

$$\mu=\frac{\mu_{He}+\mu_{N_2}}{2}=\frac{28\ г/моль+4\ г/моль}{2}=16\ г/моль.$$

$$v_{зв}=\sqrt{\gamma\frac{RT}{\mu}}=\sqrt{\frac{3}{2}\cdot\frac{8{,}31\ Дж/(К\cdot моль)\cdot 200К}{16\cdot10^{-3}\ кг/моль}}\approx 395\ \frac{м}{с}.$$

Ответ: $\boxed{v_{зв}\approx 395\ м/с}$

28.55



Дано: $\mu=22\ \frac{кг}{моль}$, $\rho=1{,}1\ \frac{г}{см^3}$, $\rho_0=1\ \frac{г}{см^3}$, $\omega=10^3\ с^{-1}$, $T=295\ °К$

Найти: $r: n(r)=n(\omega=0)=n_{ср}$.

Решение:

$$F=F_ц-F_A=dm\,\omega^2 r-\rho_0 dV\cdot\omega^2 r=(\rho-\rho_0)dV\cdot\omega^2 r=\frac{\rho-\rho_0}{\rho}dm\,\omega^2 r.$$

Пусть $dm=m$ - масса одной частицы, тогда сила, действующая на неё $F=\frac{\rho-\rho_0}{\rho}m\omega^2 r$.

$$A(r_1 \to r_2) = \int_{r_1}^{r_2} F dr = \frac{\rho - \rho_0}{\rho} m\omega^2 \cdot \frac{1}{2}(r_2^2 - r_1^2).$$

Примем за 0 потенциальную энергию при $r = r_0$:

$$\Pi(r) = \frac{\rho - \rho_0}{\rho} m\omega^2 \cdot \frac{1}{2}(r_0^2 - r^2).$$

$$n(r) = n_0' e^{-\frac{\Pi(r)}{kT}} = n_0 \exp\left[\frac{\rho - \rho_0}{\rho} \cdot \frac{m\omega^2}{2kT} r^2\right]$$

Обозначим $\alpha = \frac{\rho - \rho_0}{\rho} \cdot \frac{m\omega^2}{2kT}$.

$$n(r) = n_0 e^{\alpha r^2}.$$

Всего частиц: $N = V \cdot n_{ср} = \int_0^{r_0} n_0 e^{\alpha r^2} \cdot 2\pi r dr \cdot h =$

$$= n_0 \pi h \int_0^{r_0} e^{\alpha r^2} dr^2 = n_0 \pi h \cdot \frac{1}{\alpha}(e^{\alpha r_0^2} - 1)$$

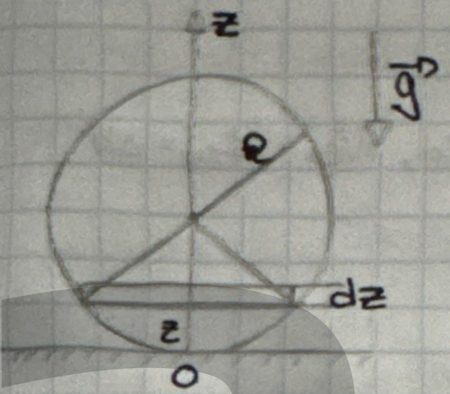
Получаем $n_{ср} \cdot \pi r_0^2 h = n_0 \pi h \cdot \frac{1}{\alpha}(e^{\alpha r_0^2} - 1)$.

Отсюда $n_0 = \frac{n_{ср} \cdot \alpha r_0^2}{e^{\alpha r_0^2} - 1}$

$$n(r) = n_{ср} \Rightarrow \alpha r_0^2 e^{\alpha r^2} = e^{\alpha r_0^2} - 1 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{1}{\alpha} \ln \frac{e^{\alpha r_0^2} - 1}{\alpha r_0^2}}$$

Ответ: $\boxed{r = \sqrt{\frac{1}{\alpha} \ln \frac{e^{\alpha r_0^2} - 1}{\alpha r_0^2}} \simeq 8{,}1 \text{ см}, \quad \alpha = \frac{\rho - \rho_0}{\rho} \cdot \frac{m\omega^2}{2kT}}$

№8.14



Дано: R, g, m, наиболее вероятное $z = \frac{R}{2}$.

Найти: T

Решение:

$n(z) = n_0 e^{-\frac{mgz}{kT}}$

На высоте от z до $z+dz$ находится

$dN = n(z) \cdot \pi \left(\sqrt{R^2-(R-z)^2}\right)^2 \cdot dz$

наиболее вероятное: $dN' = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow n_0 \pi dz \left[e^{-\frac{mgz}{kT}}(2Rz-z^2)\right]'_z = 0;$

$(2Rz-z^2)\left(-\frac{mg}{kT}\right) + (2R-2z) = 0;$

$z = \frac{R}{2}$: $\left(R^2 - \frac{R^2}{4}\right)\frac{mg}{kT} = 2R - R$

$R^2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{mg}{kT} = R$

$T = \frac{3}{4} \cdot \frac{mgR}{k}$

Ответ: $T = \frac{3}{4} \frac{mgR}{k}$

11 неделя

№8.58

Дано: $\nu = 1$ моль, 2 уровня: ε_0 и $-\varepsilon_0$, $N_{\varepsilon_0} - N_{-\varepsilon_0} = \Delta N$

