

# Primer examen - TEL224

Viernes 13/03/2015

Nombre completo: \_\_\_\_\_

## Preguntas

1. 5 puntos ¿Qué es la diferencia entre sistema sin memoria y un sistema causal?

2. 5 puntos ¿Qué es un sistema estable en el sentido BIBO?

3. 5 puntos Escribir el teorema de Parseval

4. 5 puntos Dibujar la señal  $x[n] = u[n] - u[n - 5]$

5. 5 puntos Dibujar la región de convergencia de la transformada Z de una señal limitada por la derecha, con un solo polo  $z = j$

6. 5 puntos Demostrar la propiedad de desplazamiento en el tiempo de la transformada Z:

$$x[n - n_0] \xleftrightarrow{\mathcal{F}} z^{-n_0} X(z), \quad \text{RDC} = R_x$$

7. 5 puntos Determinar si el sistema  $T(x[n]) = x[n^2]$  es lineal, y si es invariante en el tiempo.

8. 5 puntos Escribir la transformada Z de la señal  $x[n] = \frac{1}{2}^n u[n-1] + 2u[-n]$

9. 10 puntos Determinar y dibujar en el plano z los ceros, polos y región de convergencia del sistema causal con la siguiente transformada Z:

$$H(z) = \frac{1 - z^3}{1 - z^4}$$

10. 10 puntos Sea  $X(e^{j\omega})$  la transformada de Fourier de  $x[n]$ . Utilizando las ecuaciones de síntesis o análisis de la transformada de Fourier, demostrar que:

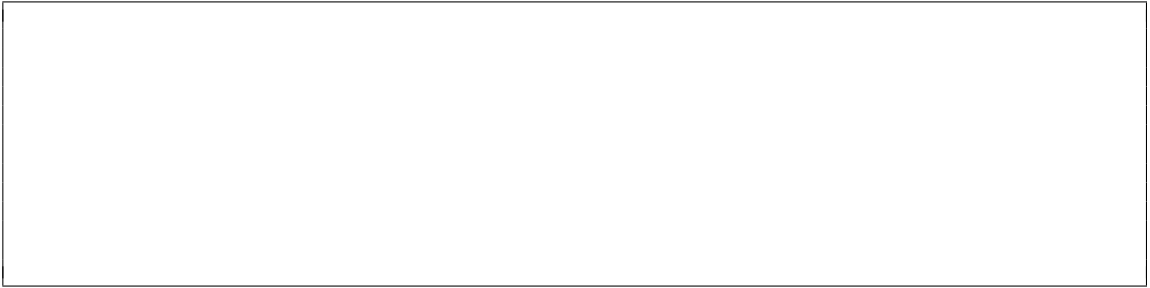
(a) La transformada de Fourier de  $x^*[n]$  es  $X^*(e^{-j\omega})$ ,

(b) La transformada de Fourier de  $x^*[-n]$  es  $X^*(e^{j\omega})$ ,

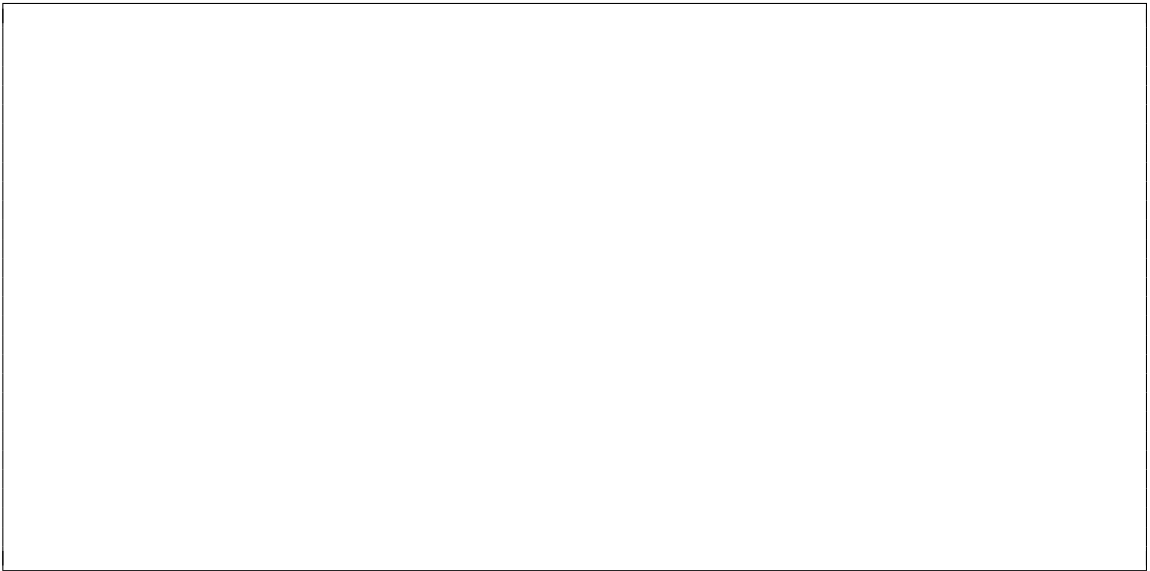
11. 20 puntos Una operación numérica comúnmente utilizada es la "primera diferencia regresiva", que se define como  $y[n] = \nabla(x[n]) = x[n] - x[n-1]$ , siendo  $x[n]$  la entrada e  $y[n]$  la salida del sistema de cómputo de la primera diferencia regresiva.

