

FİZİK-II

BÖLÜM 5 : SIĞA VE DİELEKTRİKLER

Ders kaynakları:

- 1. Serway Fizik II, Türkçesi (Farklı Baskılar).**
- 2. Temel Fizik II, Türkçesi.**
- 3. Üniversiteler İçin Fizik, Bekir Karaoğlu, 3. Baskı, 2015.**
- 4. Üniversite Fiziği II, Young-Freedman.**

ÖĞRENİM KONULARI

- Sığaçlar ve sığa
- Seri ve paralel bağlı sığaçlar
- Sığaçlarda enerji depolanması ve elektrik alan enerjisi
- Dielektrikler, dielektrikler içinde Gauss yasası

GİRİŞ



Bu bölümde yük depolayan bir aygıt olan kondansatörler incelenecektir. Kondansatör bir çok elektrik devresinde sıklıkla kullanılır. Örneğin, güç kaynaklarında filtre olarak, elektronik flaş ünitelerinde enerji depolamada kullanılırlar. Kondansatör iki iletken arasına yerleştirilmiş bir yalıtkandan oluşur ve *sığası*, bu kondansatörün geometrisi ile iletkenler arasındaki dielektrik maddesine bağlıdır.

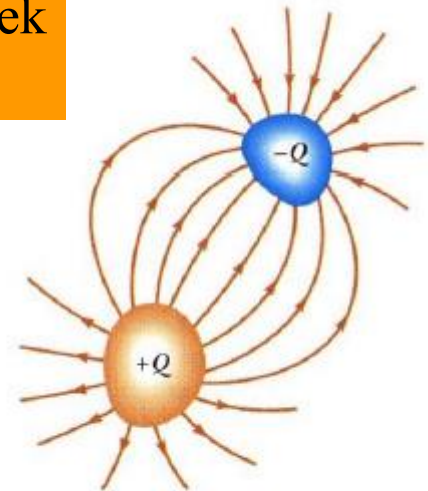
Kondansatör ve Sığa

Kondansatör

Şekildeki gibi eşit fakat zıt işaretli yüklere sahip iki iletkenin birleşimine *kondansatör* denir. İki iletken (levha) arasında bir potansiyel (voltaj) oluşur.

- Bir kondansatörde her hangi iki iletken bir yalıtkanla (ya da boşlukla) birbirinden ayrılır.
- Bundan sonra, net yük hala sıfır olmasına rağmen iletkenler eşit büyüklükte ve zıt yükle yüklüdürler.
- Kondansatör Q yüküne sahip olduğunda, $Q > 0$ ise, yüksek potansiyelli iletken $+Q$ diğeri $-Q$ yüküne sahip olur.

Kondansatör plakalar üzerinde ne kadarlık bir yük biriktiğini belirleyen nicelik nedir?



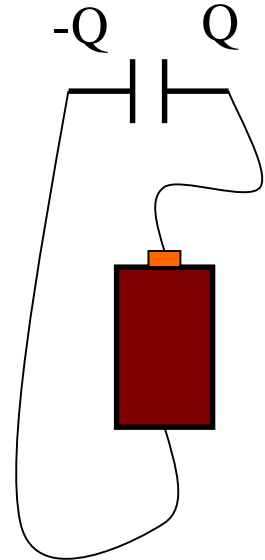
Kondansatör ve Sığa

Sığa

- Kondansatörü yüklemenin bir yolu, bu iletkenleri bataryanın zıt terminallerine bağlamaktır, ki bu iletkenler arasında belirli bir V_{ab} potansiyel farkı oluşturur. Daha sonra Q ve $-Q$ yükleri yüklendiğinde, batarya bağlantısı kesilir.
- Q yükünün büyüklüğü iki katına çıkarılırsa, elektrik alan iki kat güçlenir ve V_{ab} iki kat büyür.
- Bu durumda Q/V_{ab} oranı hala sabittir ve bu C kapasitansı (sığası) olarak adlandırılır.

$$C = \frac{Q}{V_{ab}} \quad 1F = 1\text{farad} = \frac{1C}{V} \left(\frac{\text{Coulomb}}{\text{volt}} \right)$$

$Q > 0$ ise, yüksek potansiyelli iletken $+Q$, diğeri $-Q$ yüküne sahip olur. Q herhangi bir plakadaki yük miktarı (mutlak değeri) potansiyel fark da pozitif olduğundan C değeri her zaman pozitifdir. Biriken yük miktarı arttıkça plakalar arasındaki potansiyel fark da artacağından C sabittir. Ve sığa, depolanan yük miktarı ve elektriksel potansiyel enerjiyle orantılıdır.