Найти: T; Построить $S(U)$

Решение:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{-\varepsilon_0 e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}} + \varepsilon_0 e^{-\frac{\varepsilon_0}{kT}}}{e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}} + e^{-\frac{\varepsilon_0}{kT}}} = \frac{\varepsilon_0 \Delta N}{N_A};$$

Обозначим $\alpha = e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}}$

$$\frac{\frac{1}{\alpha} - \alpha}{\alpha + \frac{1}{\alpha}} = \frac{\Delta N}{N_A};$$

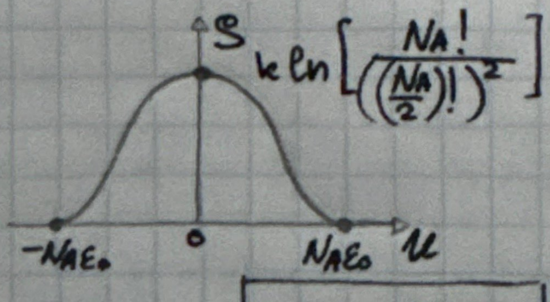
$$(1-\alpha^2) N_A = (1+\alpha^2)\Delta N$$

$$\alpha^2 (N_A + \Delta N) = N_A - \Delta N$$

$$e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}} = \sqrt{\frac{N_A - \Delta N}{N_A + \Delta N}}$$

$$\frac{\varepsilon_0}{kT} = \frac{1}{2} \ln \frac{N_A - \Delta N}{N_A + \Delta N} \rightarrow T = \frac{2\varepsilon_0}{k \ln \frac{N_A - \Delta N}{N_A + \Delta N}}$$

$$S = k \ln G = k \ln \left[\frac{N_A!}{\left(\frac{N_A - \Delta N}{2}\right)! \left(\frac{N_A + \Delta N}{2}\right)!} \right], \quad U = \varepsilon_0 \Delta N$$



Ответ: $\boxed{T = \frac{2\varepsilon_0}{k \ln \frac{N_A - \Delta N}{N_A + \Delta N}}}$

№8.59

Дано: $\nu = 1$ моль, 2 уровня: ε_0 и $-\varepsilon_0$;

Найти: C

Решение:

$$C = C_V + \frac{d(N_A\bar{\varepsilon})}{dT}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_0 e^{-\frac{\varepsilon_0}{kT}} - \varepsilon_0 e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}}}{e^{-\frac{\varepsilon_0}{kT}} + e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}}}$$

Обозначим $\alpha = e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}}$, тогда $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_0 \frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2}$

$$d\bar{\varepsilon} = \varepsilon_0 \cdot \frac{-2\alpha(1+\alpha^2) - 2\alpha(1-\alpha^2)}{(1+\alpha^2)^2} d\alpha = -\frac{4\alpha\varepsilon_0}{(1+\alpha^2)} d\alpha =$$

$$= -\frac{4e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}}}{\left(1+e^{\frac{2\varepsilon_0}{kT}}\right)^2} \cdot \left(-\frac{\varepsilon_0}{kT^2}\right) e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}} dT = \frac{\varepsilon_0^2}{kT^2} \cdot \frac{dT}{\operatorname{ch}^2(\varepsilon_0/kT)}$$

$$C = \frac{3}{2}R + N_A \cdot \frac{\varepsilon_0^2}{kT^2} \cdot \frac{1}{\operatorname{ch}^2(\varepsilon_0/kT)} = \left[\frac{3}{2} + \frac{(\varepsilon_0/kT)^2}{\operatorname{ch}^2(\varepsilon_0/kT)}\right] R$$

Ответ: $\boxed{C = \left[\frac{3}{2} + \frac{(\varepsilon_0/kT)^2}{\operatorname{ch}^2(\varepsilon_0/kT)}\right] R}$

№8.52

Дано: $T = 300\,°K$, $\nu_1 = 10^{13}$ Гц, $\nu_2 = 10^{14}$ Гц, $\nu = 4{,}7 \cdot 10^{13}$ Гц,

Найти: $\bar{\varepsilon}_1$, $\bar{\varepsilon}_2$, C_V

Решение:

$$\varepsilon_n = h\nu\left(n + \frac{1}{2}\right).$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n e^{-\varepsilon_n/kT}}{\sum e^{-\varepsilon_n/kT}} = \frac{-\frac{d}{d\left(\frac{1}{kT}\right)}\left[\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\varepsilon_n/kT}\right]}{\sum e^{-\varepsilon_n/kT}} =$$

$$= -\frac{d}{d\left(\frac{1}{kT}\right)}\left[\ln\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\varepsilon_n/kT}\right].$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\varepsilon_n/kT} = \cancel{e^{\frac{\hbar\omega}{2kT}}} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{\hbar\omega n}{kT}} = \frac{\cancel{e^{\frac{\hbar\omega}{2kT}}}\ 1}{1-e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}}.$$

