



**GEO 231 SAYISAL ANALİZ BÜTÜNLEME ÖDEVİ**

**ORHAN CİNGÖZ**

**171106102010**

## **İÇİNDEKİLER :**

<b>A MATRİSİNİN DETERMİNANTI</b>	<b>3</b>
<b><math>A^T.A</math> MATRİSİNİN İZİ</b>	<b>5</b>
<b>A MATRİSİNİN SATIR NORMLARI</b>	<b>7</b>
<b>A MATRİSİNİN SÜTUN NORMLARI</b>	<b>8</b>
<b>A MATRİSİNİN ÖKLİD NORMU</b>	<b>9</b>
<b><math>N(A)=(\text{iz}(A^T.A))^{(1/2)}</math> SAĞLAMASI</b>	<b>9</b>
<b>A MATRİSİNİN ÖKLİD NORMA GÖRE NORMU</b>	<b>9</b>
<b>A MATRİSİNİN ÖZDEĞERLERİ</b>	<b>10</b>
<b>A MATRİSİNİN SPEKTRAL ŞART SAYISI</b>	<b>10</b>
<b>A MATRİSİNİN HADAMARD ŞART SAYISI</b>	<b>10</b>
<b>KRAMER KURALI İLE A MATRİSİNİN TERSİ</b>	<b>11</b>
<b>PİVOTLAMA İLE A MATRİSİNİN TERSİ</b>	<b>12</b>
<b>GAUSS YÖNTEMİ İLE A MATRİSİNİN TERSİ</b>	<b>13</b>
<b>GAUSS ALGORİTMASI İLE X VEKTÖRÜ</b>	<b>15</b>
<b>JORDAN GAUSS YÖNTEMİ İLE X VEKTÖRÜ</b>	<b>16</b>
<b>MODERNLEŞTİRİLMİŞ GAUSS ALGORİTMASI İLE X VEKTÖRÜ</b>	<b>18</b>
<b>CHOLSKY YÖNTEMİ İLE X VEKTÖRÜ</b>	<b>19</b>
<b>MODERNLEŞTİRİLMİŞ GAUSS ALGORTİMASI İLE <math>A^T.A</math> MATRİSİNİN TERSİ</b>	<b>20</b>
<b>CHOLSKY YÖNTEMİ İLE <math>A^T.A</math> MATRİSİNİN TERSİ</b>	<b>21</b>

1) A matrisinin determinantini hesaplayınız.

$$A = \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,9093 & 0,4597 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0,6730 & 0,2362 & 0,6619 & 0,7419 & 0,5407 \\ 0,6358 & 0,1194 & 0,7703 & 0,7329 & 0,8699 \\ 0,9452 & 0,6073 & 0,3502 & 0,2564 & 0,2647 \\ 0,2089 & 0,4501 & 0,6620 & 0,6135 & 0,3171 \end{bmatrix}$$

$$R_2 - \frac{3395}{3238} R_1 = R_2$$

$$R_4 - \frac{2363}{1619} R_1 = R_4$$

$$R_3 - \frac{3179}{3238} R_1 = R_3$$

$$R_5 - \frac{2089}{6476} R_1 = R_5$$

$$\begin{bmatrix} 0,6476 & 0,9093 & 0,4597 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0 & -16432579 & 5859457 & 3282683 & -70557 \\ 0 & -747299 & 10360241 & 429322 & 1207403 \\ 0 & -1732143 & -5169343 & -568369 & -4735137 \\ 0 & 14231199 & 33288777 & 15517921 & 4218999 \end{bmatrix}$$

$$R_3 - \frac{18682495}{16432579} R_2 = R_3$$

$$R_4 - \frac{13857144}{16432579} R_2 = R_4$$

$$R_5 + \frac{14331199}{32865158} R_2 = R_5$$

$$\begin{bmatrix} 0,6476 & 0,9093 & 0,4597 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0 & -16432579 & 5859457 & 3282683 & -70557 \\ 0 & 0 & 4692427407 & -3020197659 & 15511712623 \\ 0 & 0 & -77543734979 & -56940974253 & -43229626161 \\ 0 & 0 & 194871879377 & 215620154047 & 32929136407 \end{bmatrix}$$

$$R_4 + \frac{77543734979}{18769709629} R_3 = R_4$$

$$R_5 - \frac{194871879377}{37539419256} R_3 = R_5$$

$$\begin{bmatrix} 0,6476 & 0,9093 & 0,4597 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0 & -16432579 & 5859457 & 3282683 & -70557 \\ 0 & 0 & 4692427407 & -3020197659 & 15511712623 \\ 0 & 0 & 0 & -923678796407667 & 90821590963400 \\ 0 & 0 & 0 & 5956733388190011 & -1639529639059966 \end{bmatrix}$$