Sığanın hesaplanması

Boşluktaki paralel plakalı kondansatör

- Yük yoğunluğu:

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

- Elektrik alan:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

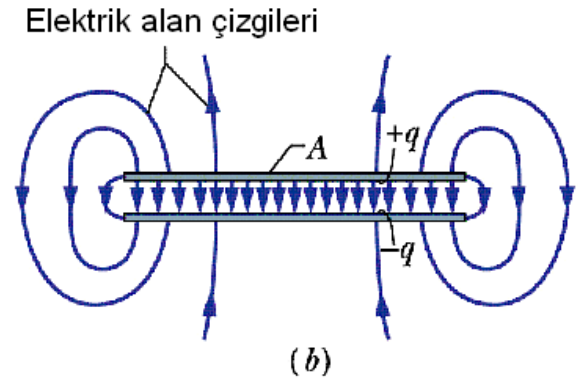
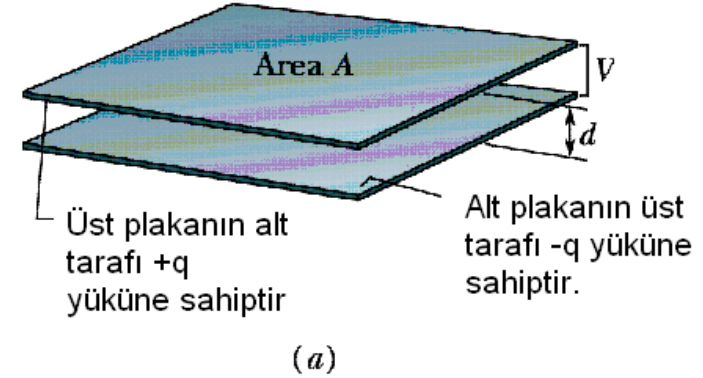
- Potansiyel fark:

$$V_{ab} = Ed = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Qd}{A}$$

- Sığa:

$$C = \frac{Q}{V_{ab}} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

- Sığa sadece kondansatörün geometrisine bağlıdır.
- Sığa ,alan A ile doğru orantılıdır.
- Plakaları birbirinden ayıran d uzaklığı ile ters orantılıdır.
- Plakalar arasına bir madde yerleştirildiğinde, onun özellikleri sığayı etkiler.



Birimler

$$1 \text{ F} = 1 \text{ C}^2/\text{N m} \text{ (Note } [\epsilon_0] = \text{C}^2/\text{N m}^2) \quad 1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}, 1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

Örnek 1: 1-F lık bir kondansatörün boyutları $d = 1 \text{ mm}$, $C = 1.0 \text{ F}$

Bu plakanın yüzey alanı nedir?

$$A = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{(1.0 \text{ F})(1.0 \times 10^{-3} \text{ m})}{8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}} = 1.1 \times 10^8 \text{ m}^2$$

Örnek 2: Paralel plakalı kondansatörün özellikleri, boşluk için, C, Q, E nedir?

Boşluktaki paralel plakalı bir kondansatör

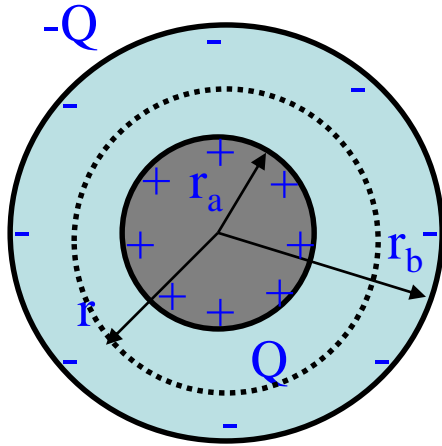
$$d = 5.00 \text{ mm}, A = 2.00 \text{ m}^2, V = 10,000 \text{ V} = 10.0 \text{ kV}$$

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = \frac{(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(2.00 \text{ m}^2)}{5.00 \times 10^{-3} \text{ m}} \\ = 3.54 \times 10^{-5} \text{ F} = 0.00354 \mu\text{F}$$

$$Q = CV_{ab} = (3.54 \times 10^{-5} \text{ C/V})(1.00 \times 10^4 \text{ V}) \\ = 3.54 \times 10^{-5} \text{ C} = 35.4 \mu\text{C}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} = \frac{3.54 \times 10^{-5} \text{ C}}{(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2)(2.00 \text{ m}^2)} \\ = 2.00 \times 10^6 \text{ N/C}$$

Örnek 3: $-Q$ yüklü r_b yarıçaplı küresel bir iletkenle aynı merkezli, r_a yarıçaplı Q yüklü kondansatörün sığasını bulunuz.



Gauss kanunundan:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{iç}}{\epsilon_0}$$

Bir Gauss yüzeyindeki küre üzerinde her noktada E sabit ve dA ya paraleldir.

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Bu şekil bir nokta yük için olanla benzerdir.