Отсюда $\bar{\varepsilon} = \frac{d}{d\left(\frac{1}{kT}\right)}\left[\ln\left(1-e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}\right) \cancel{\left(-\frac{\hbar\omega}{2kT}\right)\ln e}\right] =$

$$= \frac{d}{d\left(\frac{1}{kT}\right)}\left[\ln\left(1-e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}\right) + \cancel{\frac{\hbar\omega}{2kT}}\right] = \cancel{\frac{\hbar\omega}{2}} + \frac{1}{1-e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}}\cdot \cancel{\tfrac{1}{2}}\hbar\omega e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} =$$

$$= \cancel{\hbar\omega\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT}-1}\right)} \quad \frac{\hbar\omega}{\cancel{1-e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}}\ e^{\hbar\omega/kT}-1}$$

Таким образом, $\bar{\varepsilon}_1 = \frac{\hbar\omega_1}{-1+e^{+\frac{\hbar\omega_1}{kT}}} \simeq 1{,}7\cdot 10^{-21}$ Дж

$\bar{\varepsilon}_2 = \frac{\hbar\omega_2}{-1+e^{+\frac{\hbar\omega_2}{kT}}} \simeq 7\cdot 10^{-27}$ Дж

$$C_V = \frac{d(N_A\bar{\varepsilon})}{dT} = N_A\cdot\hbar\omega\cdot\frac{d}{dT}\left(\frac{1}{e^{\hbar\omega/kT}-1}\right) =$$

$$= N_A\hbar\omega\cdot\left(-\frac{1}{\left(e^{\hbar\omega/kT}-1\right)^2}\right)\cdot\left(-\frac{\hbar\omega}{kT^2}\right)e^{\hbar\omega/kT} =$$

$$= \frac{R}{k}\cdot\frac{(\hbar\omega)^2}{kT^2}\cdot\frac{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}}{\left(e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}-1\right)^2} = R\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)^2\cdot\frac{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}}{\left(e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}-1\right)^2} \simeq 0{,}25\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot{}^\circ\text{K}}$$

Ответ: ~~$\bar{\varepsilon}_1$ $\bar{\varepsilon}_1$, Дж~~

$$\boxed{\begin{gathered}\bar{\varepsilon}_{\varepsilon} = \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}-1},\quad \bar{\varepsilon}_1 \simeq 1{,}7\cdot 10^{-21}\ \text{Дж},\ \bar{\varepsilon}_2 \simeq 7\cdot 10^{-27}\ \text{Дж} \\ C_V = R\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)^2\cdot\frac{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)}{\left(\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)-1\right)^2} \simeq 0{,}25\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot{}^\circ\text{K}}\end{gathered}}$$

19

Дано: $S = \frac{7}{2}$, $E_m = m\mu B$, $m = -S, -S+1, \ldots, S-1, S$,

$B_0 \to B_1 = 0$ $\left(B_0 \gg \frac{kT}{\mu}\right)$, $T = 1$ К, $\nu = 1$ моль

Найти: $\Delta S, Q$

Решение:

При $B = B_0$ все молекулы выставлены по полю,

$S_0 = 0$.

$B = B_1$: $G = \dfrac{N_A!}{\left(\left(\frac{N_A}{8}\right)!\right)^8}$, 8 - число возможных

состояний $\left(-\frac{7}{2}, -\frac{5}{2}, \ldots\right)$

$$S_1 = k\ln G = k\left[\ln N_A! - 8\ln\left(\frac{N_A}{8}\right)!\right] \approx k\left[N_A\ln N_A - 8\frac{N_A}{8}\ln\frac{N_A}{8}\right] =$$

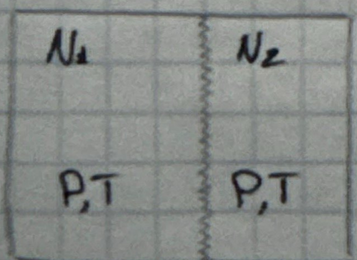
$$= kN_A\ln 8.$$

$$\Delta S = S_1 - S_0 = kN_A\ln 8 = R\ln 8$$

$$Q = T\Delta S = \cancel{TkN_A\ln 8}\ RT\ln 8.$$

Ответ: $\boxed{\Delta S = R\ln 8 \approx 17\ \frac{Дж}{К},\ Q = RT\ln 8 \approx 17\ Дж}$

19.45



Дано: N_1, N_2, а) газы различны

б) газы одинаковы.

