2020-2021 Eğitim Öğretim Yılı Güz Dönemi
MANTIK DEVRELERİ

Ders Öğretim Üyesi: Doç. Dr. Haydar ÖZKAN

Ders Asistanları: Arş. Gör Esma İBİŞ, Arş. Gör Mehmet Cüneyt ÖZBALCI

Kaynaklar:

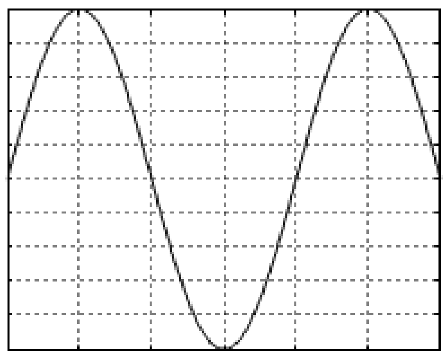
Prof. Dr. Hüseyin EKİZ, Mantık Devreleri, Değişim Yayınları, 3. Baskı, 2003

BÖLÜM 1: ANALOG VE SAYISAL KAVRAMLAR

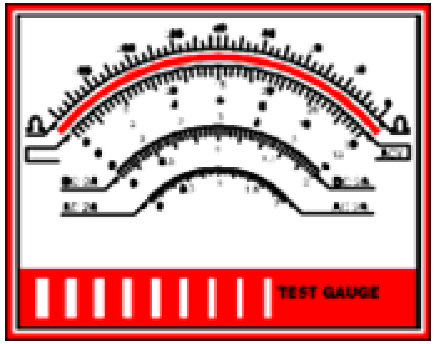
1.1. Analog Büyüklük, Analog İşaret, Analog Gösterge ve Analog Sistem

- Belirli aralıklarda sürekli değer alan büyüklükler analog büyüklük olarak ifade edilir. Örnek: Isının değişimi
- Giriş ve çıkışları şekil olarak benzeyen devre analog devre olarak ifade edilir. Örnek: Yükselteçler
- İki sınır değer arasında çok sayıda değer seçilmesi ile elde edilen göstergeler analog gösterge olarak ifade edilir. Örnek: İbreli voltmetre
- Analog büyüklüğü ifade etmek için kullanılan sinyal analog sinyal olarak ifade edilir. Örnek: Sinüs Sinyali

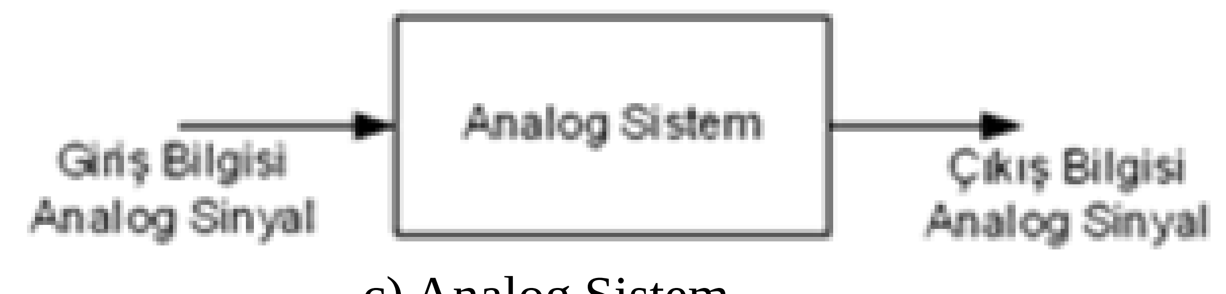
BÖLÜM 1: ANALOG VE SAYISAL KAVRAMLAR



a) Analog Sinyal



b) Analog Gösterge



c) Analog Sistem

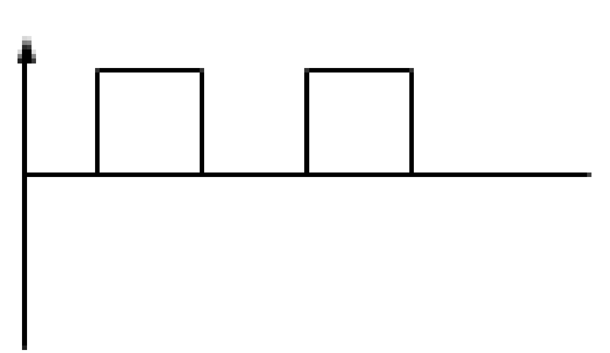
Şekil 1.1.a) Analog Sinyal b) Analog Gösterge c) Analog Sistem

BÖLÜM 1: ANALOG VE SAYISAL KAVRAMLAR

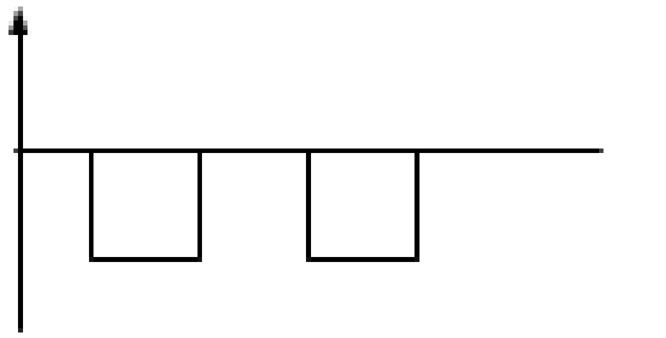
1.2. Sayısal Büyüklük, Sayısal İşaret, Sayısal Sistem ve Sayısal Gösterge

