1 неделя

№1.40

Дано: He, политропический процесс,

$V_1 = 4$ л, $V_2 = 1$ л, $p_1 = 1$ атм, $P_2 = 8$ атм, $T = 300$ К

Найти: C

$PV^n = const \Rightarrow \frac{p_1}{p_2}\cdot\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^n = 1 \quad \left(n = \frac{c - c_p}{c - c_v}\right)$

$\frac{1}{8}\cdot 4^n = 1 \Rightarrow n = \frac{3}{2}$.

$c_v = \frac{3}{2}\nu R$

$c_p = \frac{5}{2}\nu R$

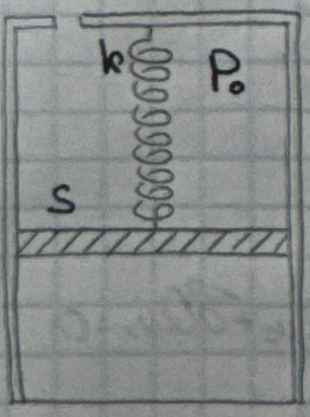
$2c - 2c_p = 3c - 3c_v \Rightarrow c = 3c_v - 2c_p = \cancel{\frac{9}{2}\nu R} - \frac{1}{2}\nu R$

$p_1V_1 = \nu RT \Rightarrow \nu R = \frac{p_1V_1}{T}$, таким образом

$C = -\frac{1}{2}\cdot\frac{p_1V_1}{T} \approx -0{,}67\ \frac{Дж}{К}$

Ответ: $\boxed{-0{,}67\ \frac{Дж}{К}}$

№1.54



Дано: P_0, k, S, V_0, $P_0S^2 = kV_0$, $\nu = 1$ моль

Найти: C

$$\begin{cases} \delta Q = C_v dT + p dV & (1) \\ pV = \nu RT & (2) \\ PS = P_0 S - k\dfrac{V_0 - V}{S^2} = P_0 S - \dfrac{kV_0}{S^2}\cdot S + \dfrac{kV}{S^2} = \dfrac{kV}{S} & (3) \end{cases}$$

Из (3) $\Rightarrow P = \dfrac{kV}{S^2}$. Подставляем в (2):

$$\frac{k}{S^2}V^2 = \nu RT \Rightarrow \frac{k}{S^2}VdV = \frac{1}{2}\nu R dT.$$

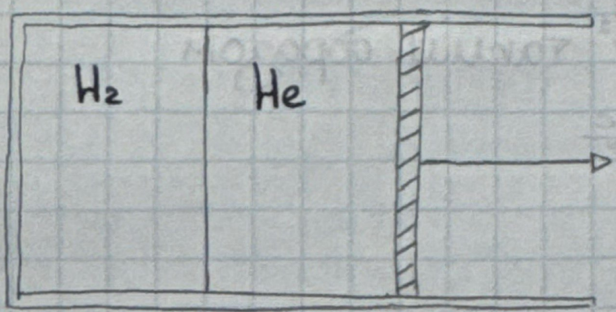
Подставляем $P = \dfrac{kV}{S^2}$ в (1):

$$\delta Q = C_v dT + \frac{k}{S^2}VdV = C_v dT + \frac{1}{2}\nu R dT.$$

$$C = \frac{\delta Q}{dT} = C_v + \frac{1}{2}\nu R = C_v + \frac{1}{2}R.$$

Ответ: $\boxed{C = C_v + \frac{1}{2}R.}$

№1.87



Дано: $\nu_{H_2} = \nu_{He} = 1$ моль,

$P_{H_2}(0) = P_{He}(0) = P_0$

$T_{H_2}(0) = T_{He}(0) = T_0 = 293\,K$

$V'_{He} = 2V_{He}(0)$

Найти: T.

$$\delta Q_{H_2} = \frac{5}{2}\nu R dT$$

$$\delta Q_{He} = \frac{3}{2}\nu R dT + P_{He}dV$$

Сосуд теплоизолированный $\Rightarrow \delta Q_{He} + \delta Q_{H_2} = 0$

$$4\nu R dT + P_{He}dV = 0;$$

$P_{He}V = \nu RT \Rightarrow \nu R dT = P_{He}dV + VdP_{He}$.

Получаем:

$5P_{He}dV + 4VdP_{He} = 0$

$4\frac{dP_{He}}{P_{He}} = -5\frac{dV}{V} \Rightarrow 4\ln\frac{P_{He}}{P_0} = -5\ln\frac{V}{V_0}$

В конечный момент $V = 2V_0 \Rightarrow \ln\left(\frac{P}{P_0}\right)^4 =$

$= \ln\left(\frac{V_0}{2V_0}\right)^5 = \ln\frac{1}{32} \Rightarrow \frac{P}{P_0} = \sqrt[4]{\frac{1}{32}} = \frac{1}{2\sqrt[4]{2}}$

$\begin{cases} P \cdot 2V_0 = \nu RT \\ P_0V_0 = \nu RT_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{T}{T_0} = 2\frac{P}{P_0} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \Rightarrow T = \frac{T_0}{\sqrt[4]{2}} \simeq 246\ К.$

Ответ: $\boxed{\sim 246\ К.}$

22.6

He, $\mu_{Ar} = 40\frac{г}{моль}$, $\nu_{Ar} = \frac{1}{100}\nu_{He}$

Найти: $\frac{\Delta \upsilon_{зв}}{\upsilon_{зв}}$

$\upsilon_{зв} = \sqrt{\frac{C_P}{C_V}\cdot\frac{RT}{\mu}}$

$\frac{\partial \upsilon_{зв}}{\partial \mu} = \sqrt{\frac{C_P}{C_V}RT}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{\mu\sqrt{\mu}} = \upsilon_{зв}\cdot -\frac{1}{2\mu}$.

