

Интерпретирование моделей ??*

П. А. Северилов¹, В. В. Стрижов²

Аннотация: В работе исследуется задача

Ключевые слова:

1 Введение

В данной работе решается задача

2 Постановка задачи

Пусть дана выборка (\mathbf{X}, \mathbf{Y}) , где $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n]^\top \in \mathbb{R}^{n \times m}$ — матрица независимых переменных, $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_n]^\top \in \mathbb{R}^{n \times k}$ — матрица целевых переменных.

3 Related works

3.1 Physics informed neural networks

3.2 HNN

Модель гамильновой нейронной сети [1]

*по

¹Московский физико-технический институт, severilov.pa@phystech.edu

²Вычислительный центр имени А. А. Дородницына Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, Московский физико-технический институт, strijov@phystech.edu

4 Лагранжевы нейронные сети

4.1 Лагранжева механика

- **Проблемы HNN:** гамильтонов формализм требует, чтобы координаты системы были «каноническими» ((\mathbf{q}, \mathbf{p}) должны подчиняться соотношениям, заданным скобками Пуассона)
- **Решение проблемы:** использовать лагранжианы систем (обеспечивают сохранение полной энергии, могут делать это с использованием произвольных координат)

Моделирование динамики системы с помощью лагранжиана

1. Найти аналитические выражения для кинетической и потенциальной энергии (T, V)
2. Записать лагранжиан $\mathcal{L} = T - V$
3. Применить ограничение Эйлера-Лагранжа $\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j}$
4. Решить получившуюся систему дифференциальных уравнений

4.2 Лагранжевы нейронные сети

- **Ключевая идея:** параметризовать нейронной сетью лагранжиан \mathcal{L} , получить выражение ограничения Эйлера-Лагранжа, обратно распространить ошибку через полученные ограничения
- Получение

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} &= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} \Rightarrow \frac{d}{dt} \nabla_{\dot{\mathbf{q}}} \mathcal{L} = \nabla_{\mathbf{q}} \mathcal{L} \\ (\nabla_{\dot{\mathbf{q}}} \nabla_{\dot{\mathbf{q}}}^{\top} \mathcal{L}) \ddot{\mathbf{q}} + (\nabla_{\mathbf{q}} \nabla_{\dot{\mathbf{q}}}^{\top} \mathcal{L}) \dot{\mathbf{q}} &= \nabla_{\mathbf{q}} \mathcal{L} \\ \ddot{\mathbf{q}} &= (\nabla_{\dot{\mathbf{q}}} \nabla_{\dot{\mathbf{q}}}^{\top} \mathcal{L})^{-1} [\nabla_{\mathbf{q}} \mathcal{L} - (\nabla_{\mathbf{q}} \nabla_{\dot{\mathbf{q}}}^{\top} \mathcal{L}) \dot{\mathbf{q}}] \end{aligned}$$

- Для заданного набора координат $x_t = (q_t, \dot{q}_t)$ получили метод вычисления $\dot{x}_t = (\dot{q}_t, \ddot{q}_t)$ из параметризованного лагранжиана.
- **Функция ошибки:**

$$\mathcal{L} = \left\| \dot{x}_t^{\mathcal{L}\theta} - \dot{x}_t^{true} \right\|_2$$

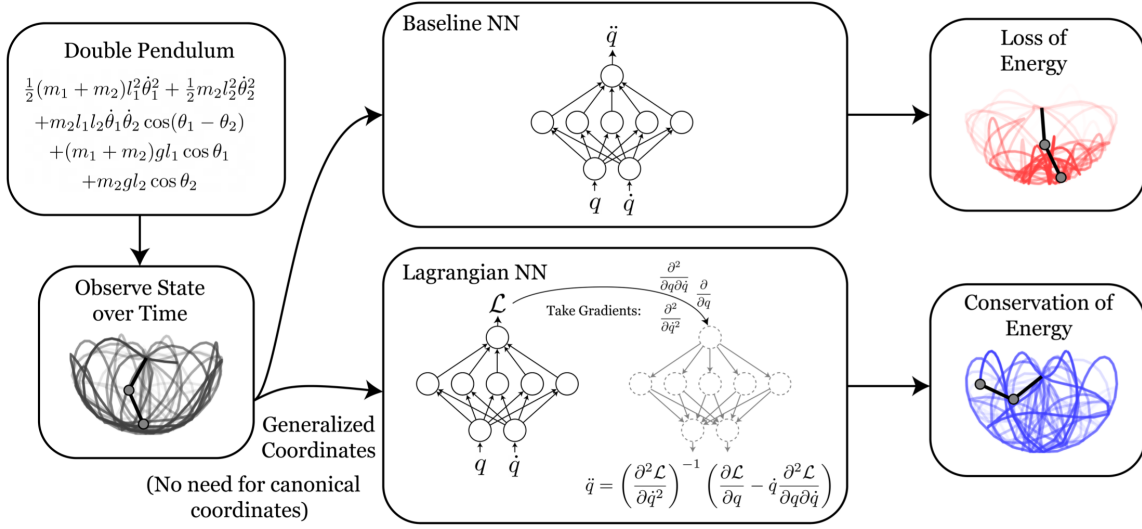


Рис. 1: Схема работы Lagrangian Neural Networks (LNN) моделирования динамики двойного маятника в сравнении с базовым решением (Baseline NN)

4.3 DeLaN

Работа, в котором авторы рассматривают моделирование определенных типов лагранжевых систем. Предполагается, что кинетическая энергия является $T = \dot{q}^T M \dot{q}$, где M — q -зависимая положительно определенная матрица.

Этот подход хорошо работает для динамики твердого тела, которая включает в себя множество систем, встречающихся в робототехнике. Однако многие системы не обладают такой кинетической энергией: заряженная частица в магнитном поле, быстро движущийся объект в СТО.

4.4 LNN

Лагранжевы нейронные сети(LNN)
Сравнение

	Neural net	Neural ODE	HNN	DeLaN	LNN (ours)
Can model dynamical systems	✓	✓	✓	✓	✓
Learns differential equations		✓	✓	✓	✓
Learns exact conservation laws			✓	✓	✓
Learns from arbitrary coords.	✓	✓		✓	✓
Learns arbitrary Lagrangians					✓

Рис. 2: Сравнение подходов моделирования физических систем нейронными сетями

4.5 Сверточные лагранжевы нейронные сети

Добавление сверточных слоев в LNN/DeLaN

5 Вычислительный эксперимент

Целью вычислительного эксперимента является В рамках вычислительного эксперимента написан программный комплекс для решения поставленных задач [?].

5.1 Данные

6 Заключение

В работе рассмотрена задача

Список литературы

- [1] Samuel Greydanus, Misko Dzamba, and Jason Yosinski. Hamiltonian neural networks. In H. Wallach, H. Larochelle, A. Beygelzimer, F. d'Alché-Buc, E. Fox, and R. Garnett, editors, *Advances in Neural Information Processing Systems*, volume 32. Curran Associates, Inc., 2019.