1. Kanonische Ableitung und Reduktion

a)

Rechtskanonisch:

E =>

- *T* =>

- T * *F* =>

- T * (*E*) =>

- T * (E + *T*) =>

- T * (E + T / *F*) =>

- T * (E + *T* / v) =>

- T * (E + *F* / v) =>

- T * (*E* + v / v) =>

- T * (*T* + v / v) =>

- T * (*F* + v / v) =>

- *T* * (v + v / v) =>

- *F* * (v + v / v) =>

- v * (v + v / v)

Linkskanonisch:

E =>

- *T* =>

- *T* * F =>

- *F* * F =>

- v * *F* =>

- v * (*E*) =>

- v * (*E* + T) =>

- v * (*T* + T) =>

- v * (*F* + T) =>

- v * (v + *T*) =>

- v * (v + *T* / F) =>

- v * (v + *F* / F) =>

- v * (v + v / *F*) =>

- v * (v + v / v)

b)

Rechtskanonisch:

((v + v) * v / v) - (v / *v*) =>

~~((v + v) * v / v) - (v / *F*) =>~~

~~((v + v) * v / v) - (F / T) =>~~

((v + v) * v / v) - (*v* / F) =>

((v + v) * v / v) - (*F* / F) =>

((v + v) * v / v) - (*T / F*) =>

((v + v) * v / v) - (*T*) =>

((v + v) * v / v) - *(E)* =>

((v + v) * v / v) - *F* =>

((v + v) * v / *v*) - T =>

((v + v) * *v* / F) - T =>

((v + *v*) * F / F) - T =>

((v + *F*) * F / F) - T =>

((*v* + T) * F / F) - T =>

((*F* + T) * F / F) - T =>

((*T* + T) * F / F) - T =>

((*E + T*) * F / F) - T =>

(*(E)* * F / F) - T =>

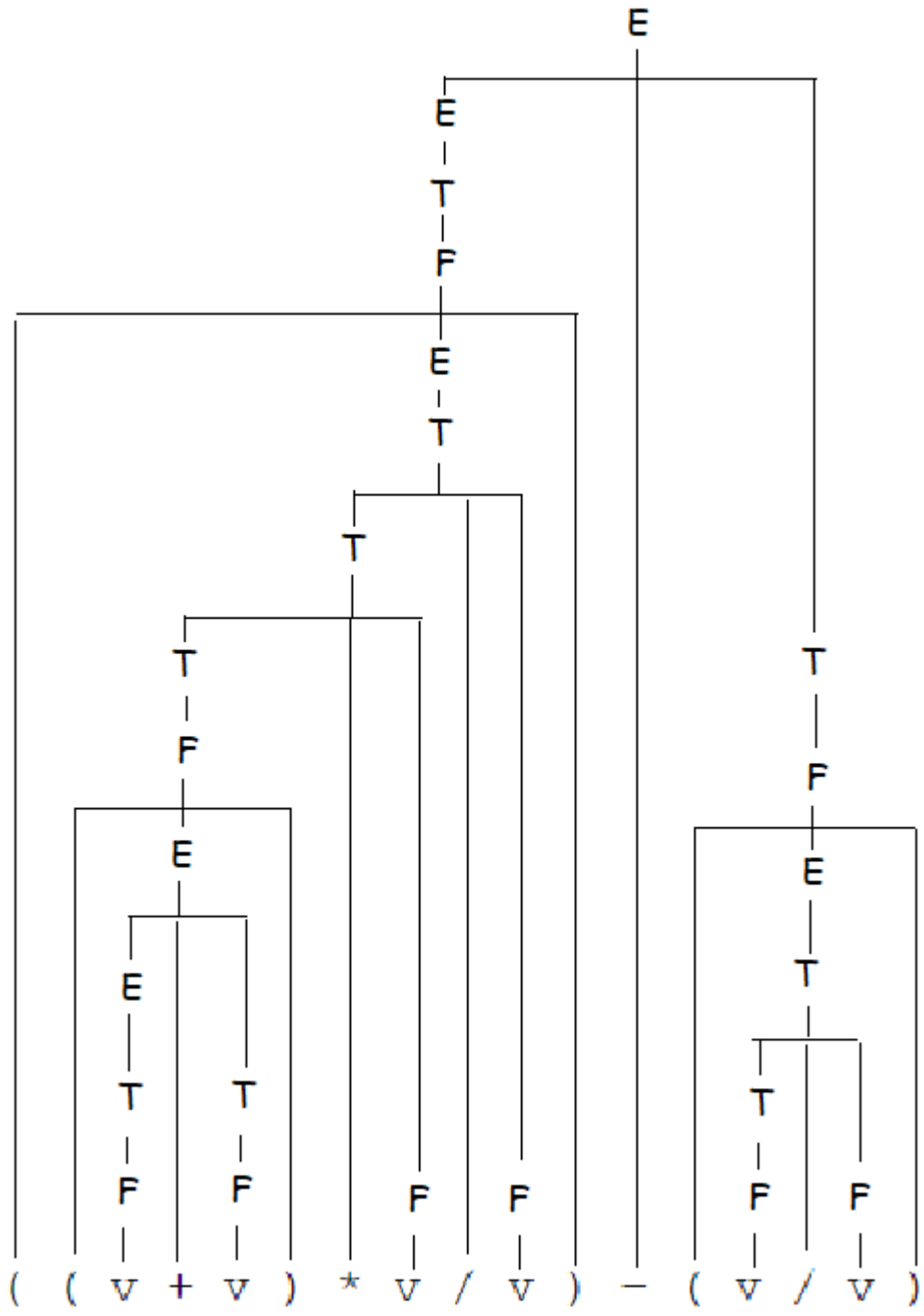
(*F* * F / F) - T =>

(*T * F* / F) - T =>

(*T / F*) - T =>

```
( *T* ) - T =>

*( E )* - T =>

*F* - T =>

*T* - T =>

*E - T* =>

E
```

Syntaxbaum:



Linkskanonisch:

```
( ( *v* + v ) * v / v ) - ( v / v ) =>
```

((*F* + v) * v / v) - (v / v) =>

((*T* + v) * v / v) - (v / v) =>

((E + *v*) * v / v) - (v / v) =>

((E + *F*) * v / v) - (v / v) =>

((*E + T*) * v / v) - (v / v) =>

(*(E)* * v / v) - (v / v) =>

(*F* * v / v) - (v / v) =>

(T * *v* / v) - (v / v) =>

(*T * F* / v) - (v / v) =>

(T / *v*) - (v / v) =>

(*T / F*) - (v / v) =>

(*T*) - (v / v) =>

(E) - (v / v) =>

F - (v / v) =>

T - (v / v) =>

E - (*v* / v) =>

E - (*F* / v) =>

E - (T / *v*) =>

E - (*T / F*) =>

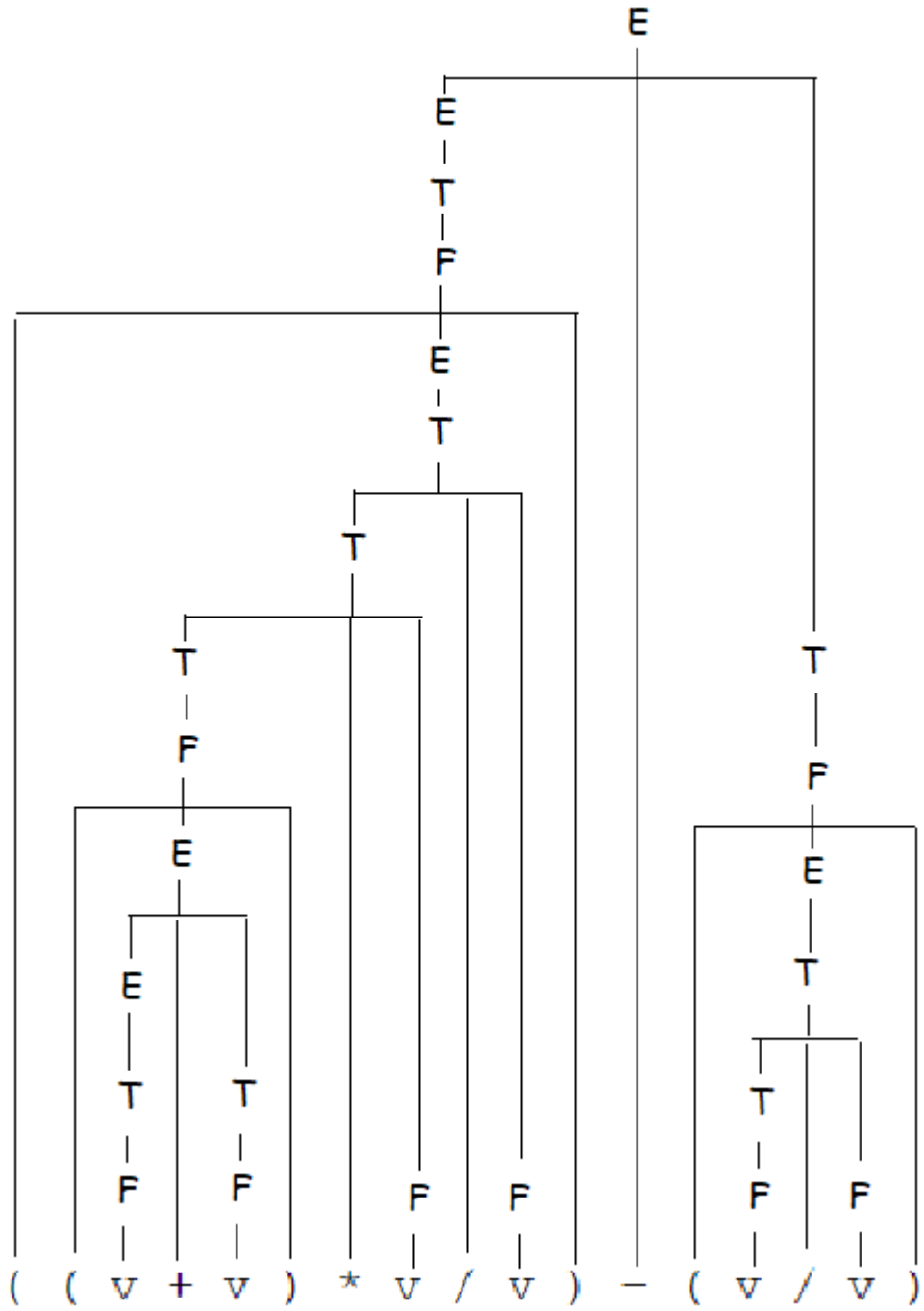
E - (*T*) =>

E - *(E)* =>

E - *F* =>

E - T =>

E



Die Anzahl der Reduktionen ist bei beiden Varianten gleich (24 Reduktionen) und die Syntaxbäume sind ident.

2. Mehrdeutigkeit, Beschreibung und Schreibweisen

a)

Bei der Regel `frac` liegt die Mehrdeutigkeit, da man auf `n` kommen kann, indem man entweder die 1. Alternative verwendet, oder die 2. Alternative und dann das dazukommende `frac` ein `ε` ableitet.