$$R_5 + \frac{6202354576310953}{6187658638582357} R_4 = R_5$$

$$\begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0 & \frac{-16432579}{32380000} & \frac{5859457}{32380000} & \frac{3282683}{8095000} & \frac{-70557}{1011875} \\ 0 & 0 & \frac{4692427407}{41081447500} & \frac{-3020198659}{82162895000} & \frac{15511712623}{41081447500} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-7923678796407667}{9378383569897418} & \frac{908821590963600}{879223459677883} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-3109095468773703}{3773334575936167} \end{bmatrix}$$

$$= (0,6476) \cdot \left( \frac{-16432579}{32380000} \right) \cdot \left( \frac{4692427407}{41081447500} \right) \cdot \left( \frac{-7923678796407667}{9378383569897418} \right) \cdot \left( \frac{-3109095468773703}{3773334575936167} \right)$$

$$= \frac{-1494097212747497}{57172040434387630} = -0,02613335472$$

$$\det(A) = -0,02613335472$$

2)  $A^T \cdot A$  matrisinin izini hesaplayınız.

$$A = \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0,6790 & 0,2362 & 0,6619 & 0,8419 & 0,5407 \\ 0,6358 & 0,1194 & 0,7703 & 0,8329 & 0,8699 \\ 0,9452 & 0,6073 & 0,3502 & 0,2564 & 0,2648 \\ 0,2089 & 0,4501 & 0,6620 & 0,6135 & 0,3181 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,6790 & 0,6358 & 0,9452 & 0,2089 \\ 0,7093 & 0,2362 & 0,1194 & 0,6073 & 0,4501 \\ 0,4587 & 0,6619 & 0,7703 & 0,3502 & 0,6620 \\ 0,4162 & 0,8419 & 0,8329 & 0,2564 & 0,6135 \\ 0,5822 & 0,5407 & 0,8699 & 0,2648 & 0,3181 \end{bmatrix}$$

$$A^T \cdot A = B \quad B = \begin{bmatrix} x & y & z \\ k & l & m \\ n & h & c \end{bmatrix} \quad \text{iz } B = x + l + c$$

olduğu için

$$C_{11} = 0,6476 \cdot 0,6476 + 0,7093 \cdot 0,7093 + 0,4587 \cdot 0,4587 + 0,4162 \cdot 0,4162 + 0,5822 \cdot 0,5822$$

$$C_{11} = 0,41938576 + 0,50310649 + 0,21040569 + 0,17322244 + 0,33895684$$

$$C_{11} = 1,64507722$$

$$C_{22} = 0,6790 \cdot 0,6790 + 0,2362 \cdot 0,2362 + 0,6619 \cdot 0,6619 + 0,8419 \cdot 0,8419 + 0,5407 \cdot 0,5407$$

$$C_{22} = 0,461041 + 0,055790 + 0,43811161 + 0,70879561 + 0,29235649$$

$$C_{22} = 1,95609515$$

$$C_{33} = 0,6358 \cdot 0,6358 + 0,1194 \cdot 0,1194 + 0,7703 \cdot 0,7703 + 0,8329 \cdot 0,8329 + 0,8699 \cdot 0,8699$$

$$C_{33} = 0,40424164 + 0,01425636 + 0,59336209 + 0,69372241 + 0,75672601$$

$$C_{33} = 2,46230851$$



$$C_{44} = 0,9452 \cdot 0,9452 + 0,6073 \cdot 0,6073 + 0,3502 \cdot 0,3502 + 0,2564 \cdot 0,2564 + 0,2648 \cdot 0,2648$$

$$C_{44} = 0,89340304 + 0,36881329 + 0,12264004 + 0,06574096 + 0,07011904$$

$$C_{44} = 1,52071637$$

$$C_{55} = 0,2089 \cdot 0,2089 + 0,4501 \cdot 0,4501 + 0,6620 \cdot 0,6620 + 0,6135 \cdot 0,6135 + 0,3181 \cdot 0,3181$$

$$C_{55} = 0,04363921 + 0,20259001 + 0,4382441 + 0,37638225 + 0,10118761$$

$$C_{55} = 1,16204308$$

$$\hat{I}_2(A^T A) = \begin{bmatrix} 1,64507722 & x & x & x & x \\ x & 1,95609515 & x & x & x \\ x & x & 2,46230851 & x & x \\ x & x & x & 1,52071637 & x \\ x & x & x & x & 1,16204308 \end{bmatrix}$$

