

# **Biçimsel Diller ve Otomata Teorisi**

*Dr. Öğr. Üyesi Hayri Volkan Agun  
Bilgisayar Mühendisliği Bölümü  
Bursa Teknik Üniversitesi*

# Kaynaklar

## Ders Kitabı

- An Introduction to Formal Languages and Automata, Peter Linz, 6th Edition, 2017.
- An Introduction to Computer Theory, Daniel Isaac Aryeh Cohen, 2nd Edition, 1996.

## İçerik

- %100 Teorik
- Klasik sınav
- Vize %40, Final %60



# Normalizasyon

## Normalizasyon

- Bağımsız dil grammaiçin kurabileceğimiz birçok normal biçim türü vardır. Bunlardan bazıları, geniş kullanımları nedeniyle kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. Biz kısaca ikisini ele alacağız. Bunlar:
  - Chomsky Normal Biçimi
  - Greibach Normal Biçimi

# Chomsky Normal Biçimi

- Eğer gramer kuralları sadece aşağıdaki gibi ya ikili kurallar yada tekli sonlu durum formunda ise o zaman bu gramer Chomsky Normal Biçimindedir diyebiliriz.

$$A \rightarrow BC$$

$$A \rightarrow a,$$

- Burada A,B, C kuralları V kural kümesinden ve “a” sonlu durumu alfabeye aittir.

# Örnek

- Aşağıdaki gramer kuralları verilen gramer için bu gramer Chomsky gramer formunda mıdır?

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AS|a, \\ A &\rightarrow SA|b \end{aligned}$$

- Bu gramer kurallarını aşağıdaki gibi açarsak
  - $S \rightarrow AS$
  - $A \rightarrow SA$
  - $S \rightarrow a$
  - $A \rightarrow b$
- Evet, bu gramer Chomsky Normal Formundadır.

# Örnek

- Aşağıdaki gramer kuralları verilen gramer için bu gramer Chomsky gramer formunda mıdır?

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AS|AAS, \\ A &\rightarrow SA|aa \end{aligned}$$

- Bu gramer kurallarını aşağıdaki gibi açarsak

- $S \rightarrow AS$

- ~~■  $S \rightarrow AAS$~~

- $A \rightarrow SA$

- ~~■  $A \rightarrow aa$~~

- Hayır, bu gramer Chomsky Normal Formunda değildir. Çünkü üstü çizili kurallar bu norma aykırıdır.

# Chomsky Normal Biçimi

- Herhangi bir gramer eğer boş üretim ve/veya brim üretim barındırmıyorsa bu gramer Chomsky normal biçimindeki aşağıdaki adımları uygulayarak yazılabilir. Dönüştürülen yeni gramer eskisine denktir.
- Adım 1: Tüm terminal sembol barındıran adımlar ya iki adet kuraldan yada tek bir sembolden oluşacak şekilde kurallar güncellenir. Bu adım sonunda tüm kurallar aşağıdaki şekilde olmalıdır.

$$A \rightarrow a,$$

$$A \rightarrow C_1 C_2 \cdots C_n,$$

# Chomsky Normal Biçimi

- Adım 2: İki den büyük sayıda kural barındıran adımlar için ara adımlar oluşturularak bunlar kullanılır. Örneğin:  $S \rightarrow ABCD$  açılımında  $X \rightarrow AB$  ve  $Y \rightarrow CD$  kuralları ile  $S \rightarrow XY$  formatına dönüştürülebilir. En temel yöntem soldaki 2 kuralı birleştirerek gitmektir.
- Sonuçta elde edilen  $G^2$  grameri  $G$  gramerine denktir. Aynı şekilde bu dillerde denktir:

$$L(G) = L(G^2)$$



# Örnek

- Yandaki gramer kurallarını Chomsky Normal Forma çeviriniz?

