



ИДЗ 1. Математическая статистика

Вариант 8

Комаров Николай, М3205

Задание 1.

- Построить группированный статистический ряд
- С его помощью приближённо найти функцию распределения, построить её график
- Построить гистограмму
- Приближённой найти выборочное среднее значение и дисперсию

```
data = [  
    26.8, 32.7, 31.4, 29.1, 31.8, 27.1, 30.3, 28.5, 33, 27.9, 29.2, 27.8, 31.2, 31.5, 30.5, 32.4  
    26.6, 27.8, 23.5, 28.8, 29, 30, 29.3, 28.6, 33.7, 32.3, 34.7, 27.8, 25.7, 27.6, 26.8, 28.3,  
    29, 34.1, 27.2, 32.6, 30.2, 27.5, 27.8, 34.7, 27.5, 27.6, 32.5, 25, 30.6, 24.8, 26.3, 29.6,  
    28.2, 32.3, 27.4, 32.9, 28.3, 26.8, 28.2, 29.6, 29.8, 28.8, 26.7, 26.2, 26.6, 30, 30.3, 30,  
    25.3, 29.1, 30.3, 27.2, 27.8, 25.4, 26.7, 29.8, 28.1, 25.5, 29.7, 26.5, 32.6, 26.1, 28, 32,  
    25.3, 26.1, 28.7, 32, 27.9, 29.6, 34.2, 34.2, 31.6, 27.6, 27.4, 32, 29.7, 31.5, 32.1, 28.6,  
    28.6, 30.4, 29.8, 27.5, 33, 27.2, 31.1, 32.8, 28.4, 30.5, 34.2, 32, 30, 33.1, 29, 28.2, 28.1  
    26.7, 28.1, 26.1, 25.7, 27.5, 30.6, 28.4, 25.4, 28.7, 28.3, 34.7, 29.2, 28.4, 27.9, 30.5, 34  
    27.7, 27.4, 28.8, 30.1, 26.8, 29.5, 24.3, 25.3, 31.4, 24.2, 28.9, 30.8, 29.6, 29.6, 32.1, 28  
    27.2, 30.1, 30.9, 26.5, 31.7, 25.9, 28.5, 28.7, 27.9, 28.9, 28.2, 30.8, 28, 27, 26.8, 28.8,  
    29.3, 28.1, 29.4, 23.5, 26, 29.2, 31.1, 27.8, 32.7, 29.8, 31.1, 26.3, 28.3, 27.8, 26.1, 29.4  
    29, 32.9, 27.3, 31.3, 25.1, 29.9, 32.7, 26.5, 30.8, 26, 28.6, 30.5, 24.9  
]
```

$\max(\text{data}) = 35.2$, $\min(\text{data}) = 23.5 \Rightarrow$ Все элементы принадлежат интервалу (23, 36)

Будем разбивать выборку на 13 интервалов

23- 24	24- 25	25- 26	26- 27	27- 28	28- 29	29- 30	30- 31	31- 32	32- 33	33- 34	34- 35	35- 36
2	5	12	22	30	38	28	18	17	17	2	8	1

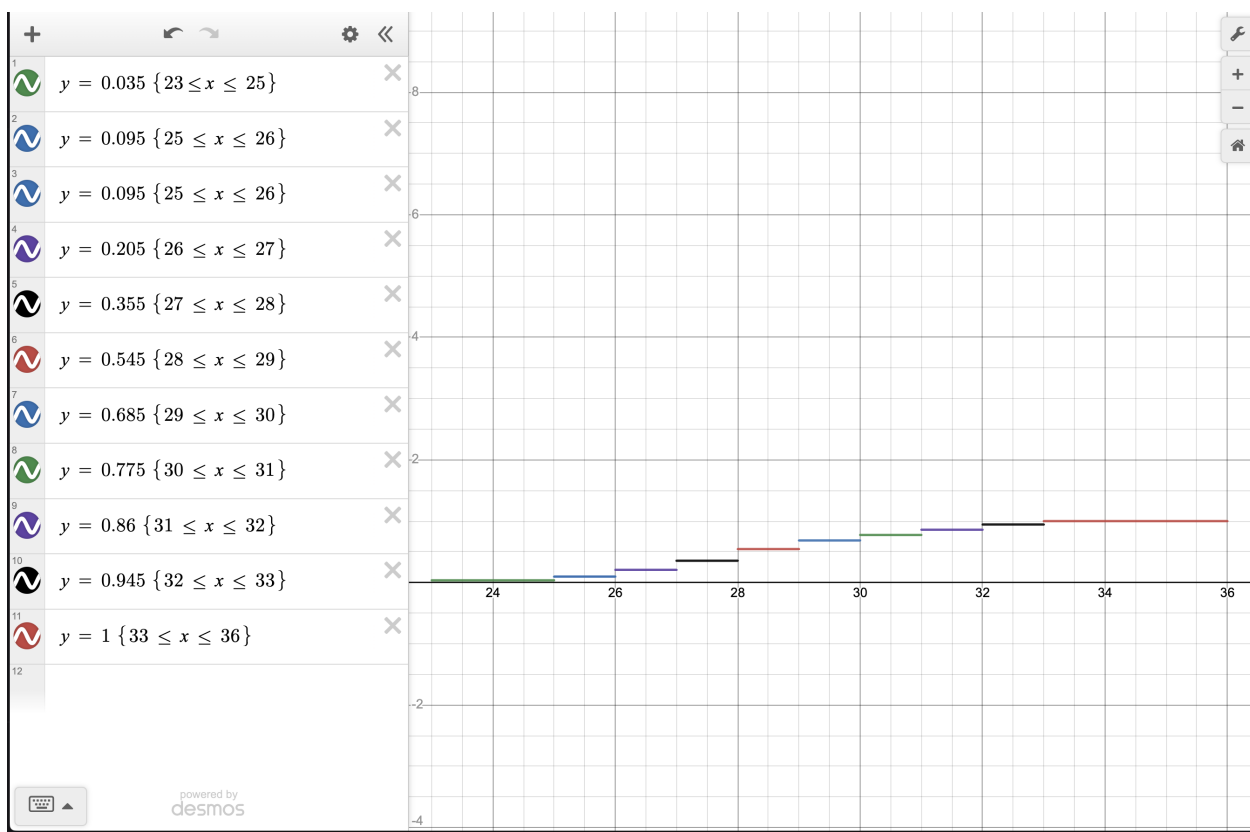
Объединим интервалы, в которые попало “мало” элементов выборки (первый со вторым и три последних)