$$\hat{I}_2(A^T A) = C_{11} + C_{22} + C_{33} + C_{44} + C_{55}$$

$$= 1,64507722 + 1,95609515 + 2,46230851 + 1,52071637 + 1,16204308$$

$$\hat{I}_2(A^T A) = 8,74624033$$

3) A matrisinin satır normlarını hesaplayınız

$$A = \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0,6790 & 0,2362 & 0,6619 & 0,8419 & 0,5407 \\ 0,6358 & 0,1194 & 0,7703 & 0,9329 & 0,8699 \\ 0,9452 & 0,6073 & 0,3502 & 0,2564 & 0,2648 \\ 0,2089 & 0,4501 & 0,6620 & 0,6135 & 0,3181 \end{bmatrix}$$

$$N(A_1) = \sqrt{a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2 + a_{15}^2}$$

$$= \sqrt{(0,6476)^2 + (0,7093)^2 + (0,4587)^2 + (0,4162)^2 + (0,5822)^2}$$

$$N(A_1) = 1,2326$$

$$N(A_2) = \sqrt{a_{21}^2 + a_{22}^2 + a_{23}^2 + a_{24}^2 + a_{25}^2}$$

$$= \sqrt{(0,6790)^2 + (0,2362)^2 + (0,6619)^2 + (0,8419)^2 + (0,5407)^2}$$

$$N(A_2) = 1,3986$$

$$N(A_3) = \sqrt{a_{31}^2 + a_{32}^2 + a_{33}^2 + a_{34}^2 + a_{35}^2}$$

$$= \sqrt{(0,6358)^2 + (0,1194)^2 + (0,7703)^2 + (0,9329)^2 + (0,8699)^2}$$

$$N(A_3) = 1,5692$$

$$N(A_4) = \sqrt{a_{41}^2 + a_{42}^2 + a_{43}^2 + a_{44}^2 + a_{45}^2}$$

$$= \sqrt{(0,9452)^2 + (0,6073)^2 + (0,3502)^2 + (0,2564)^2 + (0,2648)^2}$$

$$N(A_4) = 1,2332$$

$$N(A_5) = \sqrt{a_{51}^2 + a_{52}^2 + a_{53}^2 + a_{54}^2 + a_{55}^2}$$

$$= \sqrt{(0,2089)^2 + (0,4501)^2 + (0,6620)^2 + (0,6135)^2 + (0,3181)^2}$$

$$N(A_5) = 1,0780$$

SORU 4) A matrisinin sütun normlarını hesaplayınız.

$$A = \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0,6790 & 0,2362 & 0,6619 & 0,8419 & 0,5407 \\ 0,6358 & 0,1194 & 0,7703 & 0,8329 & 0,8699 \\ 0,9452 & 0,6073 & 0,3502 & 0,2564 & 0,2648 \\ 0,2089 & 0,4501 & 0,6620 & 0,6135 & 0,3181 \end{bmatrix}$$

$$N(A_1) = \sqrt{a_{11}^2 + a_{21}^2 + a_{31}^2 + a_{41}^2 + a_{51}^2}$$

$$= \sqrt{(0,6476)^2 + (0,6790)^2 + (0,6358)^2 + (0,9452)^2 + (0,2089)^2}$$

$$N(A_1) = 1,4905$$

$$N(A_2) = \sqrt{a_{21}^2 + a_{22}^2 + a_{23}^2 + a_{24}^2 + a_{25}^2}$$

$$= \sqrt{(0,7093)^2 + (0,2362)^2 + (0,1194)^2 + (0,6073)^2 + (0,4501)^2}$$

$$N(A_2) = 1,0698$$

$$N(A_3) = \sqrt{a_{31}^2 + a_{32}^2 + a_{33}^2 + a_{34}^2 + a_{35}^2}$$

$$= \sqrt{(0,4587)^2 + (0,6619)^2 + (0,7703)^2 + (0,3502)^2 + (0,6620)^2}$$

$$N(A_3) = 1,3427$$

$$N(A_4) = \sqrt{a_{41}^2 + a_{42}^2 + a_{43}^2 + a_{44}^2 + a_{45}^2}$$

$$= \sqrt{(0,4162)^2 + (0,8419)^2 + (0,8329)^2 + (0,2564)^2 + (0,6135)^2}$$

$$N(A_4) = 1,4205$$

$$N(A_5) = \sqrt{a_{51}^2 + a_{52}^2 + a_{53}^2 + a_{54}^2 + a_{55}^2}$$

$$= \sqrt{(0,5822)^2 + (0,5407)^2 + (0,8699)^2 + (0,2648)^2 + (0,3181)^2}$$

$$N(A_5) = 1,2487$$



5) A matrisinin Öklid normunu hesaplayınız.