- Yalnızca iki değer alan büyüklükler sayısal büyüklük olarak ifade edilir. Örnek: 0-1, Var-Yok, Açık-Kapalı
- Sayısal büyüklüğü ifade etmek için kullanılan sinyaller sayısal sinyal olarak ifade edilir.
- Fiziksel bilgileri veya büyüklükleri sayısal işaretlerle işleyen devrelere sayısal sistem denir. Örnek: Bilgisayarlar
- Sayısal işaretleri anlaşılabilir biçime dönüştürmek için kullanılan elemanlara sayısal gösterge denir. Örnek: LCD

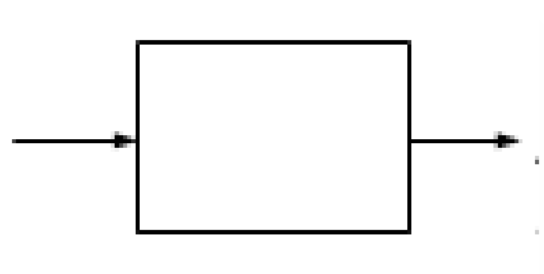
BÖLÜM 1: ANALOG VE SAYISAL KAVRAMLAR



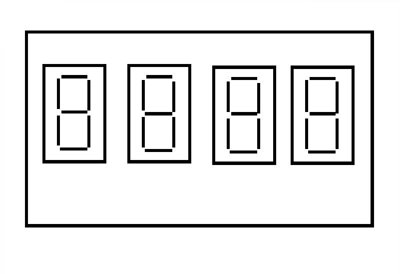
a) Pozitif Mantık Sayısal İşaret



b) Negatif Mantık Sayısal İşaret



c) Sayısal Sistem

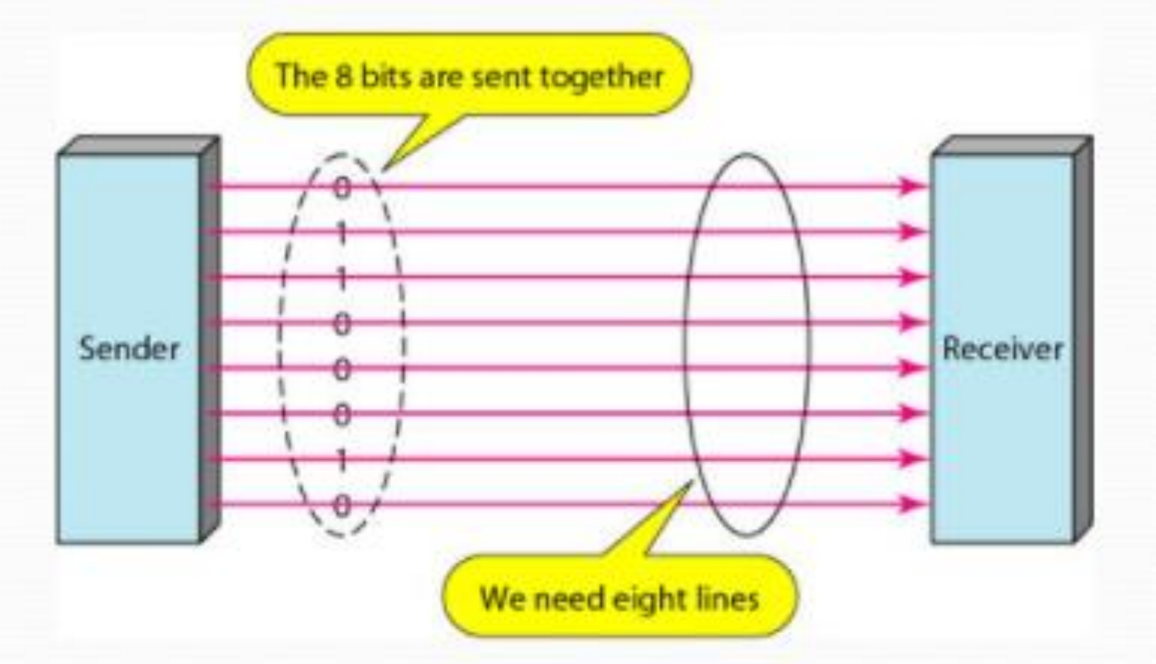


d) Sayısal Gösterge

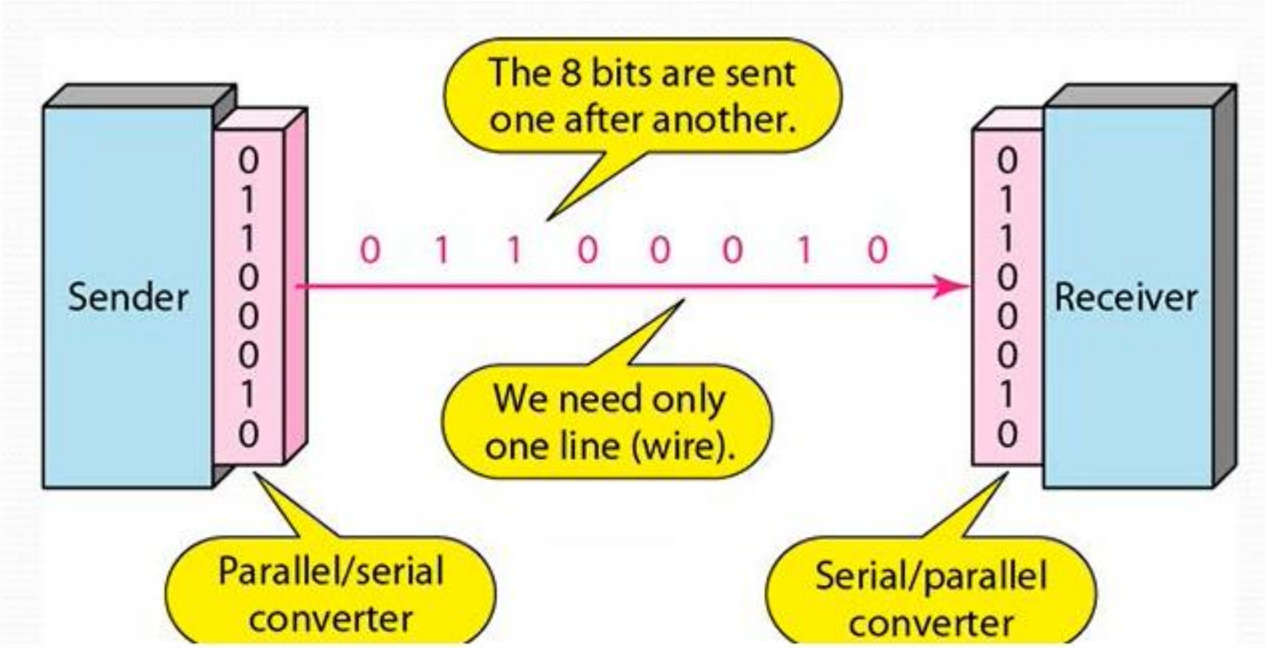
Şekil 1.2. Sayısal İşaret, Sayısal Sistem, Sayısal Gösterge

BÖLÜM 1: ANALOG VE SAYISAL KAVRAMLAR

Sayısal bilginin bir çok hattan aynı anda gönderilmesi paralel bilgi iletimi olarak ifade edilir.



Sayısal bilginin aynı hattan belirli aralıklarla gönderilmesi seri bilgi iletimi olarak ifade edilir.



Sayısal Sistemler yaptıkları işe göre üç genel grupta toplanabilir

1. Bileşik (Combinational) Sayısal Sistemler: Devrenin çıkışı girişlerin o anki durumları ile bağlantılıdır. Temel mantık kapıları ile yapılan tasarımlar örnek olarak verilebilir