Интервал	23- 25	25- 26	26- 27	27- 28	28- 29	29- 30	30- 31	31- 32	32- 33	33-36
Частота n_i	7	12	22	30	38	28	18	17	17	11

Далее, найдем середины интервалов, частоты, относительные частоты и накопительные относительные частоты, результаты занесем в таблицу

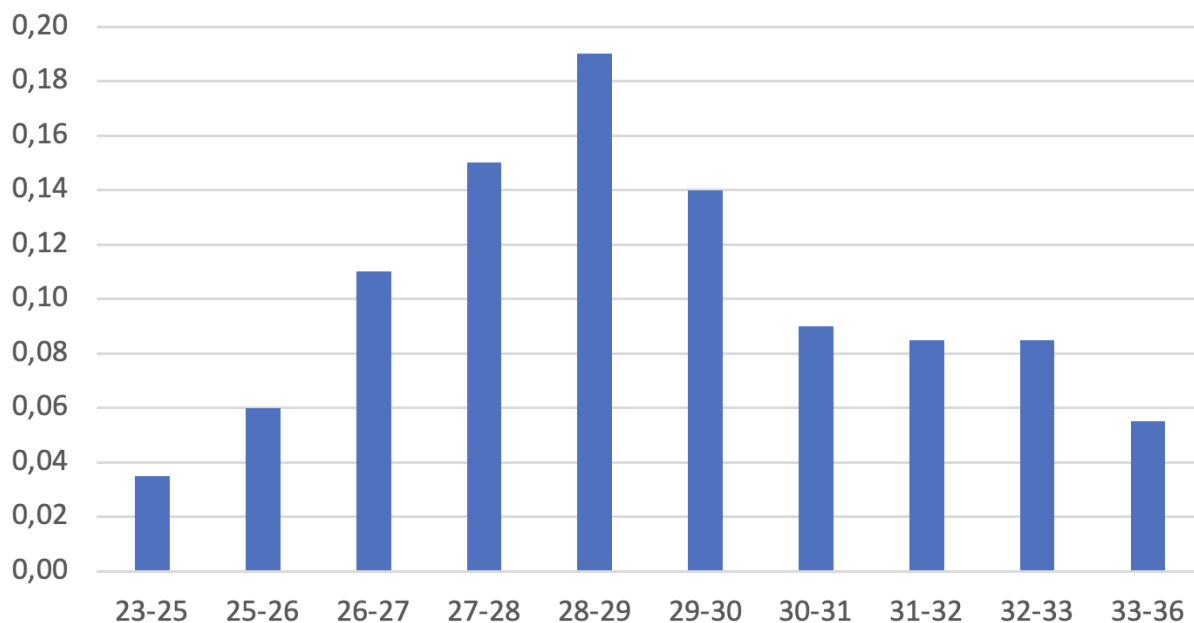
Номер интервала	Границы интервала	Середина z_i	Частота n_i	Относительная частота, n_i/n	Накопительная относительная частота
1	23-25	24	7	0.035	0.035
2	25-26	25.5	12	0.06	0.095
3	26-27	26.5	22	0.11	0.205
4	27-28	27.5	30	0.15	0.355
5	28-29	28.5	38	0.19	0.545
6	29-30	29.5	28	0.14	0.685
7	30-31	30.5	18	0.09	0.775
8	31-32	31.5	17	0.085	0.86
9	32-33	32.5	17	0.085	0.945
10	33-36	34.5	11	0.055	1