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ABa, \\ A &\rightarrow aab, \\ B &\rightarrow Ac \end{aligned}$$

- Adım 1: Tüm ifadeler ya kuraldan oluşacak yada tek bir sonlu durum (sembol) barındıracak.
  - $S \rightarrow ABa$  için  $a$  sembolü yerine  $X \rightarrow a$  kuralını uygulayalım.  $S \rightarrow ABX$  olacaktır.
  - $B \rightarrow Ac$  için  $c$  sembolü için  $Y \rightarrow c$  kuralını uygulayalım.  $B \rightarrow AY$  olacaktır.
  - $A \rightarrow aab$  için  $A \rightarrow XXK$  ve  $K \rightarrow b$  olsun
- Adım 2: İki kural için soldaki iki kuralı birleştirelim.
  - $S \rightarrow ABX$  için  $Q \rightarrow AB$  olsun bu durumda  $S \rightarrow QX$  olacaktır.
  - $A \rightarrow XXK$  için  $P \rightarrow XX$  ve  $A \rightarrow PK$
- Kurallar:  $S \rightarrow QX$ ,  $Q \rightarrow AB$ ,  $A \rightarrow PK$ ,  $B \rightarrow AY$ ,  $P \rightarrow XX$ ,  $K \rightarrow b$ ,  $X \rightarrow a$ ,  $Y \rightarrow c$  olacaktır.

# Greibach Normal Biçimi

- Bir başka kullanışlı dilbilgisi biçimi, Greibach normal formudur. Burada, bir üretim sağ tarafının uzunluğuna değil, terminal ve değişkenlerin görünebileceği pozisyonlara kısıtlamalar getiriyoruz. Greibach normal formunu haklı çıkaran argümanlar biraz karmaşıktır ve çok şeffaf değildir.
- Benzer şekilde, verilen bir bağımsız dil gramere eşdeğer olan Greibach normal formunda bir gramer oluşturmak zordur.
- Bu nedenle, bu konuyu çok kısa bir şekilde ele alıyoruz. Bununla birlikte, Greibach normal formunun birçok teorik ve pratik sonuçları bulunmaktadır.

# Greibach Normal Biçimi

- Bu normal formda tüm kurallar aşağıdaki gibi belirtilir. Burada  $a$  sonlu durum yada alfabeде bulunan bir sembol ( $a \in T$ ) ve  $x$  ise bir kural (değişken) ( $x \in V^*$ ) olmalıdır. Burada kuralın uzunluğu ikiden uzun olabilir.

$$A \rightarrow ax,$$

# Örnek

- Aşağıda kuralları verilen gramer Greiback Normal Biçiminde midir? Değilse çeviriniz?

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB, \\ A &\rightarrow aA \mid bB \mid b, \\ B &\rightarrow b \end{aligned}$$

- Burada  $S \rightarrow AB$  kuralı Greiback Normal Biçimine aykırıdır. A yerine açılımı yazarak çevirebiliriz.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aAB \mid bBB \mid bB, \\ A &\rightarrow aA \mid bB \mid b, \\ B &\rightarrow b, \end{aligned}$$

# Örnek

- Aşağıda kuralları verilen gramer Greiback Normal Biçiminde midir? Değilse çeviriniz?

$$S \rightarrow abSb|aa$$

- Burada  $S \rightarrow abSb$  kuralı Greiback Normal Biçimine aykırıdır. Burada sondaki  $a$  ve baştaki  $b$  sembolleri yerine kural yazılmalıdır.  $A \rightarrow a$  ve  $B \rightarrow b$  kurallarını belirlersek  $S \rightarrow aBSB|aA$  elde etmiş oluruz.

# Soru

- Aşağıdaki gramer kurallarının Chomsky Normal Biçimini bulunuz?

☐ Kural:  $S \rightarrow aSS|a|b$

☐ Kural:  $S \rightarrow aSb|Sab|ab$

☐ Kural:  $S \rightarrow AB|aB,$   
 $A \rightarrow abb|\lambda,$   
 $B \rightarrow bbA$

☐ Kural:  $S \rightarrow baAB,$   
 $A \rightarrow bAB|\lambda,$   
 $B \rightarrow BAa|A|\lambda$

Not:  $\lambda$  boş açılımları önce elimine ediniz. Sonra grameri çeviriniz.