Найти: ΔS

Решение:

а) $\Delta S = k \ln \frac{G_к}{G_н}$

$G_н = C_{N_1}^{N_1} \cdot C_{N_2}^{N_2} = 1.$

$G_к = C_{N_1+N_2}^{N_1} = \frac{(N_1+N_2)!}{N_1!\,N_2!}$

$\Delta S = k\left[\ln(N_1+N_2)! - \ln N_1! - \ln N_2!\right] \simeq$

$\simeq k\left[(N_1+N_2)\ln(N_1+N_2) - N_1 \ln N_1 - N_2 \ln N_2\right] =$

$= k N_1 \ln \frac{N_1+N_2}{N_1} + k N_2 \ln \frac{N_1+N_2}{N_1}$

б) $G_н = G_к = 1 \Rightarrow \Delta S = 0$

Ответ: $\boxed{а)\ \Delta S = k\left[N_1 \ln \frac{N_1+N_2}{N_1} + N_2 \ln \frac{N_1+N_2}{N_2}\right],\ б)\ \Delta S = 0}$

12 неделя

№9.6

Дано: ~~$\alpha = \frac{\sigma_n}{N} = 10^{-6}$~~ $\alpha = \frac{\sigma_n}{\bar{n}} = 10^{-6}$

Найти: $\bar{n}$, V

Решение:

$\sigma_n = \sqrt{\bar{n}}$, $\alpha = \frac{\sigma_n}{\bar{n}} = \frac{1}{\sqrt{\bar{n}}} \Rightarrow \bar{n} = \alpha^{-2} = 10^{12}$.

$V = \bar{n} \cdot \frac{1}{N}$, $N = 2{,}7 \cdot 10^{19}$ см$^{-3}$ - кол-во молекул на единицу объёма при нормальных условиях

$V = \frac{1}{N\alpha^2} \simeq 3{,}7 \cdot 10^{-8}$ см^3

Ответ: $\boxed{\bar{n} = \alpha^{-2} = 10^{12},\ V = \frac{1}{N\alpha^2} \simeq 3{,}7 \cdot 10^{-8}\text{ см}^3}$

№9.8

Дано: $\nu = 10^{-3}$ моль, $P = const$

Найти: $\frac{\Delta T}{T}$.

Решение:

$PV = \nu kT \Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{\sigma_V}{V}$, ~~$V = \frac{n}{N}, \sigma_V = \frac{\sqrt{n}}{N}$~~

Аналогично задаче 9.6: $V = \frac{n}{N}$, $\sigma_V = \frac{\sigma_n}{N} = \frac{\sqrt{n}}{N}$

Таким образом, $\frac{\Delta T}{T} = \frac{\sqrt{\bar{n}}}{\bar{n}} = \frac{1}{\sqrt{N_A \nu}} \simeq 4 \cdot 10^{-11}$

Ответ: $\boxed{\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{\sqrt{N_A \nu}} \simeq 4 \cdot 10^{-11}}$

29.28

Дано: $r = 0{,}01$ мм, $\beta_T = 3{,}9 \cdot 10^{-6}$ атм$^{-1}$, $T = 300\,^\circ K$

Найти: $\frac{\delta_V}{V}$.

Решение:

Флуктуация объёма: $\delta_V^2 = \frac{kT}{(\partial P/\partial V)_T}$

$\beta_T = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = \frac{1}{\beta_T V}$ $\Bigg| \Rightarrow$

$\Rightarrow \delta_V = \sqrt{kT\beta_T V}\,, \quad \frac{\delta_V}{V} = \sqrt{\frac{kT\beta_T}{V}} = \sqrt{\frac{3kT\beta_T}{4\pi r^3}} \simeq 3{,}6 \cdot 10^{-9}.$

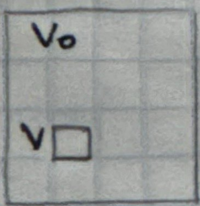
Ответ: $\boxed{\frac{\delta_V}{V} = \sqrt{\frac{3kT\beta_T}{4\pi r^3}} \simeq 3{,}6 \cdot 10^{-9}.}$

29.11

Дано: $V = 1$ мкм^3, $V_0 = 25$ л, $P_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 300\,^\circ K$, $\Delta T = 0{,}1\,^\circ K$

Найти: $\frac{\omega_1}{\omega_0}$

Решение:



$\Delta U = c_V \nu\, \Delta T + c_V(\nu_0 - \nu)\, \Delta T_1 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta T_1 = \frac{-\nu}{\nu_0 - \nu}\Delta T.$

$\Delta S = c_V \nu \ln \frac{T}{T_0} + c_V(\nu_0 - \nu)\ln\frac{T_1}{T_0} =$

$= c_V \nu \ln\left(1 + \frac{\Delta T}{T_0}\right) + c_V(\nu_0 - \nu)\ln\left(1 + \frac{\Delta T_1}{T_0}\right) =$

$= c_V\left[\nu\left(\frac{\Delta T}{T_0} - \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2\right) + (\nu_0 - \nu)\left(\frac{\Delta T_1}{T_0} - \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta T_1}{T_0}\right)^2\right)\right] =$