$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$



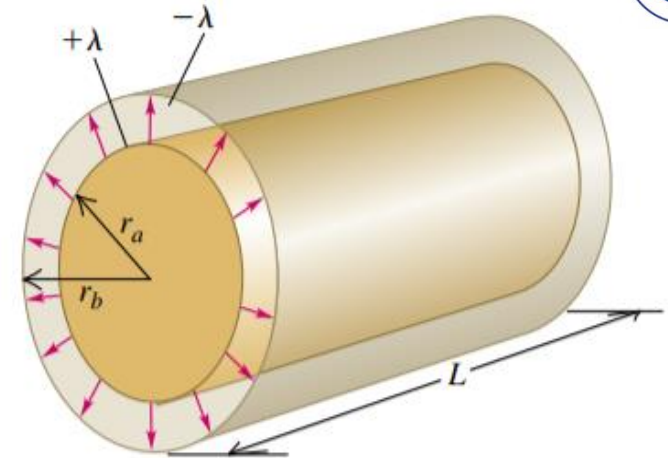
$$V_{ab} = V_a - V_b = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_a} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_b} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r_b - r_a}{r_a r_b}$$



$$C = \frac{Q}{V_{ab}} = 4\pi\epsilon_0 \frac{r_a r_b}{r_b - r_a}$$

Örnek 4: Silindirik sığaç

Uzun bir silindirik iletkenin yarıçapı r_a ve çizgisel yük yoğunluğu $+\lambda$ 'dır. Bu silindirin dışında eşeksenli olarak iç yarıçaplı r_b ve çizgisel yük yoğunluğu $-\lambda$ olan bir silindirik iletken kabuk vardır (Şekil 24.6). İletkenler arasında boşluk olduğunu varsayarak bu kapasitörün birim uzunluğunun sığasını hesaplayınız.



24.6 Uzun bir silindirik sığaç. Şekilde çizgisel yük yoğunluğu λ 'nın pozitif olduğu varsayılmıştır. Silindirlerin L uzunluğundaki yükün büyüklüğü λL 'dir.

$$\Phi_E = (E)(2\pi r l) = \frac{\lambda l}{\epsilon_0} \quad l \equiv L$$

$$V_a - V_b = \int_{r_a}^{r_b} E \cdot dr = \int_{r_a}^{r_b} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{r} dr \quad \longrightarrow \quad V_{ab} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_b}{r_a}$$

$$\int_{r_a}^{r_b} \ln \frac{1}{r} = \ln r \Big|_{r_a}^{r_b} = \ln(r_b - r_a) = \ln \frac{r_b}{r_a}$$

$$C = \frac{Q}{V_{ab}} = \frac{\lambda L}{\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_b}{r_a}} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(r_b/r_a)}$$

L uzunluğundaki toplam yük $Q=\lambda L$ dir.

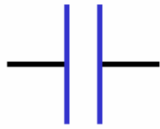
$$\frac{C}{L} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(r_b/r_a)} = \frac{55.6 \text{ pF/m}}{\ln(r_a/r_b)}$$

Birim uzunluğun sığası

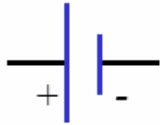
Seri ve Paralel Kondansatörler

Bir elektrik devresinde birden fazla kondansatör olduğunda bunların eşdeğerinin belirlenmesi gerekecektir.

Bazı semboller :



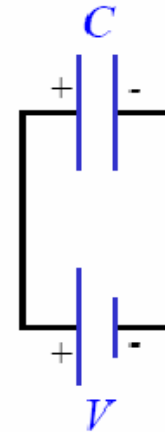
Kondansatör



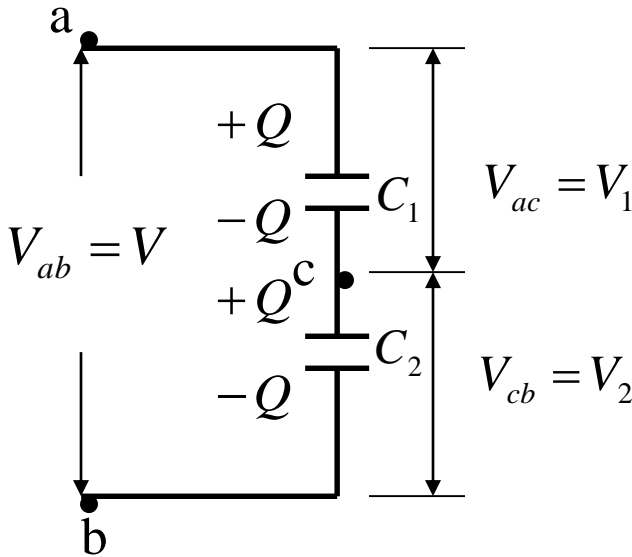
Batarya



İletken



Seri kondansatörler



$$V_{ac} = V_1 = \frac{Q}{C_1} \quad V_{cb} = V_2 = \frac{Q}{C_2}$$

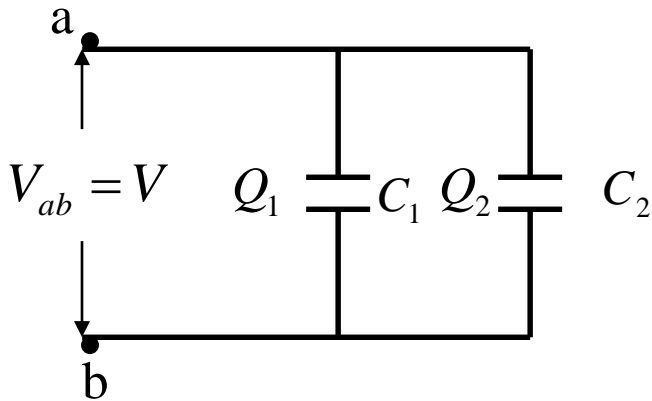
$$V_{ab} = V = V_1 + V_2 = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