$$A = \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0,6790 & 0,2362 & 0,6619 & 0,8419 & 0,5407 \\ 0,6358 & 0,1194 & 0,7703 & 0,8329 & 0,8699 \\ 0,9452 & 0,6073 & 0,3502 & 0,2564 & 0,2648 \\ 0,2089 & 0,4501 & 0,6620 & 0,6135 & 0,3181 \end{bmatrix}$$

$$N(A) = \sqrt{a_{11}^2 + a_{12}^2 + \dots + a_{54}^2 + a_{55}^2}$$

$$N(A) = 2,7885$$

6)  $N(A) = (\text{tr}(A^T \cdot A))^{1/2}$  old. sağlamasını gerçekleştiriniz.

$$2,7885 = \sqrt{8,4463}$$

$$2,7885 = 2,7885$$

7) A matrisini Öklid normuna göre normlastiriniz.

$$A = \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0,6790 & 0,2362 & 0,6619 & 0,8419 & 0,5407 \\ 0,6358 & 0,1194 & 0,7703 & 0,8329 & 0,8699 \\ 0,9452 & 0,6073 & 0,3502 & 0,2564 & 0,2648 \\ 0,2089 & 0,4501 & 0,6620 & 0,6135 & 0,3181 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,2322 & 0,2543 & 0,1644 & 0,1492 & 0,2087 \\ 0,2435 & 0,0847 & 0,2373 & 0,3019 & 0,1939 \\ 0,2280 & 0,0428 & 0,2762 & 0,2986 & 0,3119 \\ 0,3339 & 0,2177 & 0,1255 & 0,0919 & 0,0949 \\ 0,0749 & 0,1614 & 0,2374 & 0,2200 & 0,1140 \end{bmatrix}$$

8) A matrisinin özdeğerlerini hesaplayınız.

$$(A - \lambda E) = 0$$

$\lambda$  = özdeğerler

$$(A - \lambda E) = \begin{bmatrix} 0,6476 - \lambda & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0,6790 & 0,2362 - \lambda & 0,6619 & 0,8419 & 0,5407 \\ 0,6358 & 0,1194 & 0,7703 - \lambda & 0,8329 & 0,8699 \\ 0,9452 & 0,6073 & 0,3502 & 0,2564 - \lambda & 0,2648 \\ 0,2089 & 0,4501 & 0,6620 & 0,6135 & 0,3181 - \lambda \end{bmatrix}$$

$$2,7355 + 0,0000i$$

$$0,2146 + 0,0000i$$

$$-0,1828 + 0,3027i$$

$$-0,1828 - 0,3027i$$

$$-0,3560 + 0,0000i$$

9) A matrisinin Spektral sort sayısını hesaplayınız.  
Kararsızlığını yorumlayınız.

$$SKS = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{2,7355 + 0,0000i}{-0,3560 + 0,0000i} = -7,6839$$

$$\text{Spektral kondüsyon sayısı} = -7,6839$$

Spektral kondüsyon sayısı ne kadar büyüksse, matrisin kondüsyon değeri o kadar kötü durumdadır.

10) A matrisinin Hadamard sort sayısını hesaplayınız.  
Kararsızlığını yorumlayınız.

$$K_H = \frac{|\det(A)|}{\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5} = \frac{0,0261}{13,7368} = 0,0019$$

$$K_H = 0,0019$$

$K_H > 10^{-2}$  olsaydı A matrisi kararlı olurdu

$0,0019 < 10^{-2}$  olduğu için A matrisi kararsızdır.

11) Kramer Kuralı ile A matrisinin tersini hesaplayınız.

$$A = \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0,6790 & 0,2362 & 0,6619 & 0,8419 & 0,5407 \\ 0,6358 & 0,1194 & 0,7703 & 0,8329 & 0,8699 \\ 0,9452 & 0,6073 & 0,3502 & 0,2564 & 0,2648 \\ 0,2089 & 0,4501 & 0,6620 & 0,6135 & 0,3181 \end{bmatrix}$$

$$B = [0,1192 \quad 0,9398 \quad 0,6456 \quad 0,4795 \quad 0,6393]$$

$$A_x = \begin{bmatrix} 0,1192 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0,9398 & 0,2362 & 0,6619 & 0,8419 & 0,5407 \\ 0,6456 & 0,1194 & 0,7703 & 0,8329 & 0,8699 \\ 0,4795 & 0,6073 & 0,3502 & 0,2564 & 0,2648 \\ 0,6393 & 0,4501 & 0,6620 & 0,6135 & 0,3181 \end{bmatrix}$$