$= c_V\left[\nu\frac{\Delta T}{T_0} - \frac{1}{2}\nu\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2 - (\nu_0 - \nu)\cdot\frac{\nu}{\nu_0 - \nu}\cdot\frac{\Delta T}{T_0} - (\nu_0 - \nu)\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\nu^2}{(\nu_0 - \nu)^2}\cdot\frac{\Delta T^2}{T_0^2}\right] =$

$$= -\frac{C_V}{2}\left[\upsilon + \frac{\upsilon^2}{\upsilon_0-\upsilon}\right]\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2 = -\frac{C_V\upsilon}{2}\left(\frac{\upsilon_0-\upsilon+\upsilon}{\upsilon_0-\upsilon}\right)\cdot\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2 =$$

$$= -\frac{C_V\upsilon}{2}\cdot\frac{1}{1-\frac{\upsilon}{\upsilon_0}}\cdot\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2 \simeq -\frac{C_V\upsilon}{2}\cdot\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2.$$

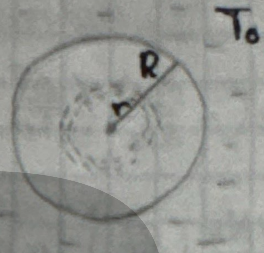
$$\Delta S = k\ln\frac{\omega_1}{\omega_0} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_0} = \exp\left(\frac{\Delta S}{k}\right) = \exp\left(-\frac{C_V\upsilon}{2k}\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2\right) =$$

$$= \exp\left[-\frac{3}{4}k\cdot\frac{1}{k}\cdot\frac{P_0V}{RT_0}\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2\right] = \exp\left[-\frac{3}{4}\cdot\frac{P_0VN_A}{RT_0}\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2\right] \simeq 0{,}14$$

Ответ: $\boxed{\frac{\omega_1}{\omega_2} = \exp\left[-\frac{3}{4}\cdot\frac{P_0VN_A}{RT_0}\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2\right] \simeq 0{,}14}$

13 неделя

Д10.15



Дано: $R = 10$ см, $q = 100 \frac{Вт}{см^3}$, $T_0 = 373$ К,

$\chi = 400 \frac{Вт}{м \cdot К}$

Найти: $T(r)$, $T(r=0)$

Решение:

Суммарный поток через сферу радиусом r:

$$J = j \cdot 4\pi r^2 = -\chi \cdot \frac{dT}{dr} \cdot 4\pi r^2.$$

Он должен быть равен кол-ву тепла, выделяющегося внутри сферы в секунду:

$$J = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot q$$

Таким образом $\frac{4}{3}\pi r^3 q = -4\pi r^2 \chi \frac{dT}{dr}$

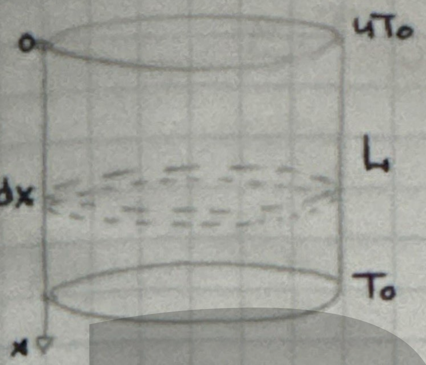
$$q r dr = -3\chi dT$$

$$T = -\frac{q}{6\chi} r^2 + c$$

$$T(r=R) = T_0 \Rightarrow c = T_0 + \frac{q}{6\chi} R^2$$

$$\boxed{T(r) = T_0 + \frac{q}{6\chi}(R^2 - r^2), \quad T(r=0) = T_0 + \frac{qR^2}{6\chi}}$$

№10.36



Дано: Изначально $T=T_0$, $P=P_0$, затем температуры днища и крышки поддерживают равными T_0 и $4T_0$,

$\chi = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{n\sigma}\cdot\bar{v}\,n\,c_v \sim \bar{v} \sim \sqrt{T}$

Найти: P

$$j = -\chi\frac{dT}{dx} \Rightarrow j\,dx = -\alpha\sqrt{T}\,dT$$

В установившемся режиме поток постоянен и не зависит от x.

$$jx = -\alpha\cdot\frac{2}{3}\left(T^{3/2} - 8T_0^{3/2}\right) = +\frac{2\alpha}{3}\left(8T_0^{3/2} - T^{3/2}\right)$$

$$jL = \frac{2\alpha}{3}\cdot 7T_0^{3/2} \Rightarrow \frac{3j}{2\alpha} = \frac{7T_0^{3/2}}{L}$$

Отсюда: $7T_0^{3/2}\cdot\frac{x}{L} = 8T_0^{3/2} - T^{3/2}$, $T = \left(8 - 7\frac{x}{L}\right)^{2/3}\cdot T_0$.