$\left|\frac{\Delta \upsilon_{зв}}{\upsilon_{зв}}\right| = \frac{1}{2}\frac{\Delta\mu}{\mu_{He}}$

$\Delta\mu = \frac{m'}{\nu'} - \mu_{He} = \frac{\frac{99}{100}\nu_{He}\mu_{He} + \frac{1}{100}\nu_{He}\mu_{Ar}}{\nu_{He}} - \mu_{He} =$

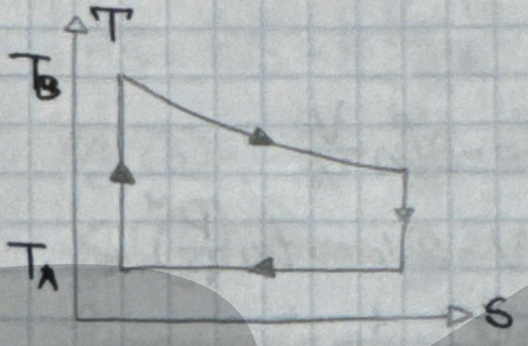
$= \frac{99}{100}\mu_{He} - \frac{1}{100}\mu_{Ar} - \mu_{He} = \frac{1}{100}(\mu_{Ar} - \mu_{He})$

$\left|\frac{\Delta \upsilon_{зв}}{\upsilon_{зв}}\right| = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{100}\left(\frac{\mu_{Ar}}{\mu_{He}} - 1\right) = 4{,}5\%$

Ответ: $\boxed{4{,}5\%}$

2 неделя

23.25



Дано: $m_в = 1$ кг, $T_в = 373$ К,

$m_л = 1$ кг, $T_л = 273$ К

$q = 80 \frac{\text{ккал}}{\text{кг}}$

Найти: A_{max}, $T_в'$

$$\eta = 1 \cancel{+} \frac{\delta Q_л}{\delta Q_в} = 1 - \frac{T_л}{T_в} \Rightarrow \frac{\delta Q_л}{T_л} = -\frac{\delta Q_в}{T_в}$$

$$-\frac{q\,dm_л}{T_л} = \frac{c m_в dT_в}{T_в}$$

$$-\frac{q m_л}{T_л} = c m_в \ln\frac{T_в'}{T_в}$$

$$T_в' = T_в e^{-\frac{q m_л}{c m_в T_л}}$$

$$\delta A = \delta Q_л \cancel{+} - \delta Q_в = \left(\frac{T_л}{T_в} - 1\right)\delta Q_в = \left(\frac{T_л}{T_в} - 1\right) c m_в dT_в$$

$$A = c m_в T_л \ln\frac{T_в'}{T_в} - c m_в (T_в' - T_в) =$$

$$= c m_в (T_в - T_в') + c m_в T_л \cdot \left(-\frac{q m_л}{c m_в T_л}\right) =$$

$$= c m_в T_в \left(1 - \exp\left(-\frac{q m_л}{c m_в T_л}\right)\right) \cancel{+} q m_л$$

Ответ: $\boxed{A_{max} - c m_в T_в \left(1 - \exp\left(-\frac{q m_л}{c m_в T_л}\right)\right) - q m_л \approx 62 \text{ кДж}}$

$\boxed{T_в' = T_в \exp\left(-\frac{q m_л}{c m_в T_л}\right) \approx 278 \text{ К}}$

№3.43

Горелка: $t_1 = -3°C$, $t_2 = -23°C$

Движок: $\eta = 0{,}4$

Найти t_x

$P_{гор} = \alpha (T_1 - T_2)$; $P_{нагр} = \alpha (T_x - T_2)$

$P_{нагр} - P_{хол} = P_{полезн} = \eta P_{гор}$

$$\frac{P_{нагр} - P_{хол}}{P_{нагр}} = \eta \cdot \frac{P_{гор}}{P_{нагр}}$$

$$\frac{T_x - T_2}{T_x} = \eta \frac{T_1 - T_2}{T_x - T_2}$$

$T_x^2 - 2T_2T_x + T_2^2 = \eta (T_1 - T_2) T_x$

$T_x^2 - (2T_2 + \eta(T_1 - T_2)) T_x + T_2^2 = 0$;

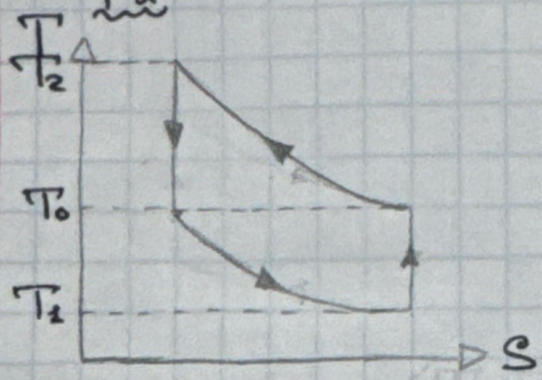
$D = 4T_2^2 + \eta^2 T_1^2 - 2\eta^2 T_1 T_2 + \eta^2 T_2^2 + 4\eta T_2 (T_1 - T_2) - 4T_2^2 =$

$= \eta^2 (T_1 - T_2)^2 + 4\eta T_2 (T_1 - T_2) = \eta (T_1 - T_2)(\eta T_1 - \eta T_2 +$

$+ 4T_2)$

$$\boxed{T_x = \frac{2T_2 + \eta(T_1 - T_2) \oplus \sqrt{\eta(T_1 - T_2)(\eta T_1 - \eta T_2 + 4T_2)}}{2} \qquad t_x = 26°C}$$

