

# 不能可持久化的分块不是好平衡树

唯有那份眩目 未曾忘却

先从一些小问题说起

- 给你一个长度为  $n$  的序列  $ma$
- $m$  次询问，每次询问区间  $[l, r]$  内的值的和

- 我会暴力!

```
ans = 0;
for(int i = 1; i <= r; i++){
    ans += ma[i];
}
```

- 时间复杂度  $O(n * m)$  QAQ

- 我会前缀和预处理!

- $sum[i] = \sum_{j=1}^i ma[j]$

- 每次询问

```
ans = sum[r] - sum[l - 1];
```

- 时间复杂度  $O(1)$  qwq





## 另一个小问题



- 给你一个长度为  $n$  的序列  $ma$
- $m$  次操作，每次选择区间  $[l, r]$  值加  $v$ ，最后输出序列
- 我会暴力!

```
for(int i = l; i <= r; i ++){  
    ma[i] += v;  
}
```
- 时间复杂度  $O(n * m)$  QAQ
- 我会延迟标记!

## 延迟标记大法好

- 开辟一个新的 lazy 数组，初始值为 0
- $\text{lazy}[i] = x$  表示  $\text{ma}$  中区间  $[i, n]$  累计增加了  $x$
- 对于区间  $[l, r]$  增加  $v$

```
lazy[l] += v;  
lazy[r + 1] -= v;
```

- 最后结果输出

```
t = 0;  
for(int i = 0; i < n; i++){  
    t += lazy[i];  
    printf("%d ", ma[i] + t);  
}  
printf("\n");
```

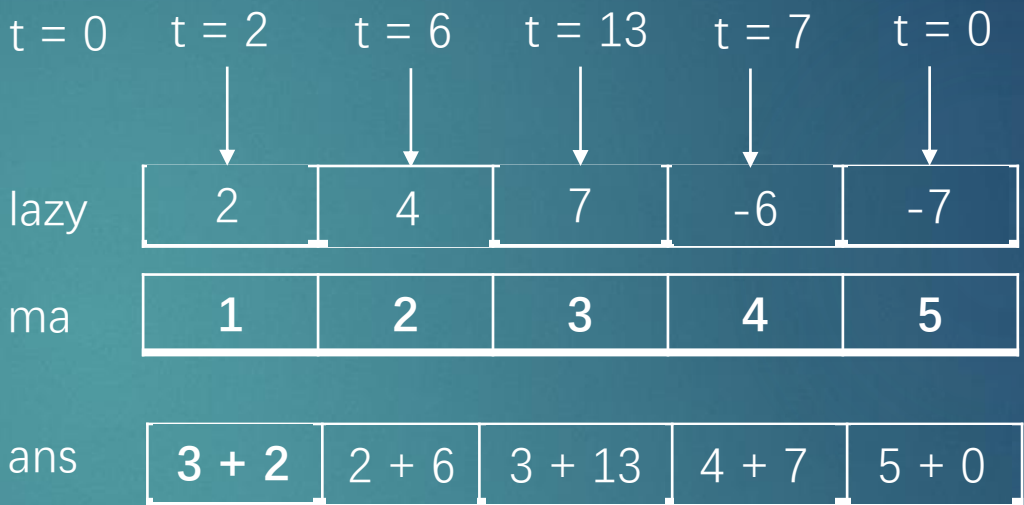
- 单次  $O(n)$  的修改变成  $O(1)$  !





举个栗子

- 初始数组 `ma` 为 1 2 3 4 5
- [1, 3] 加 2
- [3, 4] 加 7
- [2, 3] 加 4
- 最后输出



现在问题合并了

- 给你一个长度为  $n$  的序列  $ma$
- $m$  次操作
- 每次选择一个区间  $[l, r]$  使其加  $v$ , 或者询问一个区间  $[l, r]$  的区间和
- 不要再说你会暴力了!
- 内容正式开始qwq



# 线段树

当然关乎美和自信

## 基础定义

- 线段树是一种二叉搜索树，即每个结点最多有两棵子树的树结构，左儿子的编号为自身编号  $\times 2$ ，右儿子编号为自身编号  $\times 2 + 1$
- 通常子树被称作“左子树” (left subtree) 和“右子树” (right subtree)
- 线段树的每个结点存储了一个区间
- 所有叶子结点表示的是单位区间(即左右端点相等的区间)，**维护对应原始数组下标的值**
- 对于表示的区间为  $[l, r]$  的所有非叶子结点都有左右两棵子树，令  $mid = (l + r) / 2$  (向下取整)，则它的左儿子表示的区间为  $[l, mid]$ ，右儿子表示的区间为  $[mid+1, r]$ 。非叶子节点一定有两个儿子结点，非叶子结点维护他所包含的区间的值