Beispiel: `6.9`

`real => mant => sign int . frac => ε int . frac => ε n . frac`

option 1	**option 2**

option 1	option 2
=> ε n . n	=> ε n . frac n
=> ε 6 . n	=> ε 6 . frac n
=> ε 6 . 9	=> ε 6 . ε n
	=> ε 6 . 9

Änderung: `frac -> n | frac n | ε .` auf `frac -> frac n | ε .`, der Rest bleibt gleich.

b) Äquivalänte, eindeutige Grammatik

Möglichst wenige Regeln:

```
G(real):

real = ['+'|'-'] (0|...|9) {0|...|9} ['.' {0|...|9} ] ['E' ['+'|'-'] (0|...|9)
{0|...|9}] .
```

"Kürzer":

```
real = optSign n {n} ['.' {n} ] ['E' optSign n {n}] .

optSign = ['+'|'-'] .

n = 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 .
```

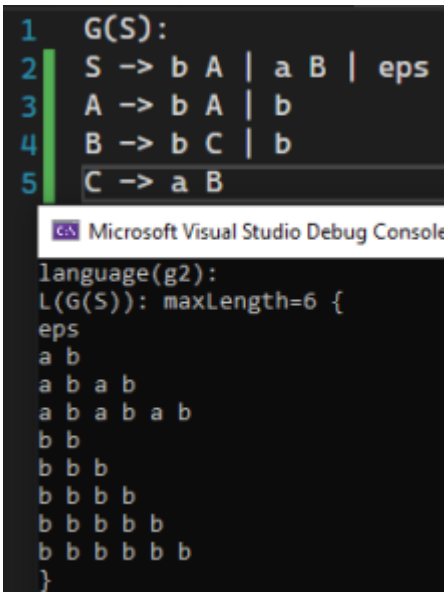
3. Reguläre Grammatiken

a)

Sätze:

- ε
- ab
- ab(ab)*
- bb
- bb(b)*

(oder man verwendet die Impl. aus Übung 1):



`S -> A b | B b | ε .`

`A -> a | C a .`

`C -> A b .`

`B -> b | B b .`

b)

`ab(ab)* + bb(b)* + ε` oder besser `(ab)* + (b)*` (erspaart das `ε`)