2. Ardışıl (Sequential) Sayısal Sistemler: Sistemin daha önce sahip olduğu konum ve o andaki girişe bağlı çıkış üreten sistemlerdir. Örnek: sayıcılar, kaydediciler

3. Bellek (Storage) Sayısal Sistemler: Bilgilerin veya ardışıl mantığın belirli bir bölümünün saklanması için kullanılan mantık devreleridir.

BÖLÜM 1: ANALOG VE SAYISAL KAVRAMLAR

Tablo 1.1. Sayısal olarak ifade edilebilen bazı büyüklükler

0, L	1, H
Gerilim yok	Gerilim var
Yanlış	Doğru
Kontak açık (role)	Kontak Kapalı
Hayır	Evet
Sinyal yok	Sinyal var
OFF (Kapalı)	ON (Açık)
Sıfır gerilim	Negatif veya Pozitif Gerilim
Transistör yalıtkan	Transistör iletken
1. Frekans	2. Frekans

BÖLÜM 1: ANALOG VE SAYISAL KAVRAMLAR

1.3. Sayısal-Analog Tekniklerin Karşılaştırılması

Analog Teknik

Devrenin tasarımı zordur Bilgilerin saklanması zordur Devrelerin boyutu büyüktür.

Programlanması zordur. Gürültülerden etkilenir.

Entegre içine yerleştirilmeleri daha zordur.

İşlem sayısı fazladır. Hatanın bulunması zordur.

Sayısal Teknik

Devre tasarımı daha kolaydır. Bilgilerin saklanması kolaydır.
Daha küçük boyutta karmaşık devreler oluşturulabilir.

Daha esnek ve kolay programlanabilir.

Gürültülerden az etkilenir.

Entegre içine yerleştirilmeleri daha kolaydır.

