

Выбор оптимальной модели в задаче моделирования динамики физической системы нейронными сетями

Севериков Павел

Московский физико-технический институт
Кафедра интеллектуальных систем

Научный руководитель д.ф.-м.н. В. В. Стрижов

Москва,
2022 г.

Введение

Рассматривается задача выбора оптимальной модели предсказания динамики физической системы. Под динамикой системы понимается изменение во времени параметров системы.

Проблема: Интерпретируемые модели решения задачи разработаны для получения динамики ограниченного набора физических систем, не полностью учитывают физические законы

Гипотеза: Лагранжева нейронная сеть (LNN) является оптимальной моделью в смысле точности и сложности

Предлагается: Сгенерировать данные для системы двойного маятника и сравнить моделирование динамики системы моделью LNN и неинтерпретируемыми моделями.

Новизна: Интерпретация оптимальности модели LNN в терминах симметрии Нётер. Предлагается использование новой модификации LNN, учитывающей иные симметрии кроме закона сохранения энергии.

Лагранжевы нейронные сети (LNN)

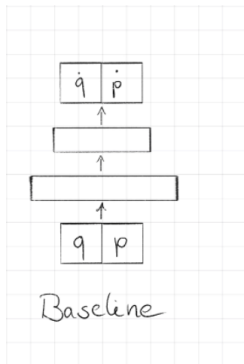
- ▶ Вход модели: $x_t = (q_t, \dot{q}_t)$ (канонические координаты)
- ▶ Требуется получить $\dot{x}_t = (\dot{q}_t, \ddot{q}_t)$
- ▶ Аппроксимировать нейронной сетью лагранжиан \mathcal{L}
- ▶ Из ограничений Эйлера-Лагранжа получить выражение для обратного распространения ошибки

$$\ddot{q} = (\nabla_{\dot{q}} \nabla_{\dot{q}}^\top \mathcal{L})^{-1} [\nabla_q \mathcal{L} - (\nabla_q \nabla_{\dot{q}}^\top \mathcal{L}) \dot{q}]$$

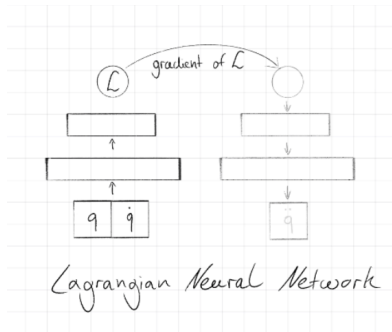
- ▶ **Функция ошибки:**

$$\mathcal{L} = \left\| \dot{x}_t^{\mathcal{L}_\theta} - \dot{x}_t^{true} \right\|_2$$

Лагранжевы нейронные сети (LNN)



(a) Схема работы базового решения моделирования динамики физической системы нейронными сетями

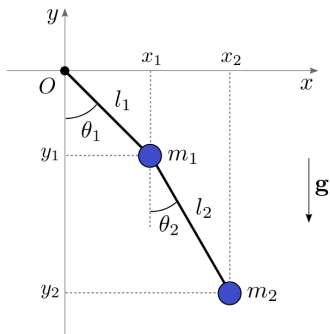


(b) Схема работы Lagrangian Neural Networks (LNN) моделирования динамики физической системы

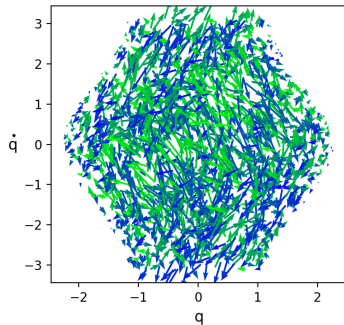
Вычислительный эксперимент: Данные

Лагранжиан системы двойного маятника:

$$L = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ + (m_1 + m_2) g l_1 \cos \theta_1 + m_2 g l_2 \cos \theta_2$$

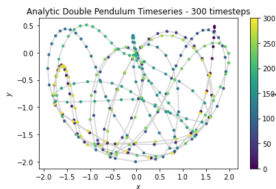


(a) Схема физической системы двойного маятника

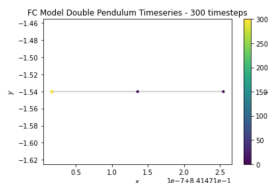


(b) Визуализация сгенерированных канонических координат системы двойного маятника

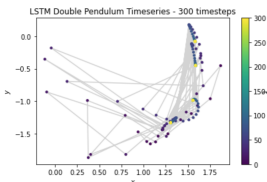
Вычислительный эксперимент



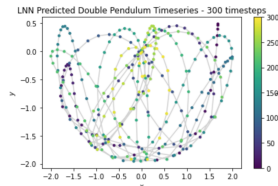
(a) Динамика системы, аналитическое решение



(b) Динамика системы, полносвязная нейронная сеть



(c) Динамика системы, LSTM



(d) Динамика системы, LNN

Моделирование динамики системы двойного маятника различными видами нейронных сетей: аналитическое решение, полносвязная нейронная сеть, LSTM, LNN.

Будущая работа

- ▶ Добавить в сравнение модели SSA и Neural ODE,
- ▶ Добавить в сравнение модифицированную модель LNN, учитывающую трансляционную и вращательную симметрии.