$$\frac{V}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Seri kombinasyondaki eşdeğer sığa, V Potansiyel farkı aynı olduğunda, kombinasyonla aynı Q yüküne sahip tek bir kondansatörün sığası ile belirlenir.

$$C_{eq} = \frac{Q}{V} \quad \frac{1}{C_{eq}} = \frac{V}{Q} \rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Paralel Kondansatörler



$$Q_1 = C_1 V \quad Q_2 = C_2 V$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2)V$$

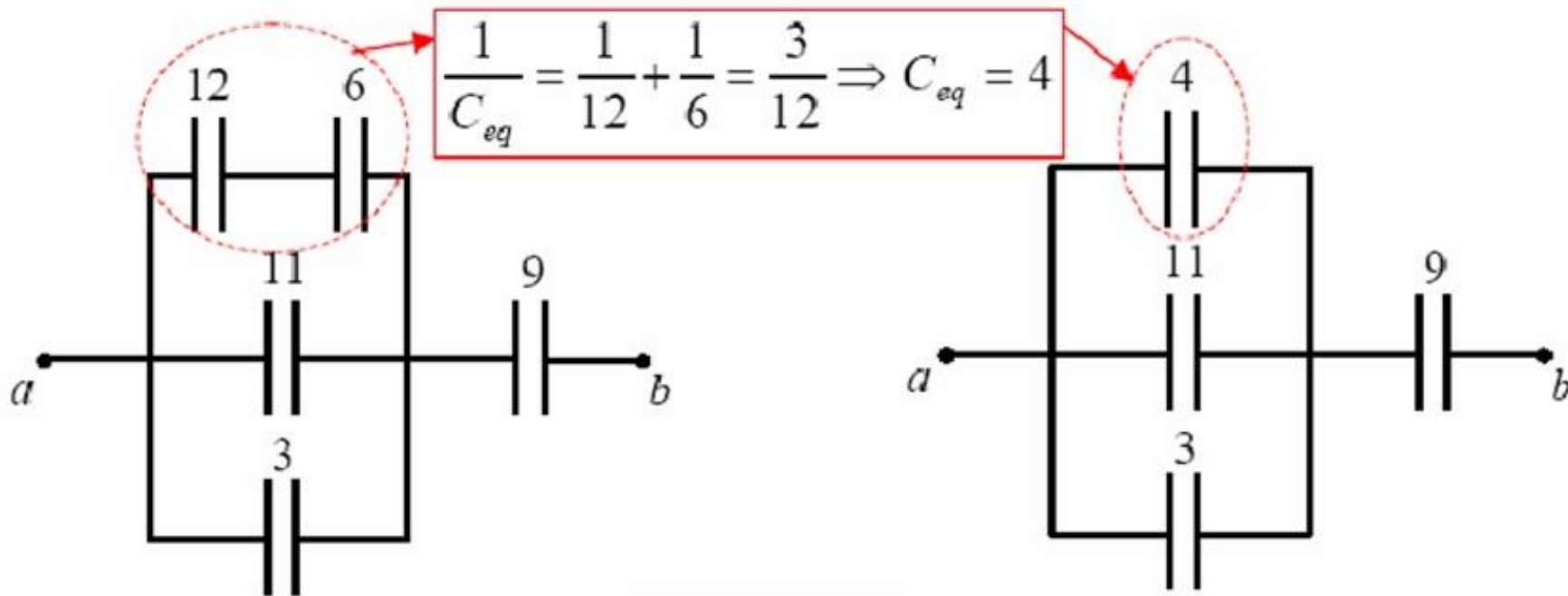
$$\frac{Q}{V} = C_1 + C_2$$

Paralel kombinasyonun sığası, benzer $Q = Q_1 + Q_2$ toplam yüküne ve potansiyel farkına sahip tek bir kondansatörüne eşittir.