Изначально число частиц было равно $N_1 = nV = \frac{P_0}{kT}SL$

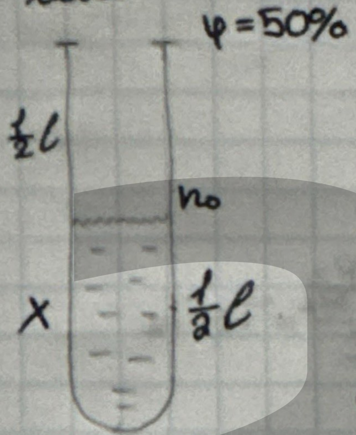
$$n(x) = \frac{P}{kT(x)} = \frac{P}{kT_0\left(8-\frac{7x}{L}\right)^{2/3}}$$

$$N_2 = \int_0^L n(x)\cdot S\,dx = \frac{PS}{kT_0}\int_0^L \frac{dx}{\left(8-\frac{7x}{L}\right)^{2/3}} = \left\{\xi = 8 - \frac{7x}{L}\right\} =$$

$$= \frac{PS}{kT_0}\int_8^1 \frac{-\frac{L}{7}d\xi}{\xi^{2/3}} = -\frac{PSL}{7kT_0}\int_8^1 \xi^{-2/3}d\xi = +\frac{PSL}{7kT_0}\cdot 3\left(8^{1/3} - 1^{1/3}\right) =$$

$$= \frac{3}{7}\cdot\frac{P}{kT_0}SL. \quad N_1 = N_2 \Rightarrow \boxed{P = \frac{7}{3}P_0}$$

№10.106



Дано: $l = 10$ см, $T = 300$ К, $\varphi = 50\%$,

$P_н = 20$ Тор, $\lambda \simeq 10^{-5}$ см

Найти: τ

Решение:

$$j = -D\frac{dn}{dx} = -\frac{1}{3}\lambda\bar{v}\cdot\frac{\varphi n_0 - n_0}{l-x} = \frac{1}{6}\lambda\bar{v}\cdot\frac{n_0}{l-x}$$

n_0 - концентрация насыщенного пара : $n_0 = \frac{P_н}{kT}$

$$dN = -\frac{dx\cdot\rho S}{m} = jS\,dt$$

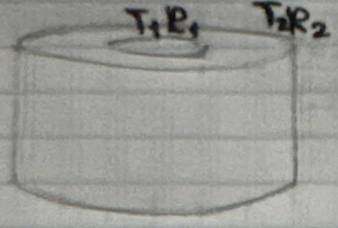
Отсюда $-\frac{\rho}{m}dx = \frac{1}{6}\lambda\bar{v}\frac{P_н}{kT}\cdot\frac{1}{l-x}dt$

$$dt = -\frac{6\rho kT}{P_н m\lambda\bar{v}}(l-x)dx$$

$$\tau = -\frac{6\rho kT}{P_н m\lambda\bar{v}}\int_{\frac{1}{2}l}^{0}(l-x)\,dx = \frac{6\rho RT}{P_н\mu\lambda\bar{v}}\cdot\frac{3}{8}l^2 = \frac{9\rho RTl^2}{4P_н\mu\lambda\bar{v}}$$

Ответ: $\boxed{\tau = \frac{9\rho RTl^2}{4P_н\mu\lambda}\cdot\sqrt{\frac{\pi\mu}{8RT}} \simeq 228 \text{ сут.}}$

T10



Дано: $T_1 = 390$ К, $k = 2{,}7\cdot 10^{-2}\ \frac{Вт}{К\cdot м}$,

$\frac{R_2}{R_1} = 2{,}7$, $T_2 = 300$ К, $R \in [R_1; R_2]$ – ΔT(~~...~~)

Найти: $\dot{S}$

Решение:

$j = -k\frac{dT}{dr}$

$J = -2\pi r k \frac{dT}{dr}$

$J(r,t) = const: -\frac{J}{2\pi k}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} = \int_{T_1}^{T_2} dT \Rightarrow \frac{J \ln\frac{R_2}{R_1}}{2\pi k} = T_1 - T_2$

Получаем $J = \frac{2\pi k (T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$

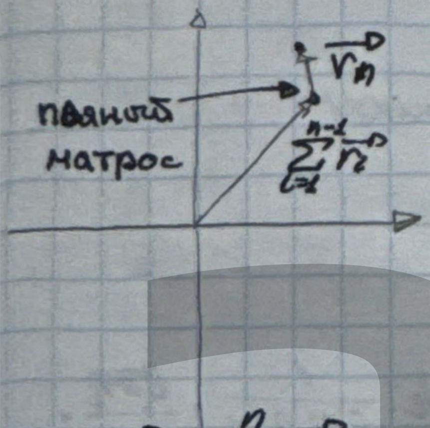
Чтобы температура стержня оставалась постоянной, к нему должно подводиться тепло. Из-за стационарности ~~остальныя~~ температуры ~~Эн~~ энтропия меняется в двух местах: на ~~вн~~ поверхностях пенопластовой оболочки.

$$\dot{S} = \frac{dQ}{T_1 dt} - \frac{dQ}{T_2 dt} = J\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) = \frac{2\pi k (T_1 - T_2)^2}{T_1 T_2 \ln\frac{R_2}{R_1}}$$

Ответ: $\boxed{\dot{S} = \frac{2\pi k (T_1 - T_2)^2}{T_1 T_2 \ln\frac{R_2}{R_1}} \simeq 1{,}5\ \frac{мВт}{К\cdot м}}$