T2



Дано: $\nu_1=\nu_2=1$ моль, $T_0=300$ К, $T_1=200$ К, $V_1=V_2$ (у сосудов)

Найти: A_{min}, T_2

Решение:

$$\frac{\delta Q_1}{T_1}=-\frac{\delta Q_2}{T_2}$$

$$\frac{c_V dT_1}{T_1}=-\frac{c_V dT_2}{T_2} \Rightarrow \int_{T_0}^{T_1}\frac{dT_1}{T_1}=-\int_{T_0}^{T_2}\frac{dT_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_1}{T_0}=\frac{T_0}{T_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2=\frac{T_0^2}{T_1}=450 \text{ К}$$

$$\delta A_{min}=\delta Q_1+\delta Q_2=\frac{5}{2}\nu R(dT_1+dT_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{min}=\frac{5}{2}\nu R(T_1-T_0+T_2-T_0)=\frac{5}{2}\nu R(T_1+T_2-2T_0)\approx$$

≈ 1 кДж

Ответ: $\boxed{T_2=\frac{T_0^2}{T_1}=450 \text{ К},\ A_{min}=\frac{5}{2}\nu R(T_1+T_2-2T_0)\approx 1 \text{ кДж}}$

№4.80

Дано: CO_2, $\rho(H)=\frac{1}{n}\rho(0)$, $n=2$, $g=8{,}87\ \frac{м}{с^2}$,

$H=12{,}2$ км, $C_V=5R$. атмосфера адиабатическая.

Найти: $T_{пов}$

1. $dP = -\cancel{\ }\rho g dh = -\frac{m}{V} g dh$, откуда $VdP = -mgdh$

2. $\cancel{dS = 0 =}\ \delta Q = C_V dT \cdot \nu + pdV = 0$;

$\nu C_V dT + \nu R dT = VdP$;

$\nu (C_V + R) dT = -mgdh$

$\frac{m}{\mu}(C_V + R) dT = -mgdh$

$dT = -\frac{\mu g}{C_V + R} dh \Rightarrow T_н - T_{пов} = -\frac{\mu g}{C_V + R} H$

3. Адиабата $\Rightarrow PV^{\gamma} = const \Rightarrow TV^{\gamma - 1} = const \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{T}{\rho^{\gamma-1}} = const$

$\frac{T_н}{\rho_н^{\gamma-1}} = \frac{T_{пов}}{\rho_0^{\gamma-1}} \Rightarrow \frac{T_н}{T_{пов}} = \left(\frac{\rho_н}{\rho_0}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{n}\right)^{\gamma-1}$

$T_{пов}\left(1 - \frac{1}{n^{\gamma-1}}\right) = \frac{\mu g H}{C_V + R}$

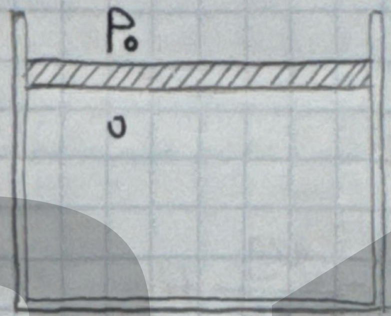
$$\boxed{T_{пов} = \frac{\mu g H}{(C_V + R)\left(1 - \frac{1}{n^{\gamma-1}}\right)} \approx 440K}$$

~~Отв~~

Донатик

$\boxed{\text{3 неделя}}$

24.75



Дано: Резко $2p_0$, после наступления теплового равновесия: p_0, $\nu = 1$ моль, $i = 3$

Найти: ΔS

$$\delta Q = 0 \Rightarrow dU = -\delta A$$

1) $\cancel{\frac{3}{2}\nu k dT = -2p_0}$ $\frac{3}{2}\nu k(T_2 - T_1) = -2p_0(V_2 - V_1) =$

$$= -\nu k T_2 + 2\nu k T_1 = \nu k(2T_1 - T_2)$$

$$3T_2 - 3T_1 = 4T_1 - 2T_2 \Rightarrow T_2 = \frac{7}{5}T_1$$

2) $\frac{3}{2}\nu k(T_3 - T_2) = -p_0(V_3 - V_2) = -\nu k T_3 + \frac{1}{2}\nu k T_2$

$$3T_3 - 3T_2 = -2T_3 + T_2 \Rightarrow T_3 = \frac{4}{5}T_2 = \frac{28}{25}T_1$$

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{\frac{3}{2}\nu k dT + p dV}{T} = \frac{5}{2}\nu k \frac{dT}{T} \quad (\text{т.к. } dP = 0)$$

$$\Delta S = \frac{5}{2}\nu k \ln\frac{T_3}{T_1} = \frac{5}{2}\nu k \ln\frac{28}{25} = 2{,}4\ \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

Ответ: $\boxed{\Delta S = \frac{5}{2}\nu k \ln\frac{28}{25} \approx 2{,}4\ \frac{\text{Дж}}{\text{К}}}$

24.43

Дано: $V_1 = 3л$, $\nu_1 = 0,5$ моль, O_2

$V_2 = 5л$, $\nu_2 = 0,5$ моль, N_2

$T = 300K = const$

Найти: A_{max}

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow TdS \geq dU + \delta A = \delta A$$

$$A \leq T(S_{K} - S_{H}) = T(\Delta S_1 + \Delta S_2)$$

$$\delta Q_1 = \delta A_1 = p dV$$

$$dS_1 = \frac{\delta Q_1}{T} = \frac{p}{T} dV = \nu_1 R \cdot \frac{dV}{V} \Rightarrow \Delta S_1 = \nu_1 R \ln \frac{V_1 + V_2}{V_1}$$

Аналогично $\Delta S_2 = \nu_2 R \ln \frac{V_1+V_2}{V_2}$.