(a) Demostrar que este sistema es lineal e invariante con el tiempo.

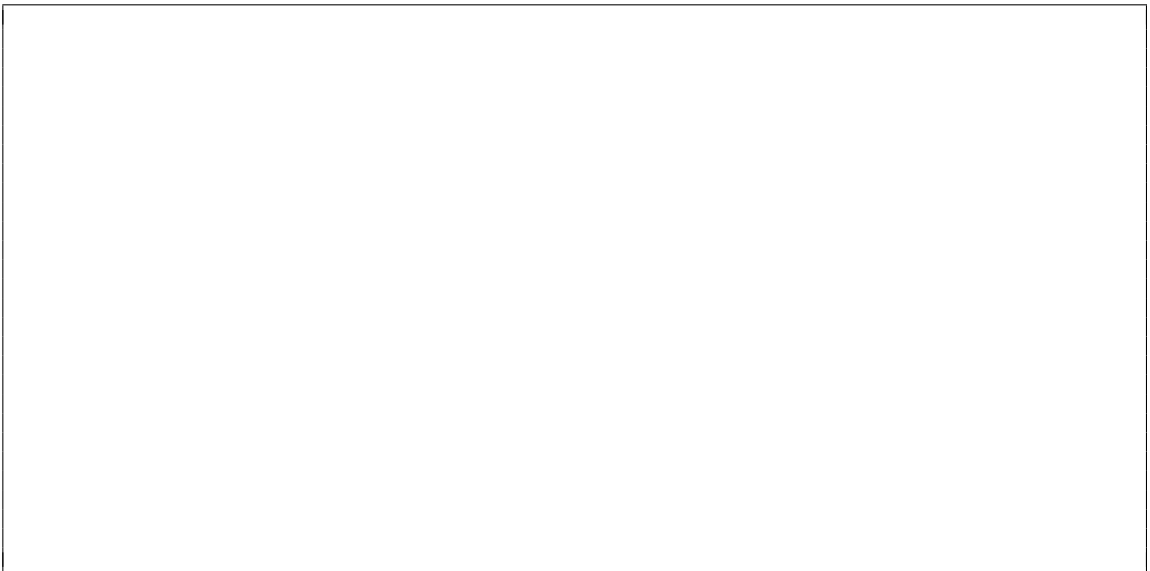
- (b) Obtener la respuesta al impulso del sistema.



- (c) Calcular y dibujar la respuesta en frecuencia (módulo y fase).



- (d) Obtener la respuesta al impulso de un sistema que se pudiera colocar en cascada con el sistema de cómputo de la primera diferencia regresiva para recuperar la entrada. Es decir, obtener  $h_i[n]$ , tal que  $h_i[n] * \nabla(x[n]) = x[n]$ .



12. 20 puntos Si la entrada  $x[n]$  de un sistema lineal e invariante con el tiempo es  $x[n] = u[n]$ , la salida es

$$y[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u[n+1]$$

- (a) Calcular  $H(z)$ , la transformada Z de la respuesta al impulso del sistema, y dibujar su diagrama polo-cero.

- (b) Obtener la respuesta al impulso  $h[n]$ .

(c) ¿Es el sistema estable, y por qué?

(d) ¿Es el sistema causal, y por qué?

## Resultados

Pregunta	Puntos	Nota
1	5	
2	5	
3	5	
4	5	
5	5	
6	5	
7	5	
8	5	
9	10	
10	10	
11	20	
12	20	
Total	100	