$$A_y = \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,1192 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0,6790 & 0,9398 & 0,6619 & 0,8419 & 0,5407 \\ 0,6358 & 0,6456 & 0,7703 & 0,8329 & 0,8699 \\ 0,9452 & 0,4795 & 0,3502 & 0,2564 & 0,2648 \\ 0,2089 & 0,6393 & 0,6620 & 0,6135 & 0,3181 \end{bmatrix}$$

$$A_z = \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,1192 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0,6790 & 0,2362 & 0,9398 & 0,8419 & 0,5407 \\ 0,6358 & 0,1194 & 0,6456 & 0,8329 & 0,8699 \\ 0,9452 & 0,6073 & 0,4795 & 0,2564 & 0,2648 \\ 0,2089 & 0,4501 & 0,6393 & 0,6135 & 0,3181 \end{bmatrix}$$

$$A_k = \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,1192 & 0,5822 \\ 0,6790 & 0,2362 & 0,6619 & 0,9398 & 0,5407 \\ 0,6358 & 0,1194 & 0,7703 & 0,6456 & 0,8699 \\ 0,9452 & 0,6073 & 0,3502 & 0,4795 & 0,2648 \\ 0,2089 & 0,4501 & 0,6620 & 0,6393 & 0,3181 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,1192 \\ 0,6790 & 0,2362 & 0,6619 & 0,8419 & 0,9398 \\ 0,6358 & 0,1194 & 0,7703 & 0,8329 & 0,6456 \\ 0,9452 & 0,6073 & 0,3502 & 0,2564 & 0,4795 \\ 0,2089 & 0,4501 & 0,6620 & 0,6135 & 0,6393 \end{bmatrix}$$

0,5692

-0,4189

0,7921

0,9247

-1,2032

12) Pivotlama ile A matrisinin tersini hesaplayınız.

$$A = \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0,6790 & 0,2362 & 0,6619 & 0,8419 & 0,5407 \\ 0,6358 & 0,1194 & 0,7703 & 0,8329 & 0,8699 \\ 0,9452 & 0,6073 & 0,3502 & 0,2564 & 0,2648 \\ 0,2089 & 0,4501 & 0,6620 & 0,6135 & 0,3181 \end{bmatrix}$$

$$A_p = \begin{bmatrix} 1 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0 & 1 & 0,6619 & 0,8419 & 0,5407 \\ 0 & 0 & 1 & 0,8329 & 0,8699 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0,2648 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



13) Gauss yöntemi ile A matrisinin tersini hesaplayınız.

$$A = \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0,6790 & 0,2362 & 0,6619 & 0,8419 & 0,5407 \\ 0,6358 & 0,1194 & 0,7703 & 0,9329 & 0,8699 \\ 0,9452 & 0,6093 & 0,3502 & 0,2564 & 0,2649 \\ 0,2089 & 0,4501 & 0,6620 & 0,6135 & 0,3181 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} R_1 &= (1/11)R_1 \\ R_2 &= R_2 - (17/25)R_1 \\ R_3 &= R_3 - (7/11)R_1 \\ R_4 &= R_4 - (17/18)R_1 \\ R_5 &= R_5 - (4/19)R_1 \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} 1,0008 & 1,0962 & 0,7089 & 0,6432 & 0,8998 \\ -0,0016 & -0,5092 & 0,1798 & 0,4045 & -0,0711 \\ -0,0011 & -0,5782 & 0,3192 & 0,4236 & 0,2973 \\ -0,0000 & -0,4280 & -0,3193 & -0,3511 & -0,5850 \\ -0,0018 & 0,2193 & 0,5128 & 0,4781 & 0,1287 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} R_2 &= (-65/33)R_2 \\ R_1 &= R_1 - (11/10)R_2 \\ R_3 &= R_3 + (4/7)R_2 \\ R_4 &= R_4 + (3/7)R_2 \\ R_5 &= R_5 - (2/9)R_2 \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} 0,9974 & -0,0071 & 1,0996 & 1,5197 & 0,7456 \\ 0,0031 & 1,0030 & -0,3542 & -0,7968 & 0,1401 \\ 0,0007 & -0,0050 & 0,1168 & -0,0317 & 0,3774 \\ 0,0013 & 0,0019 & -0,4711 & -0,6926 & -0,7249 \\ -0,0025 & -0,0036 & 0,5915 & 0,6551 & 0,0975 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} R_3 &= (35/14)R_3 \\ R_1 &= R_1 - (11/10)R_3 \\ R_2 &= R_2 + (5/14)R_3 \\ R_4 &= R_4 + (9/14)R_3 \\ R_5 &= R_5 - (16/27)R_3 \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} 0,9910 & 0,0414 & -0,0052 & 1,8249 & -2,8868 \\ 0,0052 & 0,9972 & 0,0106 & -0,7959 & 1,3195 \\ 0,0059 & -0,0441 & 1,0216 & -0,2775 & 3,3022 \\ 0,0040 & -0,0189 & 0,0096 & -0,8231 & 1,0290 \\ -0,0060 & 0,0226 & -0,0139 & 0,8196 & -1,8593 \end{bmatrix}$$