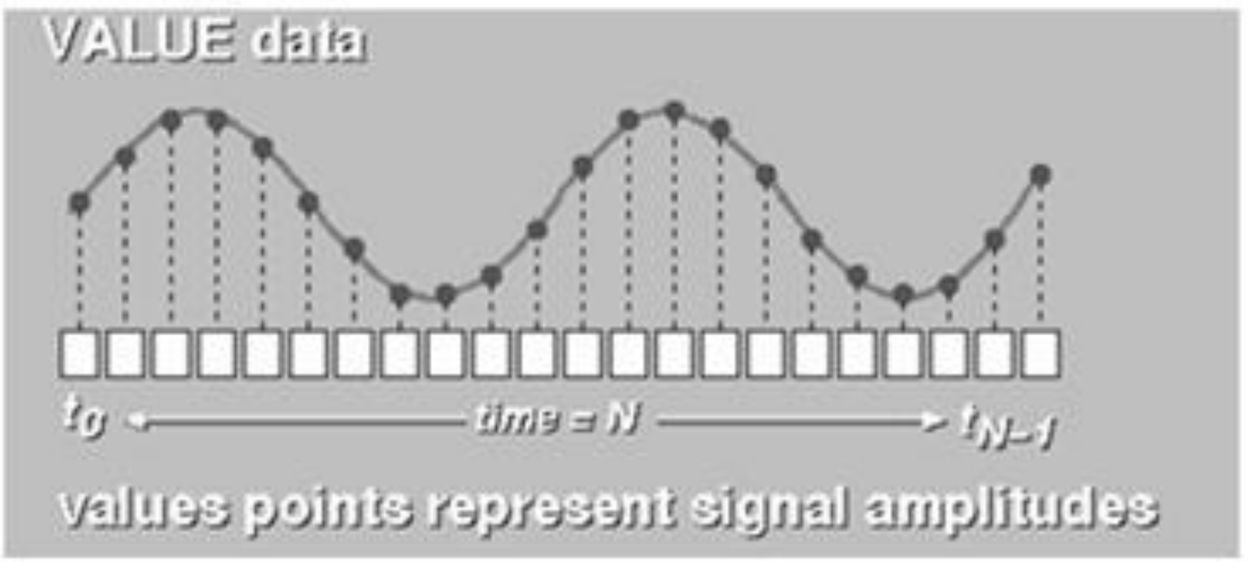
İşlem sayısı azdır.

Hatanın bulunması daha kolaydır.

BÖLÜM 1: ANALOG VE SAYISAL KAVRAMLAR

Analog sinyaller analog-sayısal çeviriciler (ADC) kullanılarak sayısal sinyale dönüştürülür.

Sayısal sinyaller sayısal-analog çeviriciler (DAC) kullanılarak analog sinyale dönüştürülür.



BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

2.1. Sayı Sistemlerinin İncelenmesi

Bir sayı sisteminde sayıyı S, taban değeri R ve katsayıyı da d ile gösterirsek tam sayı sistemi,

$$S = d_nR^n + d_{n-1}R^{n-1} + \dots\dots + d_2R^2 + d_1R^1 + d_0R^0$$

Formülü ile gösterilir. Kesirli sayıları ifade etmek için aşağıdaki formül kullanılır.

$$S = d_nR^n + d_{n-1}R^{n-1} + \dots\dots + d_2R^2 + d_1R^1 + d_0R^0 ,\ d_{-1}R^{-1} + d_{-2}R^{-2} + d_{-3}R^{-3}\dots\dots$$

2.1.1. Onlu (Decimal) Sayı Sistemi

Onlu sayı sisteminde taban değer R=10'dur ve 10 adet rakam (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) kullanılır. Eğer onluk sayıyı D ile gösterirsek genel denklem,

$D = d_n10^n + d_{n-1}10^{n-1} + \dots\dots + d_210^2 + d_110^1 + d_010^0 ,\ d_{-1}10^{-1} + d_{-2}10^{-2} + d_{-3}10^{-3}$ olur.

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

Örnek:

$$D = (69.3)_{10}$$
$$= d_1 .R^1 + d_0 .R^0 + d_{-1}.R^{-1}$$
$$= 6 \times 10^1 + 9 \times 10^0 + 3 \times 10^{-1}$$
$$= 69.3$$

2.1.2. İkili (Binary-Dual) Sayı Sistemi

0-1 rakamlarından meydana gelen ve taban değeri 2 olan sayı sistemidir.

İkili sayı sisteminde her bir basamak BİT (**Bİ**nary Digi**T**), en sağdaki basamak en düşük değerli bit (Least Significant bit- LSB), en soldaki basamak ise en yüksek değerli bit (Most Significant bit-MSB) olarak ifade edilir.

İkili sayı sisteminde sayı B ile gösterilirse genel ifade,

$B = d_n2^n + d_{n-1}2^{n-1}$ +…..+ $d_22^2 + d_12^1 + d_02^0$, $d_{-1}2^{-1} + d_{-2}2^{-2} + d_{-3}2^{-3}$ olur.

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

Örnek

$1011.11 = 1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0 + 1x2^{-1} + 1x2^{-2}$

1	0	1	1	.	0	1
↑				↑		↑
En büyük Değerli Bit (Most Significant Bit, MSB)				İkili Nokta (Binary Point, BP)		En Küçük Değerli Bit (Least Significant Bit, LSB)

11100001

En düşük değerli bit

En yüksek değerli bit

İkili sayı sistemleri bilgisayar gibi sayısal bilgi işleyen makinalarda kullanılmaktadır. Fakat bu sayı sistemi ile bir sayının ifade edilmesi için çok fazla sayıda basamak kullanmak gerekir. Bu nedenle ikili sisteme kolay çevrilebilen (veya tersi) sekizli (octal) ve onaltılı (hexadecimal) sayı sistemleri geliştirilmiştir.

2.1.3. Sekizli (Octal) Sayı Sistemi

Taban değeri sekiz olan ve 0-7 arası (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) değer alan sayı sistemidir. Genel ifadesi;

$O = d_n\, 8^n + d_{n-1}\, 8^{n-1} + \ \ldots + d_2\, 8^2 + d_1\, 8^1 + d_0\, 8^0\, , d_{-1}\, 8^{-1} + d_{-2}\, 8^{-2} + \ \ldots$ dir.