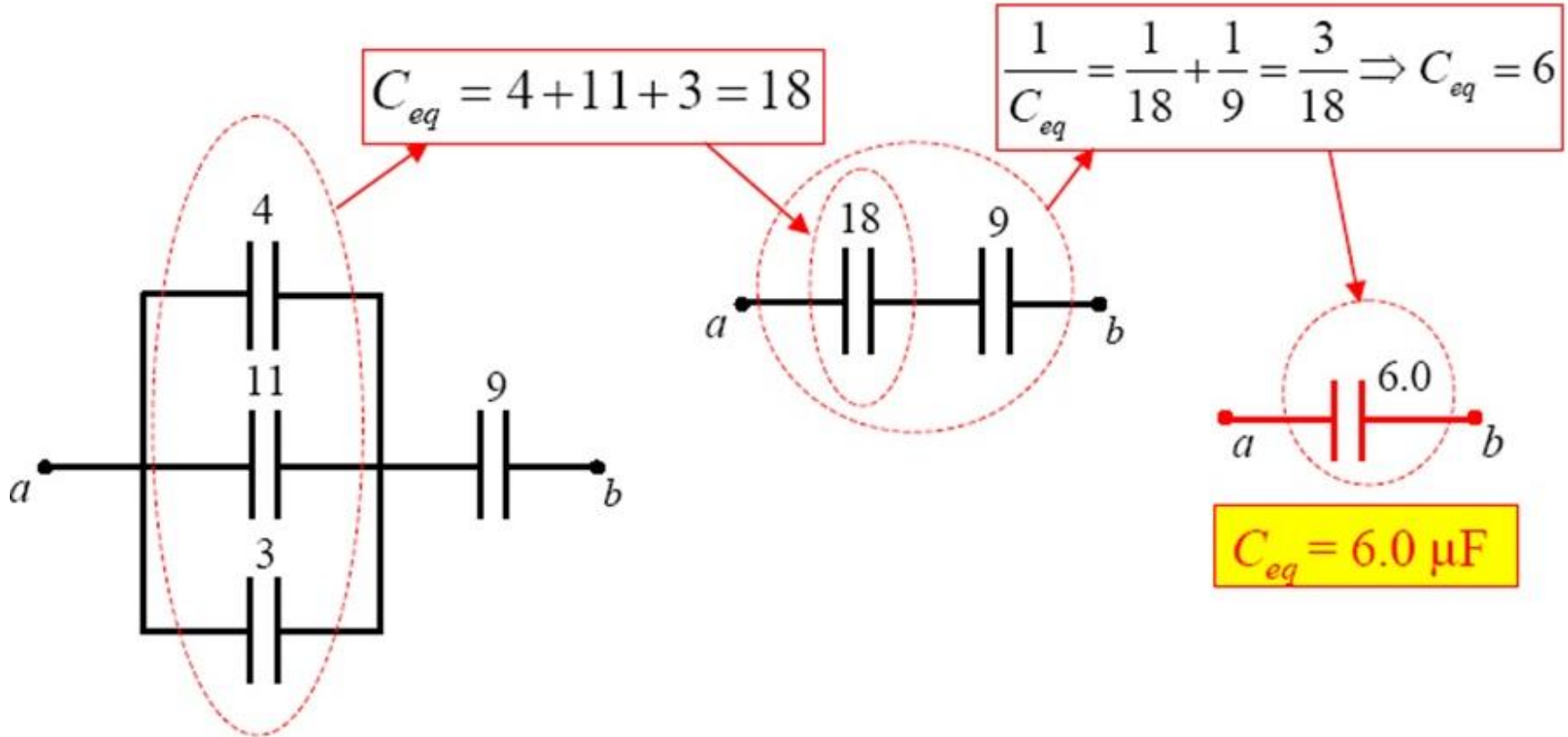
$$C_{eq} = C_1 + C_2 \Rightarrow C_{eq} = \sum_i C_i$$