$$R_4 = (-13/11) R_4$$

$$R_1 = R_1 - (13/7) R_4$$

$$R_2 = R_2 + (10/11) R_4$$

$$R_3 = R_3 + (9/28) R_4$$

$$R_5 = R_5 - (11/13) R_4$$

$$\begin{bmatrix} 0,9999 & -0,0001 & -0,0041 & 0,0183 & -0,6282 \\ 0,0008 & 1,0075 & 0,0003 & -0,0115 & 0,2139 \\ 0,0043 & -0,0369 & 1,0180 & 0,0352 & 2,9113 \\ -0,0048 & 0,0223 & -0,0114 & 0,9728 & -1,2161 \\ -0,0019 & 0,0037 & -0,0043 & -0,0036 & -0,8303 \end{bmatrix}$$

$$R_5 = (-17/14) R_5$$

$$R_1 = R_1 + (19/32) R_5$$

$$R_2 = R_2 - (19/96) R_5$$

$$R_3 = R_3 - (32/11) R_5$$

$$R_4 = R_4 + (11/9) R_5$$

$$\begin{bmatrix} 1,0013 & -0,0027 & -0,0010 & 0,0208 & -0,0296 \\ 0,0004 & 1,0084 & -0,0008 & -0,0124 & 0,0144 \\ -0,0024 & -0,0239 & 1,0028 & 0,0226 & -0,0216 \\ -0,0019 & 0,0169 & -0,0050 & 0,9781 & 0,0161 \\ 0,0023 & -0,0045 & 0,0052 & 0,0043 & 1,0082 \end{bmatrix}$$

14) Gauss algoritması ile  $x$  bilinmeyenler vektörünü hesaplayınız.

$$A = \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0,6990 & 0,2362 & 0,6619 & 0,8419 & 0,5407 \\ 0,6358 & 0,1194 & 0,7703 & 0,8329 & 0,8699 \\ 0,9452 & 0,6073 & 0,3502 & 0,2564 & 0,2648 \\ 0,2089 & 0,4501 & 0,6620 & 0,6435 & 0,3181 \end{bmatrix}$$

$$B = [0,1192 \quad 0,9398 \quad 0,6456 \quad 0,4795 \quad 0,6393]$$

$$\begin{aligned} R_2 &= R_2 - (21/20)R_1 \\ R_3 &= R_3 - (53/54)R_1 \\ R_4 &= R_4 - (16/11)R_1 \\ R_5 &= R_5 - (9/28)R_1 \\ R_3 &= R_3 - (8/7)R_2 \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ -0,0010 & -0,5086 & 0,1803 & 0,4049 & -0,0706 \\ 0,0013 & 0,0045 & 0,1141 & -0,0383 & 0,3792 \\ 0,0032 & -0,4244 & -0,3170 & -0,3490 & -0,5820 \\ 0,0007 & 0,2221 & 0,5146 & 0,4797 & 0,1310 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} R_4 &= R_4 - (11/13)R_2 \\ R_5 &= R_5 + (7/16)R_2 \\ R_4 &= R_4 + (29/7)R_3 \\ R_5 &= R_5 - (26/5)R_3 \\ R_5 &= R_5 + R_4 \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ -0,0010 & -0,5086 & 0,1803 & 0,4049 & -0,0706 \\ 0,0013 & 0,0045 & 0,1141 & -0,0383 & 0,3792 \\ 0,0095 & 0,0244 & 0,0031 & -0,9504 & 1,0486 \\ 0,0030 & 0,0008 & 0,0033 & 0,0058 & -0,9231 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} &0,0561 \\ &-0,4189 \\ &0,9920 \\ &0,9247 \\ &-1,2032 \end{aligned}$$

15) Jordan - Gauss yöntemi ile  $x$  bileşenlerini bulunuz.