# CYK Algoritması

- Dilin ayrıştırılmasında kullanılan dinamik bir ayrıştırma algortmasıdır. Kurallarda kullanılan değişkenlerin belirli bir karakter katarına denk gelip gelmediğini bir tablo üzerinde arama yaparak bulmaktadır.
- Temel yakalanan bir karakter için bulunan kural değişkenlerini hafıza tutarak sonrasındaki açılımlar için hızlı bir çözüm sunmaktadır.
- CYK algoritması doğal dilin ayrıştırılmasında kullanılan en temel algoritmadır.

# CYK Örnek

- Aşağıda verilen Chomsky Normal Formuna ait gramer ve “baaba” karakter katarı için CYK algoritmasını kullanarak ağaç yapısını elde ediniz.

$S \rightarrow AB \mid BC$   
 $A \rightarrow BA \mid a$   
 $B \rightarrow CC \mid b$   
 $C \rightarrow AB \mid a$



# CYK Örnek

- Önce bir tablo oluşturarak köşegenlere her bir karaktere karşılık gelen kural adını yazalım.
- Burada b karakteri için B kuralı kullanılırken a için {A, C} kuralları kullanılmıştır.

	b	a	a	b	a
b	B				
a		A, C			
a			A, C		
b				B	
a					A, C

# CYK Örnek

- Önce bir tablo oluşturarak köşegenlere her bir karaktere karşılık gelen kural adını yazalım.
- Soldan sağa ve aşağıdan yukarı doğru bir yol izlersek önce ilk satırdaki B kuralı ile alt satırda ve sağda bulunan A kuralı ve aynı şekilde B ve C kuralları için birleştirme var mı diye kontrol ederek bir üst satıra yazarız.
- Bu durumda B ve C kuralı için S kural adı mevcut. Ayrıca B ve A için de A kuralı mevcut
- Benzer durum 4. satır ve 5. satırlarda var. Ama henüz buraya ulaşmadık.

	b	a	a	b	a
b	B	S, A			
a		A, C			
a			A, C		
b				B	
a					A, C

# CYK Örnek

- Önce bir tablo oluşturarak köşegenlere her bir karaktere karşılık gelen kural adını yazalım.
- Soldan sağa ve aşağıdan yukarı doğru bir yol izlersek A ve C yi birleştiren 2. ve 3. satırlar için bir üste B yazarız.
- Benzer şekilde A ve B için 3. satır ve 4. satırlar S kuralı ve ayrıca C kuralı ile birleşirler.

	b	a	a	b	a
b	B	S, A			
a		A, C	B		
a			A, C	S, C	
b				B	
a					A, C

# CYK Örnek

- Önce bir tablo oluşturarak köşegenlere her bir karaktere karşılık gelen kural adını yazalım.
- Soldan sağa ve aşağıdan yukarı doğru bir yol izlersek 4. satır ve 5. satırlardaki B ve A S kuralı ve B ve C A kuralı ile birleşirler.
- 3. satırdaki A, C kolonundaki kurallar ile 4. satırdaki S,A birleşimi yine 3. satırdaki boşluğa yazılır.

	b	a	a	b	a
b	B	S,A			
a		A, C	B		
a			A, C	S, C	
b				B	S,A
a					A, C

# CYK Örnek

- Önce bir tablo oluşturarak köşegenlere her bir karaktere karşılık gelen kural adını yazalım.
- 3. satırdaki A, C kolonundaki kurallar ile 4. satırdaki S,A birleşimi yine 3. satırdaki boşluğa yazılır.
- Simetrik şekilde 1. satırdaki A,C bloğu ile 5. satırdaki A,C bloğuda kural olduğu takdirde birleştirilebilir, burada S ve A kuralları uygulanabilir.

	b	a	a	b	a
b	B	S,A			
a		A, C	B		
a			A, C	S, C	B
b				B	S,A
a					A, C