Kondansatör Ağları

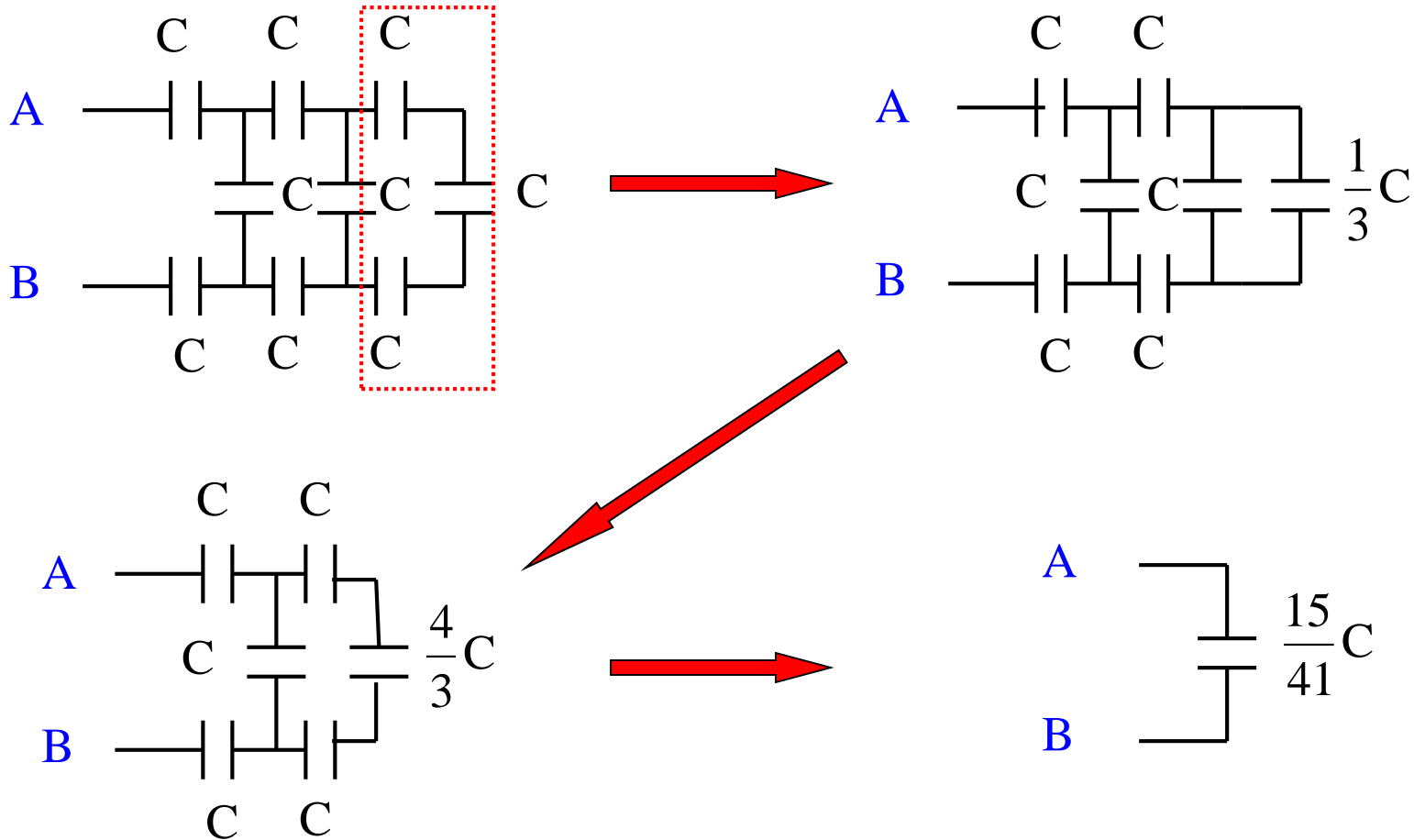
Örnek 1 : Gösterilen kondansatör kombinasyonu için a ve b noktaları arasındaki eşdeğer sığayı bulalım. Bütün sığalar mikrofaraftır.



Örnek 1 : Gösterilen kondansatör kombinasyonu için a ve b noktaları arasındaki eşdeğer sığayı bulalım. Bütün sığalar mikrofaraftır.



Örnek 2: Şekilde eşdeğer sığa nedir?



Yüklü Kondansatörde Depolanan Enerji



Bir kondansatörü yüklemek için yapılan iş

Son potansiyel farkı V ve max yükü Q olana kadar yüklenen bir kondansatör yükleme süreci düşünelim.

$$V = \frac{Q}{C}$$

Yüklenme süreci esnasında bir ara durumda, yükü q ve potansiyel farkı Δv olsun.

$$\Delta v = \frac{q}{C}$$

dq yükünü $-q$ yüklü plakadan q yüklü (yüksek potansiyel) plakaya nakletmek için gerekli iş:

$$dW = \Delta v dq = \frac{q dq}{C}$$

Kondansatörün q yükünü sıfırdan Q ya kadar artırmak için yapılması gereken toplam iş:

$$W = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Yüklü Kondansatörün Potansiyel Enerjisi

- Yüksüz bir kondansatörün potansiyel enerjisi sıfır olarak bulunur.
- Bununla birlikte, kondansatörün yüklenmesinde yapılan iş W , yüklenmiş kondansatörün U potansiyel enerjisine eşittir.

$$V = \frac{Q}{C}$$

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$$

Pratikte depolanabilen maksimum enerjinin bir sınırı vardır. Çünkü V çok büyük olduğunda kondansatörün plakaları arasında yük boşalması olacaktır. Bundan dolayı genellikle üretici tarafından kondansatör üzerine uygun çalışma voltajı yazılır.

Enerji depolama ve Elektrik alan enerjisi



Kondansatörde depolanan enerji ile elektrik alan birbirine bağlıdır. Çünkü elektrik alan kondansatör üzerindeki yüklerle orantılıdır. Yani enerjinin plakalar arasındaki bölgede depolandığını düşünebiliriz. Bir paralel plakalı kondansatörde potansiyel farkı; $V=Ed$.

- Birim hacimdeki enerji olan, u enerji yoğunluğunu bulalım: $u=U/V(\text{hacim})$

$$u = \frac{\frac{1}{2} CV^2}{Ad} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Bölgenin hacmi

Bu ifade her tür kondansatör için doğrudur. Yani bir elektrostatik alandaki enerji yoğunluğu, verilen bir noktadaki elektrik alanı şiddetinin karesiyle orantılıdır.