$$A_{max} = \boxed{RT\left(\nu_1 \ln \frac{V_1+V_2}{V_1} + \nu_2 \ln \frac{V_1+V_2}{V_2}\right) \approx 1,8 кДж}$$

24.44

Дано: $V_1 = 3л$, $\nu_1 = 0,5$ моль, O_2

$V_2 = 5л$, $\nu_2 = 0,5$ моль, N_2

$T_0 = 300K$, адиабатическое смешение

Найти: A_{max}

$$dS_i = \nu_i c_v \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dV = \nu_i c_v \frac{dT}{T} + \nu_i R \frac{dV}{V}.$$

$$\Delta S_i = \nu_i c_v \ln \frac{T}{T_0} + \nu_i R \ln \frac{V_1+V_2}{V_i}$$

$$\nu_1 = \nu_2 = \nu. \quad \Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 2\nu c_v \ln \frac{T}{T_0} + \nu R \ln \frac{(V_1+V_2)^2}{V_1 V_2}$$

Процесс адиабатический => $\Delta S = 0$

$$2C_V \ln\frac{T}{T_0} = -R\ln\frac{(V_1+V_2)^2}{V_1V_2} = R\ln\frac{V_1V_2}{(V_1+V_2)^2}.$$

$C_V = \frac{5}{2}R$ (оба двухатомные)

$$\boxed{T = T_0\left[\frac{V_1V_2}{(V_1+V_2)^2}\right]^{1/5}}$$

$0 = TdS \geq dU + \delta A = \delta A =>$

$=> A_{max} = |\Delta U| = 2\nu C_V (T_0 - T) =$

$$= \boxed{2\nu C_V T_0\left(1 - \left[\frac{V_1V_2}{(V_1+V_2)^2}\right]^{1/5}\right) \simeq 1{,}55 \text{ кДж}}$$

№5.75

$\Phi(P,T) = aT(1-\ln T) + RT\ln P - TS_0 + U_0$, где

a, R, S_0 и U_0 – постоянные

Выразить: $U(V,T)$, $I(V,T)$

Найти физический смысл константы a.

$\Phi = U + PV - TS$

$d\Phi = dU + PdV + VdP - TdS - SdT = \delta Q + VdP - \delta Q - SdT$

$= VdP - SdT.$

Тогда: $V = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial P}\right)_T$, $S = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial T}\right)_P$

$V = \frac{RT}{P}$, $S = -\left(a(1-\ln T) + aT\left(-\frac{1}{T}\right) + R\ln P - S_0\right) =$

$= a\ln T - R\ln P + S_0.$

Из $V = \frac{RT}{P}$ можно сделать вывод, что рассматриваемая система является идеальным газом.

$U = \Phi - PV + TS = \Phi - RT + aT\ln T - RT\ln P + TS_0 =$

$= aT - aT\ln T + RT\ln P - TS_0 + U_0 - RT + aT\ln T -$

$- RT\ln P + TS_0 = U_0 + (a-R)T \Rightarrow a - R = C_V \Rightarrow a = C_P.$

$I = \Phi + TS = U + PV = U_0 + (a-R)T + RT = U_0 + aT.$

Ответ: $\boxed{U = U_0 + (a-R)T,\ I = U_0 + aT,\ a = C_P.}$

25.38

Свободная энергия парамагнитных солей:

$\Psi = \Psi_0 - \frac{\alpha}{T}B^2.$

$B: B_0 \to 0$, $T = \text{const}$.

Найти: ΔQ.

$\Psi = U - TS \Rightarrow d\Psi = dU - TdS - SdT = -PdV - SdT.$

Тогда $S = -\left(\frac{\partial \Psi}{\partial T}\right)_V = -(-1)\left(-\frac{1}{T^2}\right)\alpha B^2 = -\frac{\alpha B^2}{T^2}.$

$\Delta Q = \int TdS = T(S_2 - S_1) = T\left(0 - \left(-\frac{\alpha B_0^2}{T^2}\right)\right) = \boxed{\frac{\alpha B_0^2}{T}}$

$\boxed{\text{4 неделя}}$

25.16

Дано:

$T = 273\,°K$, $P = 100$ атм, $P' = 1$ атм, $\Delta S = 0$

$\alpha = 1{,}81 \cdot 10^{-4}\,°C^{-1}$, $C_p = 0{,}033 \, \frac{кал}{г \cdot °C}$, $\rho = 13{,}6 \, \frac{г}{см^3}$.

Найти: ΔT.

$$\alpha = +\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = +\frac{1}{V}\frac{\partial(V,P)}{\partial(T,P)} = -\frac{1}{V}\frac{\partial(T,S)}{\partial(T,P)} = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T$$

$$\cancel{dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T dP = 0}$$

$$\cancel{TdS = PdV + C_V dT \Rightarrow \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \frac{C_V}{T}}.$$

~~Объём ртути меняется незначительно,~~

~~значит~~ $\cancel{\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P \simeq \frac{C_V}{T}}$.