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

Örnek

$O = (47.2)_8$

$= 4 \times 8^1 + 7 \times 8^0 + 2 \times 8^{-1}$

2.1.4. Onaltılı (Hexadecimal) Sayı Sistemi

Taban değeri 16 olan ve 0-15 arası (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F) değer alan sayı sistemidir. Genel ifadesi;

$H = d_n16^n + d_n\text{-}116^{n-1} + \ldots .. + d_216^2 + d_116^1 + d_016^0 , d_{-1}16^{-1} + d_{-2}16^{-2} + \quad d_{-3}16^{-3}$ dir.

$H = (2A.C)_{16}$

$= 2 \text{ x } 16^1 + 10 \text{ x } 16^0 + 12 \text{ x } 16^{-1}$

2.2. Sayı Sistemlerinin Dönüştürülmesi

2.2.1 Onlu sayıların ikili, sekizli ve onaltılı sayılara dönüşümü

Onluk sayı sisteminde tamsayıyı diğer sayı sistemine dönüştürmek için onluk sayı dönüştürülecek sayıya sürekli bölünür ve sondan başa doğru kalan yazılır.

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

Onluk sayının ikilik sayıya dönüştürülmesi

ÖRNEK: $(53)_{10}$ sayısını ikili sayı sistemine çeviriniz.

53 / 2 = 26,	kalan = 1	En düşük bit
26 / 2 = 13,	kalan = 0	
13 / 2 = 6,	kalan = 1	
6 / 2 = 3,	kalan = 0	
3 / 2 = 1,	kalan = 1	
1 / 2 = 0,	kalan = 1	En yüksek bit

$(53)_{10} = (110101)_2$

Kesirli onluk sayılar ikili sayıya dönüştürülürken kesirli kısım sürekli 2 ile çarpılarak bulunan değerin tam sayı kısmı yazılır. İşleme 0 değerine veya yakın bir değere ulaşıncaya kadar devam edilir.

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

ÖRNEK: $(41.6875)_{10}$ sayısını ikili sisteme çeviriniz.

Tamsayı kısmı

41 / 2 = 20, kalan = 1
20 / 2 = 10, kalan = 0
10 / 2 = 5, kalan = 0
5 / 2 = 2, kalan = 1
2 / 2 = 1, kalan = 0
1 / 2 = 0, kalan = 1
$(41)_{10} = (101001)_2$

Kesirli kısım

0.6875 x2 = 1.3750 tamsayı = 1
0.3750 x2 = 0.7500 tamsayı = 0
0.7500 x2 = 1.5000 tamsayı = 1
0.5000 x2 = 1.0000 tamsayı = 1
$(0.6875)_{10} = (1011)_2$

$(41.6875)_{10} = (101001.1011)_2$

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

Onluk sayının sekizlik sayıya dönüştürülmesi

ÖRNEK: $(53)_{10}$ sayısını sekizli sayıya çeviriniz.

53 / 8 = 6, kalan = 5
6 / 8 = 0, kalan = 6
$(53)_{10} = (65)_8$

Kesirli sayılar sekizli sayıya çevrilirken kesirli kısım 8 ile çarpılır.

ÖRNEK: $(53.15)_{10}$ sayısını sekizli sayıya çeviriniz.

Tamsayı Kısmı		Kesirli Kısım
53 / 8 = 6,	kalan = 5	0.150 x 8 = 1.200, tamsayı = 1
6 / 8 = 0,	kalan = 6	0.200 x 8 = 1.600 tamsayı = 1
		0.600 x 8 = 4.800 tamsayı = 4

$(53.15)_{10} = (65.114)_8$

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

Onluk sayının onaltılık sayıya dönüştürülmesi

ÖRNEK: $(53)_{10}$ sayıyı onaltılık sayıya çeviriniz

53 / 16 = 3, kalan = 5

3 / 16 = 0, kalan = 3

$(53)_{10} = (35)_{16}$

Kesirli sayılar 16 ile çarpılarak tam kısmı yazılır.

ÖRNEK: $(214.975)_{10}$ sayıyı onaltılık sayıya çeviriniz

Tamsayı kısmı

214 / 16 = 13 kalan = 6

13 / 16 = 0 kalan = 13 (D)

Kesirli kısım

0.975 x 16 = 15.600 tamsayı = 15 (F)

0.600 x 16 = 9.600 tamsayı = 9

0.600 x 16 = 9.600 tamsayı = 9

$(214.975)_{10} = (D6.F99)_{16}$

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

2.2.2. İkili sayıların onlu, sekizli ve onaltılı sayılara çevrilmesi

İkili Sayının Onlu Sayıya Çevrilmesi

İkili sistemdeki bir sayı her basamağının ağırlık katsayısı ile çarpılıp bulunan değerlerin toplanması ile onlu sayı sistemine dönüştürülür.

ÖRNEK: $(10101.101)_2$ sayısını onlu sayıya çeviriniz.

$(10101.101)_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0, 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3}$

$= 16 + 4 + 1, 0.5 + 0.125 = (21.625)_{10}$

İkili Sayının Sekizli Sayıya Çevrilmesi

İkili sayılar sekizliye çevrilirken sayıların tam kısmı sağdan sola doğru, kesirli kısım ise soldan sağa doğru üçerli grup olarak düzenlenir. Sonra her bir sayı katsayısı ile çarpılarak sonuç bulunur.