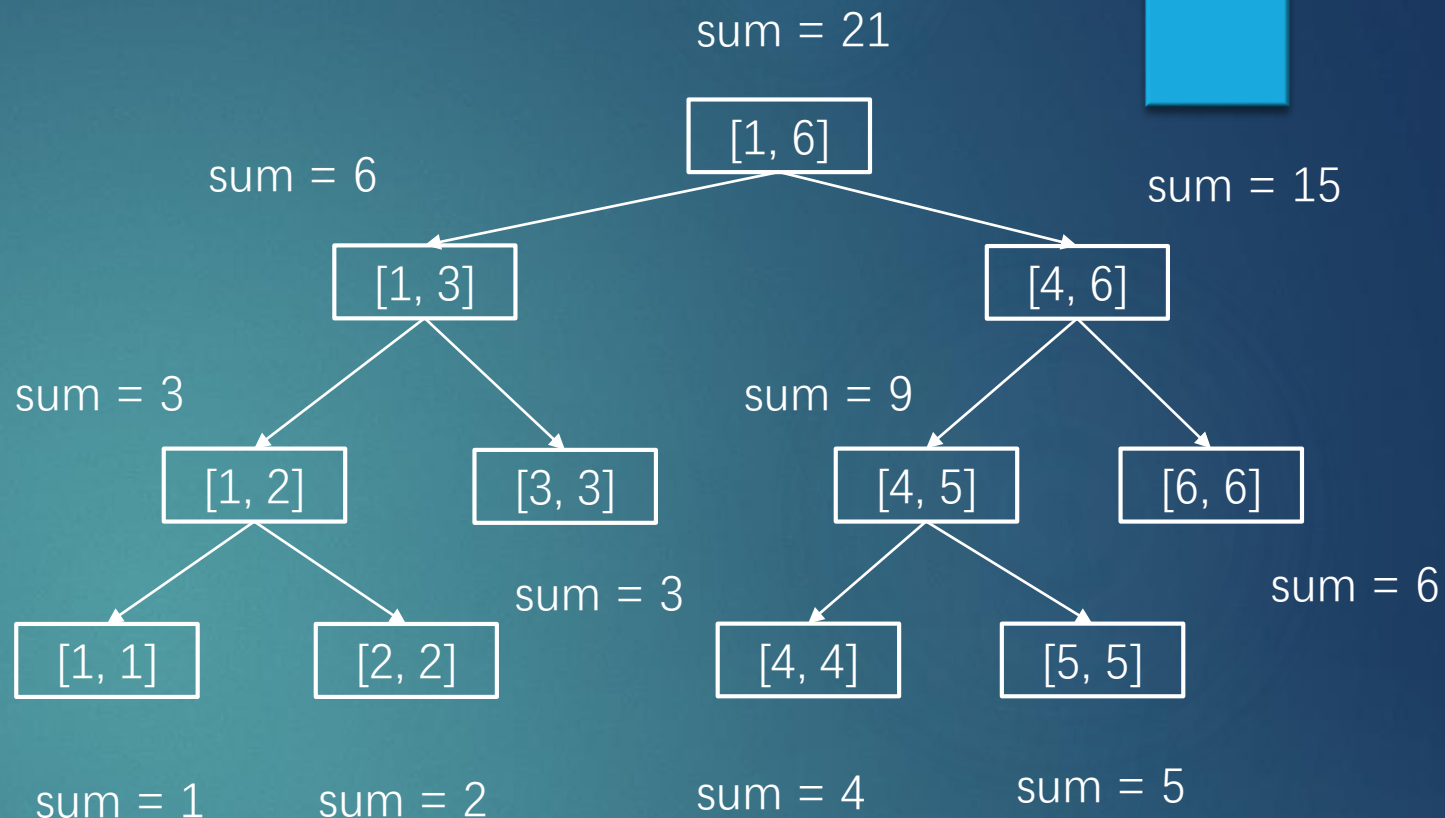






## 来看看线段树

- 如图表示的是一个初始数组  $ma$  为 1 2 3 4 5 的线段树结构
- 树是一个递归结构，两个子结点的区间并正好是父结点的区间，可以通过自底向上的计算更新父节点的值qwq