~~Таким образом:~~ $\cancel{\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P dT = \alpha V dP \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_S = \frac{1}{\alpha V}\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)}$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_S \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_P \cdot \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -1$$

$$\cancel{-\frac{1}{\alpha V}\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_P \cdot \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -1}.$$

$$\cancel{\alpha V = \frac{\partial(S,T)}{\partial(P,T)} = -\frac{\partial(P,V)}{\partial(P,T)}}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_S \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_P \cdot \alpha V = +1.$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_S \cdot T\left(\frac{\partial T}{\partial Q}\right)_P \cdot \alpha V = +1$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta T} \cdot T \cdot \frac{1}{C_p} \cdot \alpha V \simeq +1 \Rightarrow \Delta T \simeq \frac{\alpha V T}{C_p}\Delta P \simeq 0{,}26\,°C$$

№5.28

Дано:

$T=\text{const}$: $P_1 = 1\,\text{атм} \to P_2 = 11\,\text{атм}$: $Q = 10\,\text{Дж}$

$dS = 0$: $\Delta P = P_2 - P_1$, $A = 8{,}76\,\text{мДж}$

$\rho = 1{,}26\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, $\mu = 92\,\frac{\text{г}}{\text{моль}}$, $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1{,}1$, $\nu = 1\,\text{моль}$

Найти: $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$, α, β_T

$$\cancel{1)\ \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{\partial(P,V)}{\partial(T,V)} = \frac{\partial(T,S)}{\partial(T,V)} = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T}$$

$$1)\ Q = \int T\,dS = T\int\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T dP = T\int \frac{\partial(S,T)}{\partial(P,T)}\,dP =$$

$$= -T\int \frac{\partial(P,V)}{\partial(P,T)}\,dP = -T\int\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dP = -T\int \alpha V\,dP =$$

$$= -T\alpha V(P_2 - P_1) \Rightarrow \alpha = \frac{-Q}{TV(P_2-P_1)} \approx 4{,}7\cdot 10^{-4}\,{}^\circ C^{-1}$$

$$2)\ A = \int P\,dV = \int P\cdot\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S dP = \frac{1}{\gamma}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \int_1^2 P\,dP =$$

$$\cancel{dS = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_P dV + \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_V dP = 0 \Rightarrow \gamma\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S = -\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_V\left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P}$$

$$= -\frac{V}{\gamma}\beta_T\,\frac{P_2^2 - P_1^2}{2} \Rightarrow \beta_T = -\frac{2\gamma A}{V(P_2^2 - P_1^2)} \approx 2{,}2\cdot 10^{-10}\,\text{Па}^{-1}$$

$$3)\ \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{\partial(P,V)}{\partial(T,V)} = \frac{\partial(P,V)}{\partial(T,P)}\cdot\frac{\partial(T,P)}{\partial(T,V)} =$$

$$= -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P\cdot\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = \frac{\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P}{-\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T} = \frac{\alpha}{\beta_T} \approx 2{,}14\cdot 10^{6}\,\frac{\text{Па}}{\text{К}}$$

Ответ: $\boxed{\alpha \approx 4{,}7\cdot 10^{-4}\,{}^\circ C^{-1},\ \beta_T \approx 2{,}2\cdot 10^{-10}\,\text{Па}^{-1},\ \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \approx 2{,}14\cdot 10^{6}\,\frac{\text{Па}}{\text{К}}}$

№12.8

Дано: $h = 10^{-3}$ мм, $П_к = 2П_н$, $\delta S = 0$, $T_0 = 300\,°K$, $\alpha = -\frac{d\sigma}{dT} = 0{,}15\ldots$

Найти: ΔT

Решение:

$$F_{пов} = \sigma \cdot П \Rightarrow dF_{пов} = -SdT + \delta A =$$

$$= -SdT + \sigma dП \Rightarrow S = -\left(\frac{\partial F_{пов}}{\partial T}\right)_П = -П\left(\frac{\partial \sigma}{\partial T}\right)_П \simeq -П\frac{d\sigma}{dT}$$

$$S = \alpha П.$$

$\delta Q = TdS = T\alpha dП \cdot 2$ - умножение на 2 из-за двух поверхностей

$$T \simeq const \Rightarrow Q \simeq T\alpha \cdot П_0 \cdot 2$$

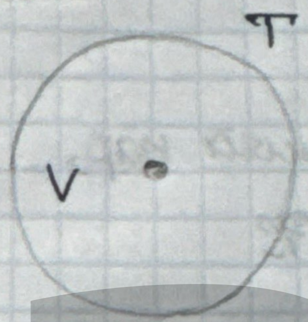
$$\cancel{Q \simeq C_v \Delta T \Rightarrow \Delta T \simeq \frac{2T\alpha П_0}{C_v}}$$

$Q = c_в m \Delta T = c_в \cdot \rho \cdot h \cdot П_0 \cdot \Delta T$ (т.к. $V = h \cdot П_0$)

Отсюда $\Delta T \simeq \frac{2\alpha T П_0}{c_в \rho h П_0} = \frac{2\alpha T}{c_в \rho h} \simeq 0{,}02\,°K$

Ответ: $\boxed{\Delta T \simeq \frac{2\alpha T}{c_в \rho h} \simeq 0{,}02\,°K}$

д5.42



Уравнение состояния теплового излучения, находящегося в замкнутой полости тела, нагретого до температуры T:

$\Psi = -AVT^4$, $A = \frac{\pi^2 k^4}{45\hbar^3 c^3} = 2{,}52\cdot 10^{-15} \frac{г}{см\cdot с^2\cdot К^4}$;

$P = 1$ атм, $V = 1$ л

Найти: C_V, сравнить с $C_V^{иг}$

Решение:

$\Psi = U - TS$

$d\Psi = dU - TdS - SdT = -PdV - SdT$ (1)

$(1) \Rightarrow S = -\left(\frac{\partial \Psi}{\partial T}\right)_V = -\left(-4AVT^3\right) = 4AVT^3$.