Построим выборочную функцию распределения



Построим гистограмму распределения

Гистограмма распределения



Приближенно найдем выборочное среднее значение и дисперсию:

$C = 28,5$

z_i	n_i	$z_i - C$	$(z_i - C) \cdot n_i$	$(z_i - C)^2$
24,00	7,00	-4,50	-31,5	20,25
25,50	12,00	-3,00	-36	9,00
26,50	22,00	-2,00	-44	4,00
27,50	30,00	-1,00	-30	1,00
28,50	38,00	0,00	0	0,00
29,50	28,00	1,00	28	1,00
30,50	18,00	2,00	36	4,00
31,50	17,00	3,00	51	9,00
32,50	17,00	4,00	68	16,00
34,50	11,00	6,00	66	36,00

Используем следующие формулы:

$$\bar{X} = \left(\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k (z_i - C) \cdot n_i \right) + C$$

$$S^2 = \left(\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k (z_i - C)^2 \cdot n_i \right) - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (z_i - C) \cdot n_i \right)^2$$

Полученные результаты:

$$\bar{X} = 29,0375$$

$$S^2 = 6,154$$

Задание 2.

Имеется группированный статистический ряд, полученный по результатам наблюдений над случайной величиной X — распределена равномерно на интервале (a, b)

Требуется с помощью метода моментов получить точечные оценки a^* и b^* параметров a и b и изобразить (можно для наглядности на одном чертеже) гистограмму, отвечающую данному статистическому ряду и сглаживающую ее кривую распределения случайной величины, распределённой равномерно на интервале (a^*, b^*)

Интервал	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20
Частота n_i	12	21	22	17	17	11	26

Формулы для выборочного среднего и выборочной дисперсии

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k x_i \cdot n_i,$$

$$S^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{X})^2 \cdot n_i$$

Математическое ожидание и дисперсия для равномерного распределения с параметрами a, b :

$$M(X) = \frac{a+b}{2}$$

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Для нашего распределения параметры следующие:

$a = 13$ (левая граница)

$b = 24$ (правая граница)

$$\begin{cases} \frac{a+b}{2} = \bar{x} \\ \frac{(b-a)^2}{12} = S^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2\bar{x} - a \\ \frac{(\bar{x} - a)^2}{3} = S^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^* = \bar{x} - \sqrt{3} S \\ b^* = \bar{x} + \sqrt{3} S \end{cases}$$

Найдем \bar{x} и S :

$$\bar{x} = 18,5, \quad S^2 = 9,1, \quad S = 3,017$$

$$a^* = 13,275, \quad b^* = 23,725$$

Гистограмма

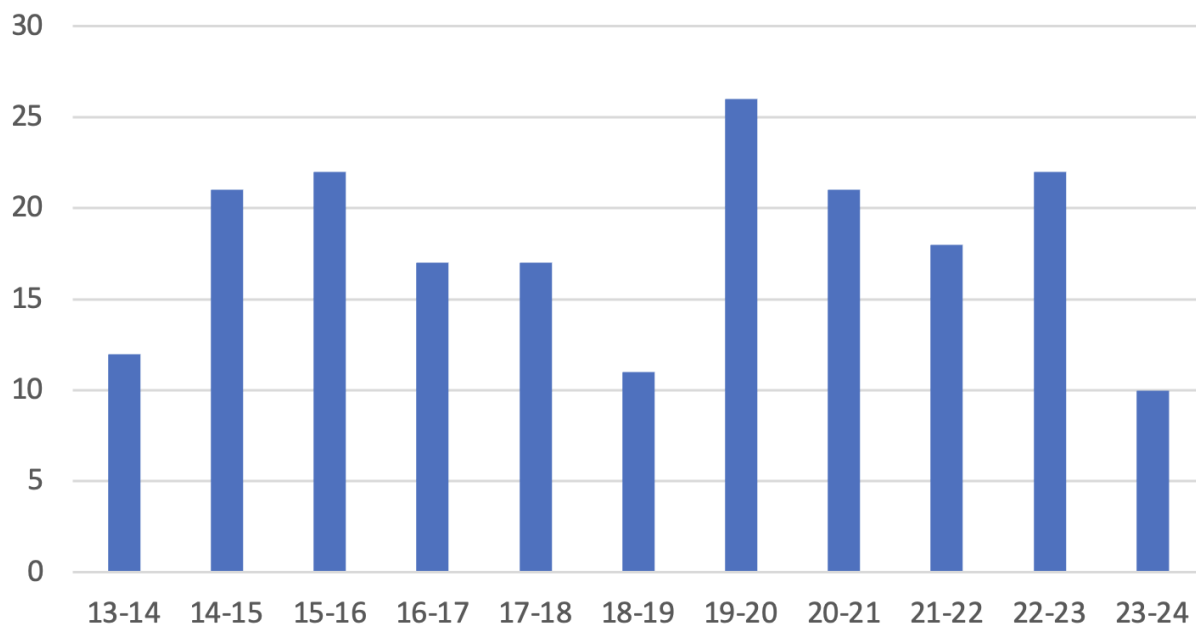


График плотности:

