Respuestas del primer examen (versión a) - TEL224

Viernes 13/03/2015

Teoría

1. $\boxed{\text{5 puntos}}$ Diseñe una señal discreta exponencial que no converja.

Respuesta:
$$x[n] = 2^n u[n], \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

2. $\boxed{\text{5 puntos}}$ Defina y ejemplifique una FIR.

Respuesta: FIR significa "Finite-duration Impulse Response". Un sistema FIR es un sistema con respuesta al impulso de duración finita. El sistema siguiente es un sistema FIR:

$$h[n] = 2\delta[n]$$

3. $\boxed{\text{5 puntos}}$ ¿Qué es lo que sucede cuando una exponencial compleja (autofunción) atraviese un SLIT?

Respuesta: La salida de un SLIT atravesado por una exponencial compleja $x[n] = e^{j\omega n}$ es la misma exponencial compleja multiplicada por el autovalor $H\left(e^{j\omega}\right)$, o sea la respuesta en frecuencia del SLIT en la frecuencia ω:

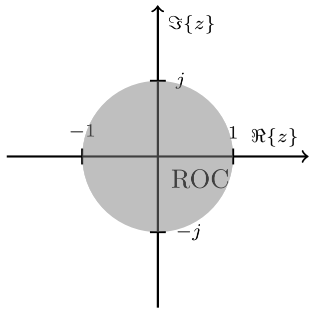
$$y[n] = H\left(e^{j\omega}\right) e^{j\omega n}$$

con

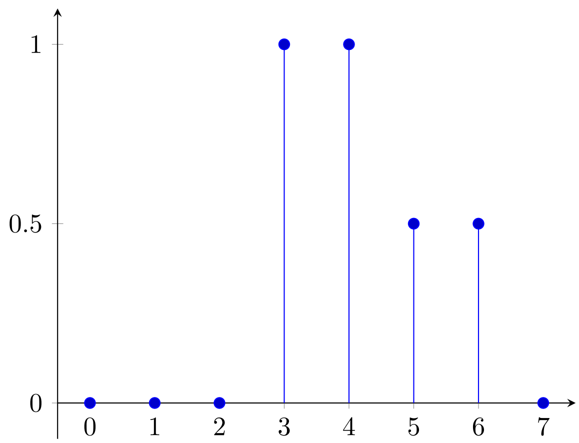
$$H\left(e^{j\omega}\right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] e^{-j\omega k}$$

4. $\boxed{\text{5 puntos}}$ Dibujar la región de convergencia de la transformada Z de una señal limitada por la derecha con un único polo en $z = j$

Respuesta: La región de convergencia de la transformada Z de una señal limitada por la derecha es el disco de rayo igual al módulo del polo menor. En este caso, existe un único polo, de módulo igual a 1, así que la región de convergencia esta definida por el disco $|z| < 1$.



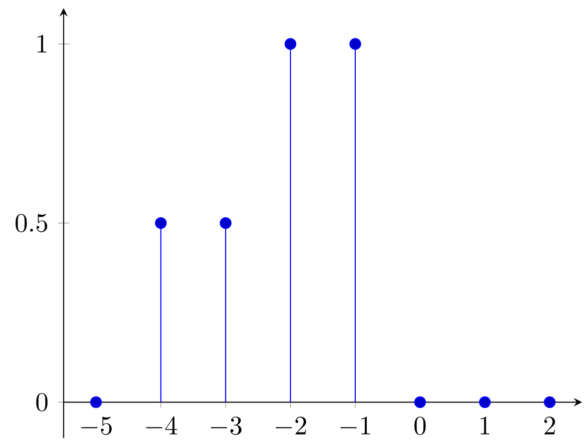
5. $\boxed{\text{5 puntos}}$ Dada la siguiente señal $x[n]$, dibuje $x[-(n-2)]$.



Respuesta:

Los únicos valores diferentes de cero son para $n = 3, ..., 6$, se transforman de la manera siguiente:

- $x[3] = 1$ se vuelve $x[-1] = 1$
- $x[4] = 1$ se vuelve $x[-2] = 1$
- $x[5] = 0.5$ se vuelve $x[-3] = 0.5$
- $x[6] = 0.5$ se vuelve $x[-4] = 0.5$



6. $\boxed{\text{5 puntos}}$ Si la entrada del sistema es: $x[n] = u[n]$ y su respuesta al impulso es: $h[n] = \frac{1}{4}^{n-1}u[n-1]$, encuentre su salida. Recuerde: $y[n] = x[n] * h[n]$

Respuesta:

$$\begin{aligned}
y[n] &= x[n] * h[n] \\
&= \textstyle\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] \\
&= \textstyle\sum_{k=0}^{\infty} h[n-k], \quad \text{porque } x[n] = 0 \quad \forall n < 0 \text{ y } x[n] = 1 \quad \forall n \geq 0 \\
&= \textstyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{4}^{n-k-1}u[n-k-1] \\
&= \textstyle\sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{4}^{n-k-1}, \quad \text{porque } u[n-k-1] = 1 \quad \forall n-k-1 \geq 0 \text{ o sea } k \leq n-1 \\
&= \textstyle\sum_{l=0}^{n-1} \frac{1}{4}^{l}, \quad \text{haciendo el cambio de variable } l = n-k-1 \\
&= \frac{1-\left(\frac{1}{4}\right)^n}{1-\frac{1}{4}}, \quad \forall n \\
y[n] &= \frac{4}{3}\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^n\right), \quad \forall n
\end{aligned}$$