14 неделя

T12



Дано: $|\vec{r}_i| = \lambda = 0{,}5$ м, $\tau = 1$ ~~час~~ с, $t = 1$ час

Найти: $\sqrt{\overline{\Delta r^2}}$

Решение:

$$\vec{r}_n = \sum_{i=1}^{n}\vec{r}_i$$

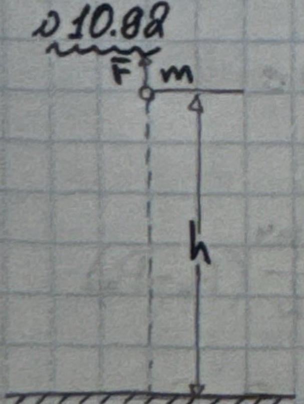
$$\overline{\Delta r^2} = \overline{\vec{r}_n^{\,2}} = \overline{\left(\sum_{i=1}^{n}\vec{r}_i\right)^2} = \sum_{i=1}^{n}(\vec{r}_i)^2 + 2\sum_{1\le i<j\le n}(\vec{r}_i, \vec{r}_j)$$

$$\overline{\Delta r^2} = \sum_{i=1}^{n}\overline{\vec{r}_i^{\,2}} + \underbrace{2\sum_{1\le i<j\le n}\overline{|\vec{r}_i||\vec{r}_j|\cos\alpha}}_{0} = n\lambda^2$$

$$\sqrt{\overline{\Delta r^2}} = \lambda\sqrt{n} = \lambda\sqrt{\frac{t}{\tau}}, \quad D = \frac{\overline{\Delta r^2}}{4t} = \frac{\lambda^2}{4\tau}$$

Ответ: $\boxed{\sqrt{\overline{\Delta r^2}} = \lambda\sqrt{\frac{t}{\tau}} = 30\text{ м}, \quad D = \frac{\lambda^2}{4\tau} = 225\ \frac{\text{м}^2}{\text{ч}}}$

№10.82



Дано: $m = 10^{-10}$ г, $h = 1$ м, $T = 300$ К,

$\rho = 0{,}9\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, $\eta = 1{,}8\cdot10^{-4}$ П $= 1{,}8\cdot10^{-5}$ Па·с

Проверить применимость формулы Стокса.

Найти: $\langle r^2\rangle$

Решение:

$$F = 6\pi\eta v r = mg \Rightarrow v = \frac{mg}{6\pi\eta r}$$

$$\frac{m}{\rho} = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}\cdot\frac{m}{\rho}} \simeq \cancel{3}\ 3\text{ мкм}$$

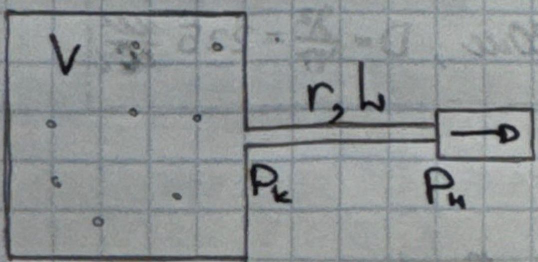
$$v = \frac{mg}{6\pi\eta}\sqrt[3]{\frac{4\pi}{3}\frac{\rho}{m}}$$

$$\langle r^2\rangle = 4Dt \simeq 4kTB\cdot\frac{h}{v} = 4kTh\cdot\frac{1}{6\pi\eta r}\cdot\frac{6\pi\eta}{mg}\cdot\sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}} = \frac{4kTh}{mgr}\sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}} = \frac{4kTh}{mg}\ \cancel{\simeq 0{,}13\text{ мкм}^2}.$$

$$Re = \frac{\rho v r}{\eta} = \frac{\rho}{\eta}\cdot\frac{mg}{6\pi\eta r}\cdot r = \frac{mg\rho}{6\pi\eta^2} \sim 0{,}15 \ll 1.$$

Ответ: $\boxed{Re = \frac{mg\rho}{6\pi\eta^2} \sim 0{,}15 \ll 1,\ \sqrt{\langle r^2\rangle} = \sqrt{\frac{4kTh}{mg}} \simeq 0{,}13\text{ мкм}}$

№10.68



Дано: $V = 100$ л, $r = 2$ см,

$L = 1$ м, $P_1 = 1$ атм, $P_2 = 10^{-1}$ мм рт.ст.

$\eta = 1{,}8\cdot 10^{-5}$ Па·с

Решение:

По формуле Пуазейля: $\frac{dm}{dt} = Q = \frac{\rho\pi r^4}{8\eta L}(P_н - P_к)$

$\rho = \frac{P\mu}{kT}$, для оценки возьмём $P = \frac{P_н + P_к}{2}$.

$m = \frac{P_к V\mu}{kT}$, отсюда $dm = \frac{V\mu}{kT}dP_к$.