## Build!

- 一个结构体维护每个节点的信息
- 递归建树



```
struct Three
{
    int l;
    int r;    /// 当前节点维护区间为 [1, r]
    int sum;  /// [1, r] 内元素区间和
    int lazy; /// 延迟标记
};
```

```
void Build(int x, int l, int r) /// 表示递归到编号为 x 的节点, 该节点维护的区间为 [1, r]
{
    tree[x].l = l;
    tree[x].r = r;
    tree[x].lazy = 0;
    if(l == r){ /// 为叶子节点
        tree[x].sum = ma[l];
    }
    else{
        int mid;

        mid = (l + r) / 2;
        Build(x * 2, l, mid);    /// 递归建立左右子树
        Build(x * 2 + 1, mid + 1, r);
        tree[x].sum = tree[x * 2].sum + tree[x * 2 + 1].sum;
        /// 当前区间的区间和为左儿子区间和 + 右儿子区间和
    }
}
```

⌈ Quarry! ⌋

得到答案  $15 + 3$

查询[3, 6]

sum = 21

查询[3, 3]

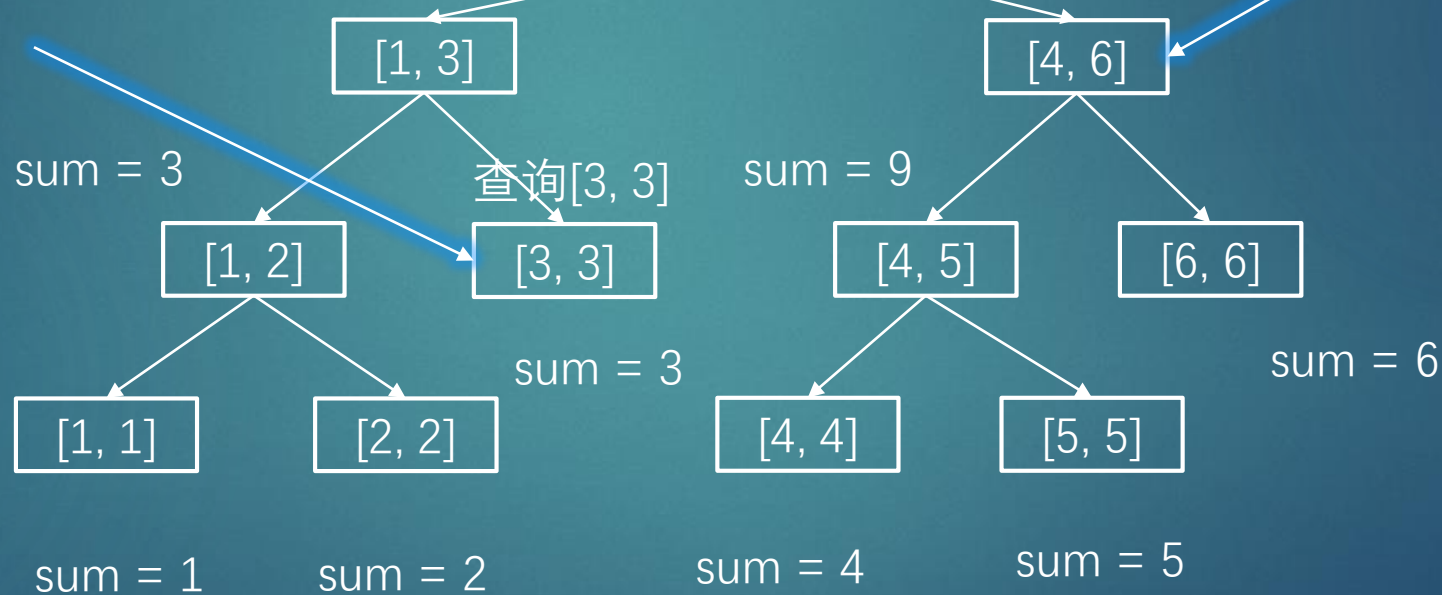
sum = 6

查询[4, 6]

sum = 15

和节点表示区间相等，  
返回该节点的值 15!

和节点表示区间相等，  
返回该节点的值 3!



剩下的内容咕了

QWQ