$C_V = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = T\cdot 4\cdot 3AVT^2 = 12AVT^3$

$(1) \Rightarrow P = -\left(\frac{\partial \Psi}{\partial V}\right)_T = +AT^4 \Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{P}{A}}$;

Таким образом $C_V = 12AV\left(\frac{P}{A}\right)^{3/4} = 12A^{1/4}VP^{3/4} =$

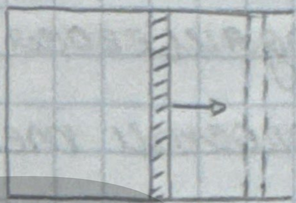
$= 8{,}4\cdot 10^4 \frac{эрг}{К}$

$C_V^{иг} = \frac{3}{2}\nu k = \frac{3}{2}\frac{PV}{T} = \frac{3}{2}\frac{PV}{\sqrt[4]{\frac{P}{A}}} = \frac{3}{2}A^{1/4}VP^{3/4} = \frac{1}{8}C_V$

Ответ: $\boxed{C_V = 12A^{1/4}VP^{3/4} \approx 8{,}4\cdot 10^4 \frac{эрг}{К},\ C_V = 8C_V^{иг}}$

5 неделя

11.29



Дано: насыщенный пар,

$t = 100°C$, $\Delta T = 1°K$

Найти: $\frac{\Delta m}{m}$ – часть сконд.

Решение:

$$\Delta m < 0: \ \Delta S = C_p \nu \ln\left(\frac{T-\Delta T}{T}\right) - R\nu \ln\frac{P+\Delta P}{P} + \frac{\lambda \Delta m}{T}$$

$$\ln\left(\frac{T-\Delta T}{T}\right) = \ln\left(1 - \frac{\Delta T}{T}\right) \simeq -\frac{\Delta T}{T}$$

$$\ln\frac{P+\Delta P}{P} = \ln\left(1+\frac{\Delta P}{P}\right) \simeq \frac{\Delta P}{P} \simeq \frac{dP}{dT}\cdot\frac{(-\Delta T)}{P} =$$

$$= -\frac{\lambda}{T v_n}\cdot\frac{\Delta T}{P} = -\frac{\lambda \mu P}{T^2 R}\cdot\frac{\Delta T}{P} = -\frac{\lambda\mu\Delta T}{T^2 R}$$

Подставляем в выражение для ΔS:

$$\Delta S \simeq -C_p\nu\frac{\Delta T}{T} + \nu\frac{\lambda\mu\Delta T}{T^2} + \frac{\lambda\Delta\nu\cdot\mu}{T}$$

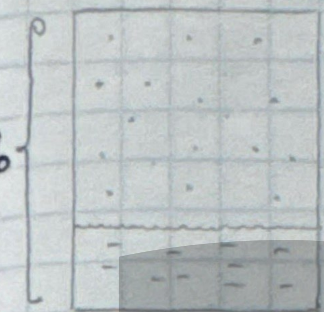
Процесс адиабатический, следовательно $\Delta S = 0$

$$\lambda\Delta\nu\mu \simeq C_p\nu\frac{\Delta T}{T} - \nu\frac{\lambda\mu}{T}\cdot\frac{\Delta T}{T}$$

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \simeq \frac{\Delta T}{T}\left(\frac{C_p T}{\lambda\mu} - 1\right) \simeq \frac{\Delta m}{m}$$

Ответ: $\boxed{\frac{\Delta m}{m} \simeq \frac{\Delta T}{T}\left(\frac{C_p T}{\lambda\mu} - 1\right) \approx 0{,}18\%}$

№ 11.16



Дано: $V_0 = 5\,л$, $m_в = 1\,кг$, $t = 100°C$, воздух выкачан, $\Delta T = 1\,K$;

$\lambda = 539\,\frac{кал}{г}$

Найти: Δm

Решение

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\lambda}{T(\upsilon_п - \upsilon_ж)} \simeq \frac{\lambda}{T\upsilon_п} = \frac{\lambda\mu P}{RT^2}$$

$$P(T+\Delta T) \simeq P(T) + \Delta T \cdot \frac{\lambda\mu P(T)}{RT^2} \qquad (1)$$

$$m = \frac{\mu P V}{RT} \Rightarrow dm = \frac{\mu V}{R} \cdot \frac{dP}{T} - \frac{\mu V P}{RT^2}\,dT$$

Отсюда $\Delta m \simeq \frac{\mu V}{RT}\Delta P - \frac{\mu V P}{RT^2}\Delta T$

Из (1): $\Delta P = \Delta T \cdot \frac{\lambda\mu P}{RT^2}$. Подставляем в формулу для Δm:

$$\Delta m \simeq \frac{\mu V}{RT} \cdot \Delta T \frac{\lambda\mu P}{RT^2} - \frac{\mu V P}{RT^2}\Delta T = \frac{\mu V P \Delta T}{RT^2}\left(\frac{\lambda\mu}{RT} - 1\right).$$

Здесь V – объём пара: $V \simeq 4\,л$

Ответ: $\boxed{\Delta m = \frac{\mu P V \Delta T}{RT^2}\left(\frac{\lambda\mu}{RT} - 1\right) \simeq 0{,}075\,г}$

№11.34

$t=0°C$, $\delta Q=0$, $P_0=1$атм, $P_к=100$атм, $\upsilon_B=1\,\frac{см^3}{г}$,

$\upsilon_л=1{,}09\,\frac{см^3}{г}$, $c_л\approx 0{,}6c_B$

Найти: ΔT, $\frac{\Delta m}{m}$

Решение:

$\frac{dP}{dT}=\frac{\lambda}{T(\upsilon_B-\upsilon_л)}$ - уравнение Клапейрона-Клаузиса

$\Delta T\simeq\frac{\Delta P T(\upsilon_B-\upsilon_л)}{\lambda}\simeq 0{,}73°K$

ΔT-мало => такая оценка возможна.

$\frac{\Delta m}{m}$: При изменении температуры льда на ΔT выделилось $Q_1=c_л m\Delta T$ тепла.