4. Bezeichner in der Programmiersprache Ada

a)

```
B -> l | l R

R -> d | l | '_' U | l R | d R

U -> l | d | l R | d R
```

b)

```
B -> l | R l | R d

R -> U '_' | R l | R d | l

U -> R d | R l | l
```

c)

```
l ( l + d + '_' l + '_' d)*
```

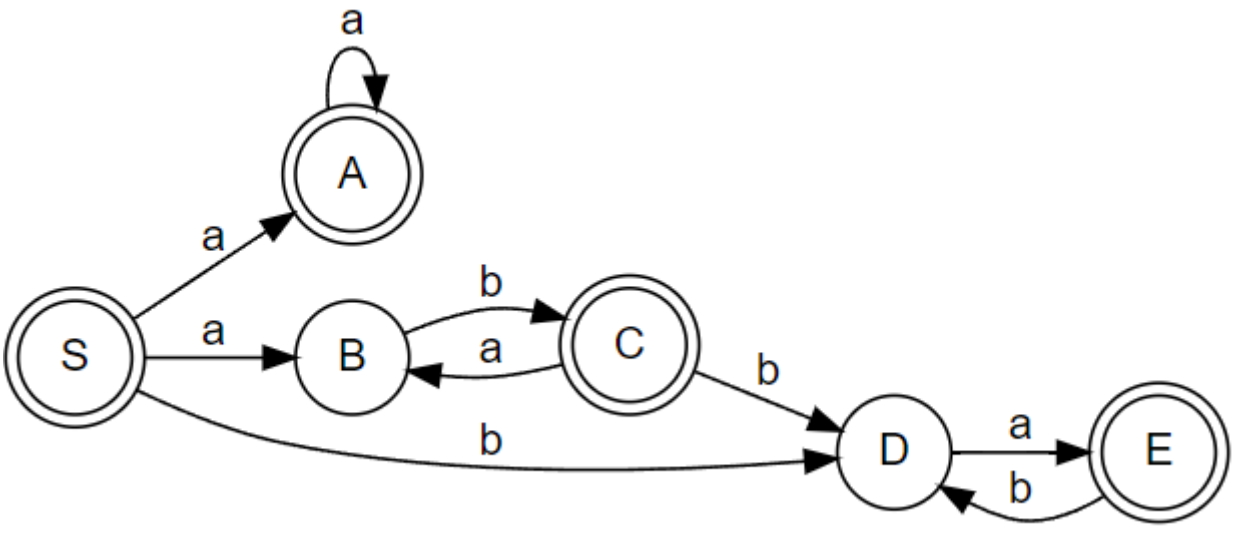
Unix:

`l(l|d|_l|_d)*` =^= `l(_?(l|d))*` =^= `l(_?[ld])*`

5. Transformation zwischen Darstellungsformen regulärer Sprachen

a)

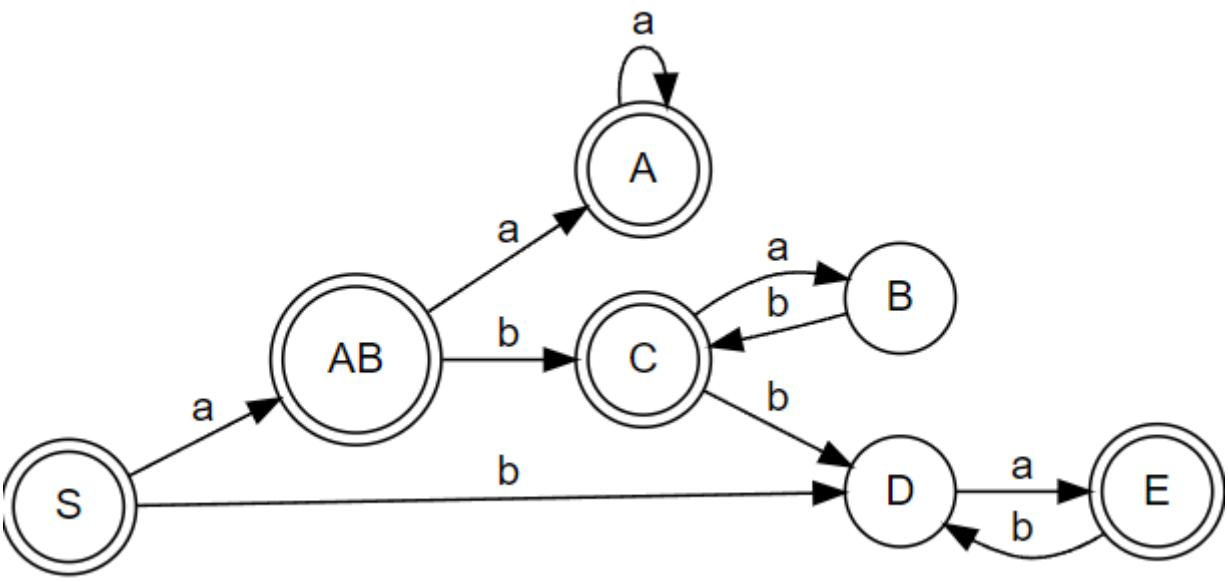
```
digraph non_deterministic_finite_state_machine {
    fontname="Helvetica,Arial,sans-serif"
    node [fontname="Helvetica,Arial,sans-serif"]
    edge [fontname="Helvetica,Arial,sans-serif"]
    rankdir=LR;
    node [shape = doublecircle]; S A C E;
    node [shape = circle];

    S -> A [label = "a"]
    A -> A [label = "a"]
    S -> B [label = "a"]
    B -> C [label = "b"]
    S -> D [label = "b"]
    C -> D [label = "b"]
    C -> B [label = "a"]
    D -> E [label = "a"]
    E -> D [label = "b"]
}
```