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

ÖRNEK: $(10101.101)_2$ sayısını sekizli sayıya çeviriniz.

$(10101.101)_2 = \underbrace{0 \text{ x } 2^2 + 1 \text{ x } 2^1 + 0 \text{ x } 2^0}_{2} \quad \underbrace{1 \text{ x } 2^2 + 0 \text{ x } 2^1 + 1 \text{ x } 2^0}_{5} \text{ , } \underbrace{1 \text{ x } 2^2 + 0 \text{ x } 2^1 + 1 \text{ x } 2^0}_{5}$

$= (25.5)_8$

İkili Sayının Onaltılı Sayıya Çevrilmesi

İkili sayılar onaltılı sayıya çevrilirken sayıların tam kısmı sağdan sola doğru, kesirli kısım ise soldan sağa doğru dörderli grup olarak düzenlenir. Sonra her bir sayı katsayısı ile çarpılarak sonuç bulunur.

ÖRNEK: $(10101.101)_2$ sayısını onaltılı sayıya çeviriniz.

$(10101.101)2 = \underbrace{0 \text{ x } 2^3 + 0 \text{ x } 2^2 + 0 \text{ x } 2^1 + 1 \text{ x } 2^0}_{1} \quad \underbrace{0 \text{ x } 2^3 + 1 \text{ x } 2^2 + 0 \text{ x } 2^1 + 1 \text{ x } 2^0}_{5} \text{, } \underbrace{1 \text{ x } 2^3 + 0 \text{ x } 2^2 + 1 \text{ x } 2^1}_{10(A)}$

$= (15.A)_{16}$

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

2.2.3. Sekizli Sayıların İkili, Onlu ve Onaltılı Sayılara Çevrilmesi

Sekizli Sayının İkili Sayıya Çevrilmesi

Sekizli sayılar ikili sayıya çevrilirken her basamağın ikili sayıdaki karşılığı yazılır.

ÖRNEK: $(673.124)_8$ sayısını ikili sayıya çeviriniz.

6 = 110, 7 = 111, 3 = 011, 1 = 001, 2 = 010 , 4 = 100

$(673.124)_8 = (110\ 111\ 011.001\ 010\ 100)_2$

Sekizli Sayının Onlu Sayıya Çevrilmesi

Sekizli sayı onlu sayıya çevrilirken her bir basamaktaki sayı kendi katsayısı ile çarpılır ve toplam bulunur.

ÖRNEK: $(32.12)_8$ sayısını onlu sayıya çeviriniz.

$(32.12)_8 = 3 \times 8^1 + 2 \times 8^0,\ 1 \times 8^{-1} + 2 \times 8^{-2}$

$= 24 + 2,\ 0.125 + 0.03125$

$= (26.15625)_{10}$

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

Sekizli Sayının Onaltılı Sayıya Çevrilmesi

Sekizli sayıyı onaltılı sayıya çevirmenin en kolay yolu sekizli sayıyı ikili sayıya çevirip sonra onaltılı sayıya çevirmektir.

ÖRNEK: $(32.12)_8$ sayısını onaltılı sayıya çeviriniz.

3 = 011, 2 = 010, 1 = 001, 2 = 010

$(32.12)_8 = (011\ 010.001\ 010)_2$

$= 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \quad 1x\ 2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 0x2^0, \quad 0x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 0x2^0 \quad 1x2^3$

$= (1A.28)_{16}$

2.2.4. Onaltılı sayıları ikili, sekizli ve onlu sayılara çevrilmesi

Onaltılı sayıları ikili sayıya çevrilmesi

Onaltılı sayılar ikili sayıya çevrilirken onaltılı sayının her basamağındaki sayının ikili sayı karşılığı 4 bit olarak yazılır.

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

ÖRNEK: $(32.12)_{16}$ sayısını ikili sayıya çeviriniz
3 = 0011, 2 = 0010, 1 = 0001, 2 = 0010
$(32.12)_{16} = (0011\ 0010.\ 0001\ 0010)_2$

Onaltılı sayıların sekizli sayıya çevrilmesi

Onaltılı sayıları sekizli sayıya çevirmenin en kolay yolu onaltılı sayıyı önce ikili sayıya dönüştürüp sonra sekizli sayıya dönüştürmektir.

ÖRNEK: $(32.12)_{16}$ sayısını sekizli sayıya çeviriniz.
$(32.12)_{16} = (0011\ 0010.\ 0001\ 0010)_2$
$(32.12)_{16} = (62.044)_8$

Onaltılı sayıların onlu sayıya çevrilmesi

Onaltılı sayı onlu sayıya çevrilirken her bir basamaktaki sayı kendi katsayısı ile çarpılır ve toplam bulunur.

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

ÖRNEK: $(32.12)_{16}$ sayısını onlu sayıya çeviriniz.

$(32.12)_{16}$ = $3 \times 16^{1} + 2 \times 16^{0}, 1 \times 16^{-1} + 2 \times 16^{-2}$

= 48 + 2, 0.0625 + 0.00781

= $(50.0703)_{10}$

2.3. Sayı Sistemlerinde Hesaplama

Bütün sayı sistemlerinde işaret (+ veya -) kullanılabilir ve aşağıdaki bağıntılar bütün sayı sistemlerinde uygulanabilir.