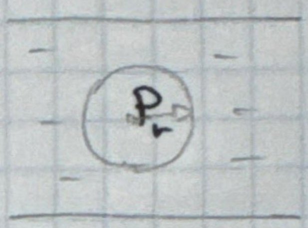
На плавление льда ушло $Q_2=\lambda\Delta m$

Так как лёд находится в адиабатической оболочке, то $Q_1=Q_2$ =>

=> $\frac{\Delta m}{m}=\frac{c_л\Delta T}{\lambda}\simeq 0{,}55\%$

Ответ: $\boxed{\Delta T\simeq\frac{\Delta P T(\upsilon_B-\upsilon_л)}{\lambda}\simeq-0{,}73°K;\ \frac{\Delta m}{m}=\frac{c_л\Delta T}{\lambda}=0{,}55\%}$

№12.51



Дано: $t = 101\,°C$, $P_0 = 1\,атм$,

$\sigma = 58{,}8\ \frac{эрг}{см^2}$, $\lambda = 2{,}26 \cdot 10^6\ \frac{Дж}{кг}$,

$\upsilon_п = 1{,}7\ \frac{м^3}{кг}$ (при $t = 100\,°C$)

Найти: r_{min} – начнётся кипение

Решение:

Давление внутри пузырька: $P = P_0 + \frac{2\sigma}{r}$ – – с учётом лапласовского давления.

Давление насыщенных паров при $101\,°C$ найдём из уравнения Клапейрона-Клаузиса:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\lambda}{T\upsilon_п} \Rightarrow P_{н.п.} = P_0 + \frac{\lambda \Delta T}{T\upsilon_п}, \text{ где } \Delta T = 1\,°K$$

Кипение начнётся если $P \leq P_{н.п.}$, т.е.

$$\frac{2\sigma}{r} \leq \frac{\lambda \Delta T}{T\upsilon_п} \Rightarrow, \text{ значит } \boxed{r_{min} = \frac{2\sigma T\upsilon_п}{\lambda \Delta T} \approx 33\,мкм}$$

6 неделя

Дано: При T: 50% объёма - жидкость, 50% - пар; $\rho_ж(T) = 1,9\rho_{кр}$; $T_{кр} = 467$ К.

Найти: T;

Решение:

Приведённое уравнение Ван-дер-Ваальса:

$$\left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right)(3\varphi - 1) = 8\tau \qquad (1)$$

Условие нахождения в равновесии:

$\pi_ж = \pi_п = \pi$, $\tau_ж = \tau_п = \tau = \frac{T}{T_{кр}}$

Найдём $\rho_п(T)$

$m_{кр} = \rho_{кр} \cdot V_0 = m_п + m_ж = \rho_п \cdot \frac{1}{2}V_0 + \rho_ж \cdot \frac{1}{2}V_0$

Отсюда

$2\rho_{кр} = \rho_п + 1,9\rho_{кр}$

$\rho_п = 0,1\rho_{кр}$.

Найдём $\varphi_п$ и $\varphi_ж$:

$$\varphi_i = \frac{V_i}{V_{кр}} = \frac{V_i m}{V_{кр} m} = \frac{\rho_{кр}}{\rho_i}$$

Отсюда: $\varphi_п = 10$, $\varphi_ж = \frac{10}{19}$

Составляем ур-е (1) для пара и жидкости:

$$\begin{cases} \left(\pi + \frac{3\cdot 19^2}{100}\right)\cdot\left(\frac{30}{19} - 1\right) = 8\tau \\ \left(\pi + \frac{3}{100}\right)\cdot(30-1) = 8\tau \end{cases}$$

Решая, находим $\tau = \frac{T}{T_{кр}} = 0,7975.$

Ответ: $\boxed{T \approx 373\,K}$

26.52

Дано: $\nu = 1$ моль, эфир в критическом состоянии, $\frac{V_к}{V_0} = N = 17$, расширяется в вакуум, $C_V = 3R$

Найти: ΔS

Решение:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dV + \frac{C_V dT}{T}$$

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT \Rightarrow P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}.$$

$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V-b}$; Подставляем в выражение для dS

$$dS = \frac{R\,dV}{V-b} + \frac{C_V dT}{T}$$

Отсюда $\Delta S = R \ln\frac{V_к - b}{V_0 - b} + C_V \ln\frac{T_к}{T_0}.$

Эфир изначально в критическом состоянии, следовательно:

$T_0 = T_{кр} = \frac{8a}{27bR}$, $V_0 = V_{кр} = 3b$.

$U_{эф} = C_V T - \frac{a}{V}$

Так как эфир расширялся в вакуум, то $A=0$ (работу совершать не над чем)

Сосуд теплоизолированный, значит $Q=0$

Отсюда $\Delta U = 0$

$C_V(T_k - T_0) - \frac{a}{V_k} + \frac{a}{V_0} = 0$

$T_k = T_0 + \frac{a}{V_0}\left(\frac{1}{N} - 1\right) = T_0 - \frac{a}{C_V V_0}\left(1 - \frac{1}{N}\right)$

Таким образом $T_k = T_0 - \frac{a}{3bR}\left(1 - \frac{1}{N}\right) =$

$= T_0 - \frac{27}{8}\cdot\frac{1}{9}\cdot\frac{8a}{27bR}\left(1 - \frac{1}{N}\right) =$

$= T_0 - \frac{3}{8}\left(1 - \frac{1}{N}\right)T_0 = T_0\left(1 - \frac{3}{8} + \frac{3}{8N}\right) =$

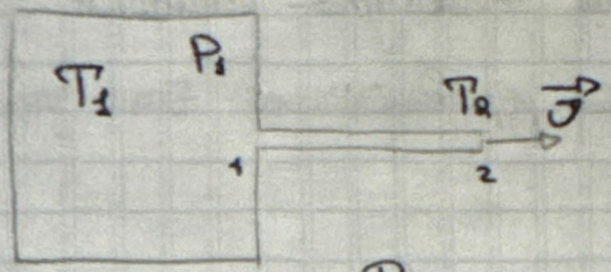
$= \frac{T_0}{8}\left(5 + \frac{3}{N}\right)$.