$$\begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 & 0,1192 \\ 0,6790 & 0,2862 & 0,6619 & 0,8419 & 0,5407 & 0,9398 \\ 0,6358 & 0,1194 & 0,7703 & 0,8329 & 0,8699 & 0,6456 \\ 0,9452 & 0,6073 & 0,3502 & 0,2564 & 0,2648 & 0,4795 \\ 0,2089 & 0,4501 & 0,6620 & 0,6135 & 0,3181 & 0,6393 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} R_1 / (0,6476) &= R_1 \\ R_2 - (0,6790) R_1 &= R_2 \\ R_3 - (0,6358) R_1 &= R_3 \\ R_4 - (0,9452) R_1 &= R_4 \\ R_5 - (0,2089) R_1 &= R_5 \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1,095 & 0,7093 & 0,6427 & 0,8990 & 0,1741 \\ 0 & -0,5095 & 0,1910 & 0,4055 & -0,06973 & 0,8148 \\ 0 & -0,5770 & 0,3200 & 0,4223 & 0,2973 & 0,5280 \\ 0 & -0,4270 & -0,3193 & -0,3511 & -0,5747 & 0,3055 \\ 0 & 0,2213 & 0,5140 & 0,4792 & 0,4303 & 0,6007 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} R_2 / (-0,5095) &= R_2 \\ R_3 - (-0,5770) R_2 &= R_3 \\ R_4 - (-0,4270) R_2 &= R_4 \\ R_5 - (0,2213) R_2 &= R_5 \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1,095 & 0,7093 & 0,6427 & 0,8990 & 0,1741 \\ 0 & 1 & -0,3566 & -0,7991 & 0,1374 & -1,606 \\ 0 & 0 & 0,1142 & -0,2876 & 0,3776 & -0,3977 \\ 0 & 0 & -0,4719 & -0,6930 & -0,3261 & -0,3716 \\ 0 & 0 & 0,5929 & 0,6561 & 0,0899 & 0,3562 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} R_3 / (0,1142) &= R_3 \\ R_4 - (-0,4719) R_3 &= R_4 \\ (-0,5929) R_5 - (0,5929) R_3 &= R_5 \\ (-1,184) R_4 / (-0,9449) &= R_4 \\ R_5 - (0,9449) R_4 &= R_5 \\ R_5 / (-0,9240) &= R_5 \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1,095 & 0,7093 & 0,6427 & 0,8990 & 0,1741 \\ 0 & 1 & -0,3566 & -0,7991 & 0,1374 & -1,606 \\ 0 & 0 & 1 & -0,3217 & 3,306 & -3,483 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1,224 & 2,397 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1,203 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} R_4 - (-1,224) R_5 &= R_4 \\ (-3,306) R_3 - (-3,306) R_5 &= R_3 \\ R_2 - (0,1374) R_5 &= R_2 \\ R_1 - (0,8990) R_5 &= R_1 \\ R_3 - (-0,3217) R_4 &= R_3 \\ R_2 - (-0,7991) R_4 &= R_2 \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1,095 & 0,7093 & 0,6427 & 0 & 1,266 \\ 0 & 1 & -0,3566 & 0 & 0 & -0,7014 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0,7921 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0,9247 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1,203 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 R_1 - (0,6427) R_4 &= R_1 \\
 R_2 - (-0,3566) R_3 &= R_2 \\
 R_1 - (0,7083) R_3 &= R_1 \\
 R_1 - (1,095) R_2 &= R_1
 \end{aligned}
 \quad
 \left[ \begin{array}{ccccc|c}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5692 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -0,4199 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0,7921 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0,9247 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1,203
 \end{array} \right]$$

$$x_1 = 0,5692$$

$$x_2 = -0,4199$$

$$x_3 = 0,7921$$

$$x_4 = 0,9247$$

$$x_5 = -1,203$$

16) Modernleştirilmiş Gauss Algoritması ile  $x$  bileşenlerinin vektörünü hesaplayın.