	0	1
-> S	{A, B}	{D}
o A	{A}	-

	0	1
B	{C}	-
o C	{B}	{D}
D	{E}	-
o E	-	{D}
o {A, B}	{A}	{C}

```
digraph deterministic_finite_state_machine {
    fontname="Helvetica,Arial,sans-serif"
    node [fontname="Helvetica,Arial,sans-serif"]
    edge [fontname="Helvetica,Arial,sans-serif"]
    rankdir=LR;
    node [shape = doublecircle]; S A C E AB;
    node [shape = circle];

    S -> AB [label = "a"]
    AB -> A [label = "a"]
    AB -> C [label = "b"]
    A -> A [label = "a"]
    B -> C [label = "b"]
    S -> D [label = "b"]
    C -> D [label = "b"]
    C -> B [label = "a"]
    D -> E [label = "a"]
    E -> D [label = "b"]
}
```



b)

Erläuterung:

Ich habe mir angesehen was mit der Teilbarkeit von Binärzahlen passiert, wenn man eine 1 oder 0 anhängt bzw. wie Binärzahlen dividiert durch 3 in andere Restklassen wandern.

Wenn man eine "0" anhängt, wird eine Binärzahl verdoppelt. Der Rest bei der Division durch 3 bleibt gleich. Wenn man eine "1" anhängt, wird eine Binärzahl verdoppelt und dann inkrementiert. Hat die Binärzahl diviert durch 3 die Restklasse 2, dann bleibt sie nach dieser Operation in dieser Restklasse.

Wenn die Zahl bereits durch 3 Teilbar ist und man hängt

- 0 an, dann bleibt die Zahl durch 3 Teilbar => Restklasse 0. Man kann also beliebig viele 0er anhängen.
- 1 an, ergibt sich ein Rest von 1 => Restklasse 1

Wenn die Zahl geteilt durch 3 einen Rest von 1 hat und man hängt

- 0 an, dann ergibt sich ein Rest von 2 => Restklasse 2
- 1 an, dann ergibt sich ein Rest von 2r + 1 == 3 == 0 => Zahl ist durch 3 Teilbar => Restklasse 0

Wenn die Zahl geteilt durch 3 einen Rest von 2 hat und man hängt

- 0 an, dann ergibt sich ein Rest von 4 => Restklasse 1
- 1 an, dann ergibt sich ein Rest von 2r + 1 == 8 => Restklasse 2. Man kann also beliebig viele 1er anhängen.

Nach diesem Schema wurde der Automat gebaut. Die Namen der Zustände entsprechen den Restklassen.

```
digraph deterministic_finite_state_machine {
    fontname="Helvetica,Arial,sans-serif"
    node [fontname="Helvetica,Arial,sans-serif"]
    edge [fontname="Helvetica,Arial,sans-serif"]
    rankdir=LR;
    node [shape = doublecircle]; S R0;
    node [shape = circle];

    S -> R0 [label = "0"]
    S -> R1 [label = "1"]
    R0 -> R0 [label = "0"]
    R0 -> R1 [label = "1"]
    R1 -> R2 [label = "0"]
    R2 -> R2 [label = "1"]
    R2 -> R1 [label = "0"]
    R1 -> R0 [label = "1"]
}
```

	0	**1**
-> S	{R0}	{R1}
o R0	{R0}	{R1}

	0	**1**
R1	{R2}	{R0}
R2	{R1}	{R2}

Anmerkung: man braucht das S für den Start, da der Automat sonst eine Binärzahl ohne Zeichen erlauben würde. (glaube ich?)