Подставляем в ΔS:

$\Delta S = R\ln\frac{N\cdot 3b - b}{3b - b} + 3R\ln\frac{5N+3}{8N} =$

$= R\left(\ln\frac{3N-1}{2} + 3\ln\frac{5N+3}{8N}\right) \approx \boxed{1{,}9R}$.

2.11



Дано: $T_1 = 273$ К, $\upsilon = 400 \frac{м}{с}$

Найти: P_1, T_2

Решение:

Уравнение Бернулли:

$$P_1V_{1_{мол}} + U_{1_{мол}} + \frac{\mu\upsilon_1^2}{2} = P_2V_{2_{мол}} + U_{2_{мол}} + \frac{\mu\upsilon_2^2}{2}$$

Отсюда:

$$RT_1 + C_vT_1 = RT_2 + C_vT_2 + \frac{\mu\upsilon^2}{2}.$$

$$C_pT_1 = C_pT_2 + \frac{\mu\upsilon^2}{2}$$

$$T_2 = T_1 - \frac{\mu\upsilon^2}{2C_p}$$

Так как процесс адиабатический, то

$$\frac{P^{\gamma-1}}{T^{\gamma}} = const$$

$$\frac{P_1^{\gamma-1}}{T_1^{\gamma}} = \frac{P_2^{\gamma-1}}{T_2^{\gamma}} \Rightarrow P_1 = P_2 \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Здесь $P_2 = P_{атм}$

Ответ: $\boxed{T_2 = T_1 - \frac{\mu\upsilon^2}{2C_p} \simeq 193 \text{ К}, \quad P_1 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} P_{атм} \approx 3{,}4 \text{ атм}}$

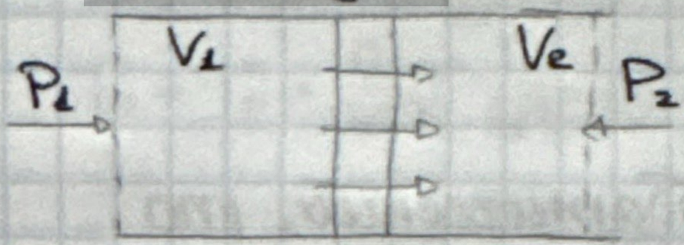
№6.68+69

Показать, что в опыте Джоуля-Томсона газ, подчиняющийся уравнению Ван-дер-Ваальса:

1) при $a=0$ всегда нагревается

2) при $b=0$ всегда охлаждается.

В опыте Джоуля-Томсона газ медленно дросселирует через заслонку



$$A_1 - A_2 = \left(U_2 + \frac{m\upsilon_2^2}{2}\right) - \left(U_1 + \frac{m\upsilon_1^2}{2}\right)$$

$$\upsilon_1, \upsilon_2 \to 0$$

$$P_1V_1 + U_1 = P_2V_2 + U_2, \text{ т.е. } dH = 0$$

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T dP = C_P dT + \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T dP \quad (1)$$

$$dH = d(PV+U) = PdV + VdP + dU = TdS + VdP$$

Отсюда $\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T = V + T\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = V - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P T$

Подставляем в (1):

$$dH = C_p dT + VdP - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P T dP$$

$$C_p \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P T - V$$

Таким образом: $\frac{\Delta T}{\Delta P} \simeq \dfrac{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P T - V}{C_p}$ –

– в опыте Джоуля-Томсона.

1) $a=0$:

Уравнение Ван-дер-Ваальса:

$$P(V-b) = RT$$

$$R\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = P \Rightarrow \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{P}.$$

Тогда $\frac{\Delta T}{\Delta P} = \dfrac{\frac{RT}{P} - V}{C_p} = \dfrac{V - b - V}{C_p} = -\dfrac{b}{C_p} < 0$

$\Delta P < 0 \Rightarrow \Delta T > 0$, то есть газ нагревается

2) $b=0$:

Уравнение Ван-дер-Ваальса:

$$PV + \frac{a}{V} = RT.$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = \frac{1}{R}\left(P - \frac{a}{V^2}\right).$$

Тогда $\frac{\Delta T}{\Delta P} = \dfrac{\frac{RT}{P - \frac{a}{V^2}} - V}{C_p} = \dfrac{V}{C_p}\left[\dfrac{P + \frac{a}{V^2}}{P - \frac{a}{V^2}} - 1\right] = \dfrac{2a}{VC_p\left(P - \frac{a}{V^2}\right)}$

Положим, что $\frac{\Delta T}{\Delta P}<0$. Тогда $P-\frac{a}{V^2}<0$,

а значит и $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P<0$.

Из соотношения Максвелла:

$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_T$

То есть получаем $\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T>0$.

При прохождении через заслонку давление уменьшается, значит должна уменьшаться и энтропия газа S, чего быть не может*, значит $\frac{\Delta T}{\Delta P}>0$.

$\Delta P<0 \Rightarrow \Delta T<0$, газ всегда охлаждается

*Докажем, что в опыте Джоуля-Томсона dS

$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T dP = \frac{C_P\, dT}{T} - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dP =$

$= \frac{C_P}{T}\cdot\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H dP - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dP = \frac{C_P}{T}\cdot\frac{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P T - V}{C_P}\,dP - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dP =$

$= -\frac{V}{T}dP$.

Т.к. $dP<0$ имеем $dS>0$.