# Matrisin son hali

$$\begin{bmatrix} 0,6476 & -6,3275e-021 & 2,61971e-020 & 0 & 0 & 0,368624 \\ 0 & -0,507492 & 1,15644e-020 & -2,71051e-020 & 0 & 0,2126 \\ 0 & 5,417071e-021 & 0,114223 & 0 & 0 & 0,0801734 \\ 0 & 1,72035e-020 & 6,11929e-020 & -0,844787 & 0 & -0,771283 \\ 0 & 1,35525e-020 & 2,71684e-020 & 0 & -0,823965 & 0,991359 \end{bmatrix}$$

Köşeler :

1. köşke = 0,569216

2. köşke = -0,418923

3. köşke = 0,79208

4. köşke = 0,924718

5. köşke = -1,20316



17) Cholesky yöntemi ile  $x$  bilinmeyenler vektörünü hesaplayınız.

$$\begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0,6790 & 0,2362 & 0,6619 & 0,3419 & 0,5407 \\ 0,6358 & 0,1194 & 0,7703 & 0,8329 & 0,8699 \\ 0,9452 & 0,6073 & 0,3502 & 0,2564 & 0,2648 \\ 0,2089 & 0,4501 & 0,6620 & 0,6135 & 0,3181 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,1192 \\ 0,9398 \\ 0,6456 \\ 0,4795 \\ 0,6393 \end{bmatrix}$$

$$A = L * U$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1,04849 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,981779 & 0,505504 & 1 & 0 & 0 \\ 1,45954 & -1,66257 & 1,75282 & 1 & 0 \\ 0,322576 & 1,98559 & -0,43899 & 2,33278 & 1 \end{bmatrix} = L \text{ (Alt Üçgen)}$$

$$\begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0 & 0,2362 & 0,6619 & 0,3419 & 0,5407 \\ 0 & 0 & 0,7703 & 0,8329 & 0,8699 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2564 & -0,7352 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,3181 \end{bmatrix} = U \text{ (Üst Üçgen)}$$

$$L * z = C$$

$$z_0 = 0,1192$$

$$z_1 = 0,81482$$

$$z_2 = 0,116677$$

$$z_3 = 1,45571$$

$$z_4 = -4,3838$$

$$U * x = z$$

$$x_0 = -6,76931$$

$$x_1 = 26,491$$

$$x_2 = -18,5806$$

$$x_3 = -12,4602$$

$$x_4 = -2,4739$$

18)

A matrisinin Transpozunu diyoruz.

ATA matrisini elde ediyoruz.

Ale diğeri matrisini elde ediyoruz.

Use diğeri matrisini elde ediyoruz.

ATA matrisinin tersini elde ediyoruz.

$$\begin{bmatrix} 5,37125 & -4,54747 & 8,13679 & -2,91019 & -8,39059 \\ -4,54747 & 6,07487 & -10,0904 & 3,19483 & 8,34301 \\ 8,13679 & -10,0904 & 36,7601 & -11,4225 & -29,1972 \\ -2,91019 & 3,19483 & -11,4225 & 4,40293 & 8,62701 \\ -8,39059 & 8,34301 & -29,1972 & 8,62701 & 26,047 \end{bmatrix}$$

19) Cholesky yöntemi ile  $A^T A$  matrisinin tersini hesaplayınız.

$$A = \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0,6730 & 0,2362 & 0,6619 & 0,8419 & 0,5407 \\ 0,6358 & 0,1194 & 0,7703 & 0,8329 & 0,8699 \\ 0,9452 & 0,6073 & 0,3502 & 0,2564 & 0,2648 \\ 0,2089 & 0,4501 & 0,6620 & 0,6135 & 0,3181 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1,0484 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,9817 & 0,5055 & 1 & 0 & 0 \\ 0,4595 & -1,6625 & 1,7528 & 1 & 0 \\ 0,3225 & 1,9055 & -0,4387 & 2,3927 & 1 \end{bmatrix} = L$$

$$U = \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0 & 0,2362 & 0,6619 & 0,8419 & 0,5407 \\ 0 & 0 & 0,7703 & 0,8329 & 0,8699 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2564 & -0,7352 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,3181 \end{bmatrix} = U$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 0,6476 & 0,7093 & 0,4587 & 0,4162 & 0,5822 \\ 0,6730 & 0,2362 & 0,1194 & 0,6073 & 0,4501 \\ 0,6358 & 0,6619 & 0,7703 & 0,3502 & 0,6620 \\ 0,9452 & 0,8419 & 0,8329 & 0,2564 & 0,6135 \\ 0,2089 & 0,5407 & 0,8699 & 0,2648 & 0,3181 \end{bmatrix} = A^T$$

$$A = L * U$$

$$A^T A = A^T (L * U) \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 5,3912 & -4,5747 & 8,1367 & -2,9101 & -8,3305 \\ -4,5747 & 6,0747 & -10,0904 & 3,1947 & 8,3430 \\ 8,1367 & -10,0904 & 36,7601 & -11,4225 & -29,1972 \\ -2,9101 & 3,1947 & -11,4225 & 4,4028 & 8,6270 \\ -8,3305 & 8,3430 & -29,1972 & 8,6270 & 26,047 \end{bmatrix}$$