Örnek: Depolanan enerjiyi hesaplamamanın *iki* yolu

1. Küresel bir kondansatörü düşünelim (Örnek 3)

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{r_a r_b}{r_b - r_a}$$

- Bu kondansatörde depolanan enerji:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{r_b - r_a}{r_a r_b}$$

2. İki iletken küre arasındaki elektrik alan:

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

- İçteki kürenin içindeki elektrik alan sıfırdır

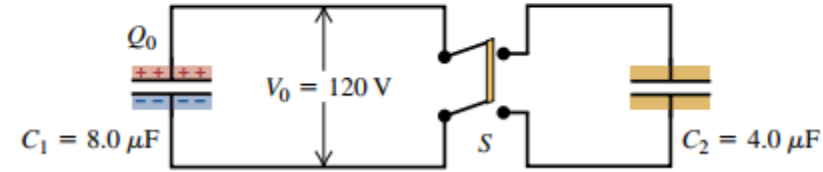
$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right)^2 = \frac{Q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 r^4}$$

$$U = \int u dV = \int_{r_a}^{r_b} \left(\frac{Q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 r^4} \right) 4\pi r^2 dr = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \int_{r_a}^{r_b} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{r_b - r_a}{r_a r_b}$$

Örnek: Sığaçlar arasında yük ve enerji aktarımı

Şekil 24.12'de $C_1 = 8.0 \mu\text{F}$ sığaç kapasitör şekilde gösterilmeyen $V_0 = 120 \text{ V}$ potansiyel farklı bir kaynaktan yüklenmiştir. S anahtarı başlangıçta açıktır. C_1 yüklendikten sonra potansiyel kaynağı devreden çıkarılmıştır. (a) S anahtarı açıkken C_1 sığaçındaki yük Q_0 ne kadardır? (b) S anahtarı açıkken C_1 sığaçında depolanan enerji ne kadardır? (c) İlk durumda yüksüz olan $C_2 = 4.0 \mu\text{F}$ 'lık ikinci sığaç S anahtarı kapatılarak devreye katıldığında her iki sığaç üzerindeki yük ve potansiyel farklar ne olur? (d) S anahtarı kapatıldıktan sonra sistemdeki toplam enerji ne olur?

24.12 S anahtarı kapatılınca, yüklü C_1 sığacı boş C_2 sığacına bağlanır. Anahtarın orta kısmı yalıtkan bir saptır ve sadece iki üst ve iki alt uç arasında akım geçebilmektedir..



İŞLEM:

(a) C_1 sığaçındaki Q_0 yükü;

$$Q_0 = C_1 V_0 = (8.0 \mu\text{F}) (120 \text{ V}) = 960 \mu\text{C}$$

(b) Başlangıçta sığaçta depolanan enerji,

$$U_{\text{ilk}} = \frac{1}{2} Q_0 V_0 = \frac{1}{2} (960 \times 10^{-6} \text{ C}) (120 \text{ V}) = 0.058 \text{ J}$$

(c) $Q_1 + Q_2 = Q_0$

$$Q_1 = C_1 V \quad Q_2 = C_2 V$$

$$V = \frac{Q_0}{C_1 + C_2} = \frac{960 \mu\text{C}}{8.0 \mu\text{F} + 4.0 \mu\text{F}} = 80 \text{ V}$$

$$Q_1 = 640 \mu\text{C} \quad Q_2 = 320 \mu\text{C}$$

(d) Sistemin son enerjisi iki sığaçta depolanan enerjilerin toplamıdır.

$$U_{\text{son}} = \frac{1}{2} Q_1 V + \frac{1}{2} Q_2 V = \frac{1}{2} Q_0 V$$

$$= \frac{1}{2} (960 \times 10^{-6} \text{ C}) (80 \text{ V}) = 0.038 \text{ J}$$

Örnek: Elektrik alan enerjisi

1.00 J elektriksel potansiyel enerjiyi boşlukta 1.00 m^3 hacim içinde depolamak istediğinizi düşünelim. (a) Gerekli elektrik alanın büyüklüğü nedir? (b) Alan büyüklüğü 10 kat büyük olsa m^3 'te ne kadar enerji depolanır?

İŞLEM: (a) İstenen enerji yoğunluğu $u = 1.00 \text{ J/m}^3$ 'tür.

$$E = \sqrt{\frac{2u}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{2(1.00 \text{ J/m}^3)}{8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2}}$$
$$= 4.75 \times 10^5 \text{ N/C} = 4.75 \times 10^5 \text{ V/m}$$

(b) Bu denklemde u 'nun E^2 'ye orantılı olduğunu göstermektedir. E 10 katına çıkarken u da $10^2 = 100$ katına çıkar ve enerji yoğunluğu 100 J/m^3 olur.

Dielektrikler

Dielektrikler cam, lastik gibi iletken olmayan maddelerdir. Bir kondansatörün plakaları arasına konulduğunda kondansatörün sığası κ (kapa) çarpanı kadar artar. κ boyutsuz, maddenin doğal özelliği, *dielektrik sabitidir*.