A) +a + (+b) = a + b B) +a + (-b) = a – b

C) +a - (+b) = a – b D) +a - (-b) = a + b

2.3.1. İkili Sayı Sisteminde Toplama

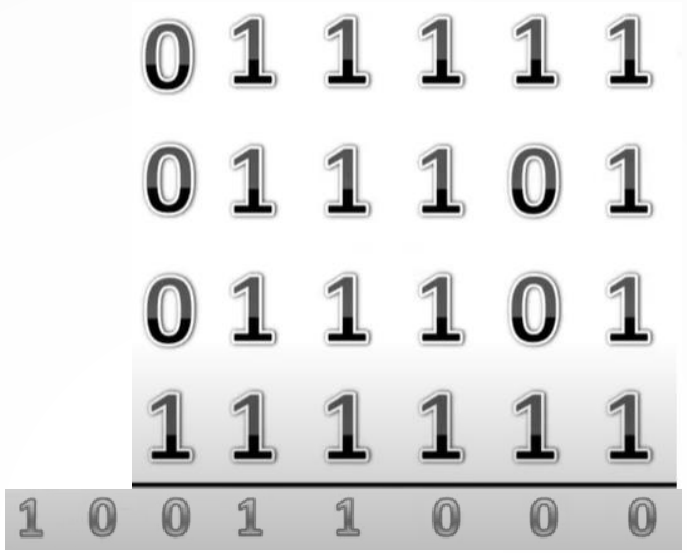
İkili sayılarda toplama onlu sayılarda olduğu gibi basamak basamak toplamak suretiyle yapılır.

$0 + 0 = 0$, $1 + 0 = 1$, $0 + 1 = 1$, $1 + 1 = 10$ veya $1 + 1 = 0$ Elde 1 (C=1).

'1 + 1' toplama işleminde sonuç olarak '0' ve bir soldaki basamağa aktarılmak üzere 'elde 1' ortaya çıkar. Bu onluk sayılarla yapılan toplama işlemindeki 9+1 rakamlarının toplamından '0' ortaya çıkması ve eldeki 1'in bir soldaki basamağa aktarılmasına benzer.

Örnek 29: İkili sayı sistemine göre aşağıdaki toplama işlemlerini gerçekleştirelim.

$$\begin{array}{r} 10 \\ +\ 01 \\ \hline 11 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 101 \\ +\ 010 \\ \hline 111 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 101 \\ +\ 011 \\ \hline 1000 \end{array}$$



https://www.youtube.com/watch?v=IRTgHrbyG9Q

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

2.3.1. İkili Sayı Sisteminde Çıkarma

İkili sayılarda çıkarma onlu sayılara benzer olarak yapılır

0 - 0 = 0, 1 – 0 = 1, 1 – 1 = 0, 0 – 1 = 1 (Borç 1), 10 – 1 = 1

ÖRNEK: $(1101.110)_2$ - $(0110.101)_2$ sonucunu bulunuz.

$$
\begin{array}{r}
1101.110 \\
-\ 0110.101 \\
\hline
0111.001
\end{array}
$$

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

İkili sayılarda sayının sıfırdan küçük olması durumunda doğrudan çıkarma işlemi uygulanamamaktadır. Bunun yerine tümleyen aritmetiğine göre çıkarma işlemi uygulanmaktadır.

2.3.3. Tümleyen Aritmetiği

Tümleyen ifadesini örneklemek için sayıcıları kullanabiliriz. Sayıcılar yukarı doğru sayarken 01-02 diye artar. Aşağı doğru sayarken ise 09-08 diye azalır. Burada 09'un tümleyenine 01, 8'in tümleyenine de 02 denilmektedir.

İkili sayı sisteminde iki tümleyen kullanılmaktadır. Bunlar 1'in tümleyeni ve 2'nin tümleyenidir.
r tabanlı bir sayı sisteminde tümleyenler r tümleyeni ve r-1 tümleyeni olarak ifade edilir.

ÖRNEK: 10 tabanlı bir sayı sisteminde r tümleyeni 10, r-1 tümleyeni 9 dur.

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

2.3.3.1. r tümleyeni

R tabanlı bir sayı sisteminde n basamaklı pozitif tamsayı N ile gösterilirse N sayısının r tümleyeni r^n-N (N $\neq$ 0) olarak tanımlanabilir.

ÖRNEK: $(125.456)_{10}$ sayısının 10 tümleyenini bulunuz.
$(125.456)_{10}$ sayısının tamsayı kısmı 3 basamaklıdır. Bu nedenle $r^n = 10^3$ tür.
\ $r^n - N = 10^3 - 125.456 = 874.544$

ÖRNEK: $(110010.1011)_2$ sayısının 2 tümleyenini bulunuz.
$(110010.1011)_2$ sayısının tamsayı kısmı 6 basamaklıdır. Bu nedenle $r^n = 2^6$ dır.
\ $r^n - N = 2^6 – 110010.1011 = 1000000 – 110010.1011$
$= 001101.0101$

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

İkili sayı sisteminde r'nin tümleyeni iki şekilde bulunabilir.

1) N sayısındaki bitlerin tersi alınır (1'ler 0, 0'lar 1 yapılır) ve LSB'e 1 eklenir.