Получаем: $\frac{V\mu}{kT}\frac{dP_к}{dt} = \frac{\pi r^4}{8\eta L}\cdot\frac{\mu}{kT}\cdot\frac{P_н^2-P_к^2}{2}$.

$$dt = \frac{16\eta L V}{\pi r^4}\,\frac{dP_к}{P_н^2-P_к^2}.$$

Так как насос идеальный, $P_н = 0$

$$\int_0^t dt = \frac{16\eta L V}{\pi r^4}\int_{P_1}^{P_2}\left(-\frac{dP_к}{P_к^2}\right)$$

$$t = \frac{16\eta L V}{\pi r^4}\left(\frac{1}{P_2}-\frac{1}{P_1}\right)$$

Ответ: $\boxed{t = \frac{16\eta L V}{\pi r^4}\left(\frac{1}{P_2}-\frac{1}{P_1}\right) \approx 4{,}4\,с}$

№10.69

Условие такое же как 10.68, но $P_1 = 10^{-4}$ Тор, $P_2 = 10^{-2}$ Тор

В трубке возникает диффузия воздуха.

Длина свободного пробега: $\lambda \approx 2r$ (между стенками трубки).

$$j = -D\frac{dn}{dx} \approx -\frac{1}{3}\lambda\bar{v}\cdot\frac{n_н - n_к}{L} \approx +\frac{1}{3}\lambda\bar{v}\cdot\frac{n_к}{L} =$$

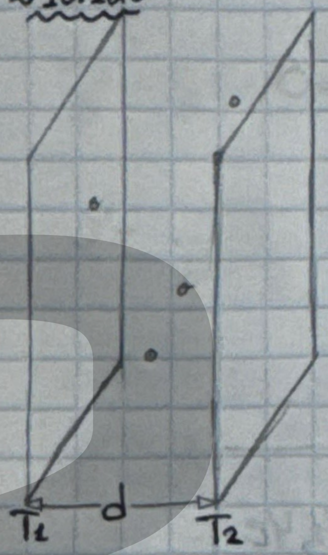
$$= +\frac{1}{3}\cdot 2r\cdot\sqrt{\frac{8kT}{\pi\mu}}\cdot\frac{n_к}{L}$$

$$J = -\frac{dN}{dt} = \pi r^2\cdot\frac{2}{3}r\cdot 2\sqrt{\frac{2kT}{\mu}}\cdot\frac{N}{VL} = \frac{4}{3}r^3\sqrt{\frac{2\pi kT}{\mu}}\cdot\frac{N}{VL}.$$

$$\int_0^t dt = -\frac{3VL}{4r^3}\cdot\sqrt{\frac{\mu}{2\pi kT}}\cdot\int_{N_1}^{N_2}\frac{dN}{N} = -\frac{3VL}{4r^3}\sqrt{\frac{\mu}{2\pi kT}}\ln\frac{P_2}{P_1}$$

Ответ: $\boxed{t = \frac{3VL}{4r^3}\sqrt{\frac{\mu}{2\pi RT}}\ln\frac{P_1}{P_2} \approx 88c}$

№10.120



Дано: $\lambda \gg d$, n, m

Найти: q

Решение:

Поток частиц между пластинами: $j = -D\frac{dn}{dx}$

Пусть n_1 - концентрация частиц, летящих от „T_1", n_2 - от „T_2"

Будем считать, что потоки частиц от „T_1" и от „T_2" равны, тогда $\frac{1}{4}n_1\bar{v}_1 = \frac{1}{4}n_2\bar{v}_2$ или $n_1\sqrt{T_1} = n_2\sqrt{T_2}$

$$n_1 + n_2 = n \Rightarrow n_1 = \frac{\sqrt{T_2}}{\sqrt{T_1}+\sqrt{T_2}}n,\quad n_2 = \frac{\sqrt{T_2}}{\sqrt{T_1}+\sqrt{T_2}}n$$

Средняя энергия частиц, летящих вправо такая же как у частиц пролетающих через отверстие: $\bar{\varepsilon}_1 = 2kT_1$. Аналогично $\bar{\varepsilon}_2 = 2kT_2$.

$$q = \frac{1}{4}n_1\bar{v}_1\bar{\varepsilon}_1 - \frac{1}{4}n_2\bar{v}_2\bar{\varepsilon}_2 = \frac{k}{2\sqrt{T_1}+\sqrt{T_2}}\cdot\sqrt{\frac{8k}{\pi m}}\left(T_1\sqrt{T_1}\sqrt{T_2} - T_2\sqrt{T_2}\sqrt{T_1}\right)$$

$$= \frac{1}{4} \frac{\sqrt{T_2}}{\sqrt{T_1}+\sqrt{T_2}} n \cdot \sqrt{\frac{8kT_1}{\pi m}} \cdot 2kT_1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T_1}+\sqrt{T_2}} n \cdot \sqrt{\frac{8kT_2}{\pi m}} \cdot 2kT_2 =$$

$$= \frac{1}{2} nk \cdot \frac{1}{\sqrt{T_1}+\sqrt{T_2}} \sqrt{\frac{8kT_1T_2}{\pi m}} (T_1 - T_2) = nk\sqrt{\frac{2kT_1T_2}{\pi m}}\left(\sqrt{T_1}-\sqrt{T_2}\right)$$

Ответ: $\boxed{q = n\sqrt{\frac{2k^3T_1T_2}{\pi m}}\left(\sqrt{T_1}-\sqrt{T_2}\right)}$