Başlangıçta boş olan kondansatör içini bir dielektrikle dolduralım. Sığası artar ($C=Q/V$), kondansatör üzerindeki yük değişmeyeceğinden kondansatördeki potansiyel fark ΔV κ kadar azalır. Dielektrikli ve dielektriksiz voltajlar:

$$V = \frac{V_0}{\kappa} \rightarrow E = \frac{E_0}{\kappa}$$

$V_0 > V$ olduğundan $\kappa > 1$ olur.

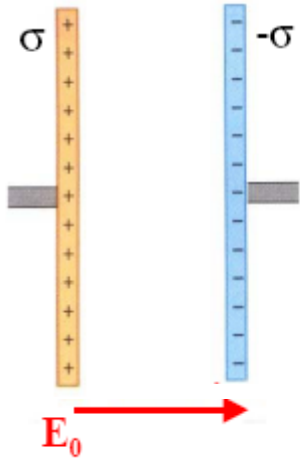
$$Q = C_0 V_0 = CV \rightarrow C / C_0 = V_0 / V$$

$$C = \kappa \frac{Q_0}{\Delta V} = \frac{Q_0}{\Delta V_0 / \kappa} = \kappa \frac{Q_0}{\Delta V_0}$$

$$C = \kappa C_0$$

Madde	κ	Madde	κ
Boşluk	1	Mika	3-6
Hava(1 atm)	1.00059	Mylar	3.1
Teflon	2.1	Plexiglas	3.40
Polyethelene	2.25	Su	80.4

□ İndüklenen yük ve Polarizasyon(kutuplanma)



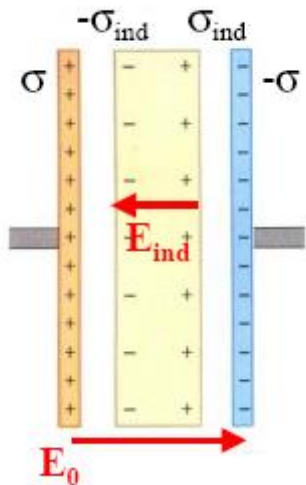
- Plakalar arası boşluk olan zıt yüklü iki paralel plaka düşünelim.

- Şimdi, dielektrik sabiti κ olan dielektrik madde yerleştirelim;

$$E = E_0 / \kappa \quad Q \text{ sabitken}$$

- Elektrik alandaki yükün kaynağı, dielektrik maddedeki negatif ve pozitif yüklerin yeniden dağılımıdır (net yük sıfır).

Bu yeni dağılım polarizasyon olarak adlandırılır ve bu, indüklenen yükleri ve orijinal elektrik alanı kısmen kaldıran alanı üretir.



$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad E = \frac{\sigma - \sigma_{ind}}{\epsilon_0} \quad E = \frac{E_0}{\kappa}$$

$$\sigma_{ind} = \sigma \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right)$$

ve elektriksel geçirgenlik ifadesi

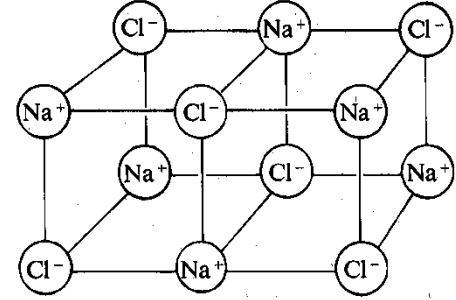
$$\epsilon = \kappa \epsilon_0$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

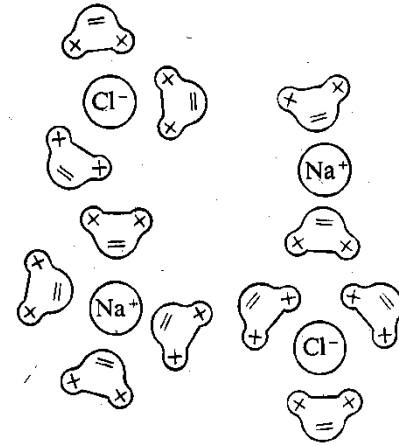
$$C = \kappa C_0 = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = \epsilon \frac{A}{d} \quad u = \frac{1}{2} \kappa \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \epsilon E^2$$

- Su ile bir araya gelen **tuzun** çözünme sebebi

Na^+ ve Cl^- iyonları arasında elektrostatik etkileşimin sonucu oluşan NaCl , normalde katı kristal yapıdadır.



Su çok büyük bir dielektrik sabitine sahiptir. (78). Bu ,birbirleriyle etkileşen atomlar arasındaki alanı azaltır. Kristal kafesi parçalar haline gelir ve çözünür.



DİNLEDİĞİNİZ İÇİN TEŞEKKÜRLER

ve

TEKRAR ETMEYİ UNUTMAYINIZ