ÖRNEK: $(110010)_2$ sayısının r tümleyenini bulunuz.
$(110010)_2$ sayısında 1'ler 0, 0'lar 1 ile değiştirilirse $(001101)_2$ sayısı elde edilir. LSB'e 1 eklenirse $(001110)_2$ sayısı bulunur.
\ $(110010)_2$ sayısının r tümleyeni $(001110)_2$ dir.

2) N sayısındaki LSB'ten itibaren sıfırdan farklı ilk sayıya kadar (ilk sayı dahil) alınır, kalan bitlerin tersi alınır. (1'ler 0, 0'lar 1 yapılır)

ÖRNEK: $(110010)_2$ sayısının r tümleyenini bulunuz.
$(110010)_2$ sayısında 0'dan farklı ilk sayıya kadar bitler yazılır ve kalan bitlerin tersi alınırsa $(001110)_2$ sayısı elde edilir.
\ $(110010)_2$ sayısının r tümleyeni $(001110)_2$ dir.

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

2.3.3.2. r tümleyen aritmetiği ile çıkarma

R tabanındaki iki pozitif sayının ‘M - N’ işlemi aşağıdaki gibi özetlenebilir.

1. M sayısı ile N sayısının r tümleyeni toplanır
2. Toplama sonucunda bulunan değerin ‘elde’ si varsa bu değer atılır ve sayının pozitif olduğu kabul edilir. Eğer elde değeri yoksa bulunan değerin r tümleyeni alınır ve önüne – işareti konur.

ÖRNEK: (72532-3250) sayısının sonucunu 10 tümleyeni kullanarak bulunuz.
03250 sayısının 10 tümleyeni 100000 – 3250 = 96750
72532 + 96750 = 169282 (Elde 1 var)
İşaret biti 1‘dir bu yüzden sonuç +69282 dir.

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

ÖRNEK: (03250 - 72532) sayısının sonucunu 10 tümleyeni kullanarak bulunuz.
72532 sayısının 10 tümleyeni 100000 – 72532 = 27468
03250 + 27468 = 030718 (Elde 0 var)
İşaret biti 0‘dır bu yüzden 030718’in tümleyeni alınır ve önüne – işareti konur. Sonuç (-69282) dir.

ÖRNEK: $(1010100)_2$ - $(1000100)_2$ sayısının sonucunu 2’nin tümleyenini kullanarak bulunuz.
$(1000100)_2$ sayısının 2 tümleyeni 0111100
1010100 + 0111100 = 10010000 (İşaret biti 1)
İşaret biti 1 olduğundan sonuç 0010000 dür.

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

2.3.3.3. r-1 tümleyen aritmetiği

n basamaklı tamsayısı ve m basamaklı kesirli sayısı bulunan r tabanlı N sayısının r-1 tümleyeni; $r^n - r^{-m} - N$ formülü ile bulunur.

ÖRNEK: (725.250) sayısının sonucunu 9 tümleyenini kullanarak bulunuz.
r = 10, n = 3, m = 3 olduğundan 9 tümleyeni;
$10^3 - 10^{-3} - 725.250 = 274.749$

ÖRNEK: (110.1011) sayısının sonucunu 1 tümleyenini kullanarak bulunuz.
r = 2, n = 3, m = 4 olduğundan 1 tümleyeni;
$2^3 - 2^{-4} - 110.1011 = 1000 - 0.0001 - 110.1011 = 001.0100$

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

Yukarıdaki örneklerden görüleceği gibi 10 tabanındaki bir sayının r-1 (9) tümleyeni bulunurken her basamaktaki sayı 9'dan çıkarılır.
İkili sayı sisteminde ise bitler ters çevrilir.

2.3.3.4. r-1 tümleyeni ile çıkarma

r-1 tümleyeni ile çıkarma işlemi r tümleyeni ile çıkarma işlemine benzer. M-N işlemi için

1. M sayısı ile N sayısının r-1 tümleyeni toplanır
2. Sonuçta taşma biti oluşursa bulunan değere 1 eklenir, taşma biti oluşmazsa sayının tümleyeni alınır ve negatif işaretli olur.

ÖRNEK: (72532-3250) sayısının sonucunu 9 tümleyeni kullanarak bulunuz.
03250 sayısının 9 tümleyeni 99999 – 3250 = 96749
72532 + 96749 = 169281 (Elde 1 var)
İşaret biti 1'dir bu yüzden sonuç 69281+1 = 69282 dir.

BÖLÜM 2: SAYI SİSTEMLERİ

ÖRNEK: (03250 – 72532) sayısının sonucunu 9 tümleyeni kullanarak bulunuz.

72532 sayısının 9 tümleyeni 99999 – 72532 = 27467

03250 + 27467 = 030717 (Elde 0 var)

İşaret biti 0'dır bu yüzden 30717'nin tümleyeni alınır ve önüne – işareti konur. Sonuç (-69282) dir.

ÖRNEK: $(1010100)_2$ - $(1000100)_2$ sayısının sonucunu 1'in tümleyeni olarak bulunuz.

$(1000100)_2$ sayısının 1 tümleyeni 0111011

1010100 + 0111011 = 1000111 (işaret biti 1)

İşaret biti 1 olduğunda sonuç 0001111 + 1 = 0010000 dür.

2.3.4. İkili sayılarda çarpma bölme

İkili sayılarda çarpma ve bölme işlemi onlu sayılar gibi yapılır.