

FİZİK-II

BÖLÜM 7: DOĞRU AKIM DEVRELERİ

GİRİŞ

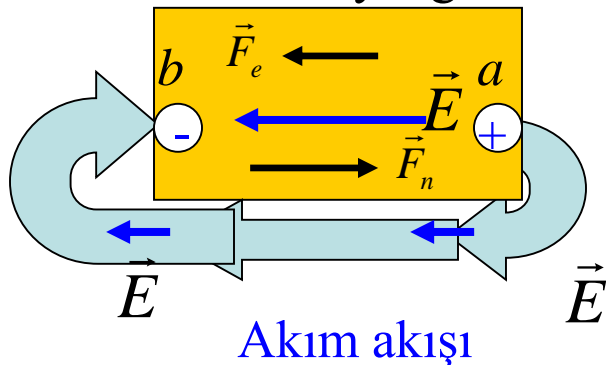
Bu bölüm çeşitli şekillerde birbirilerine bağlı bataryalar, dirençler ve kondansatörlerden oluşan bazı basit devrelerin incelenmesi ile ilgilidir. Bu tür devrelerin analizi *Kirchoff kuralları* ile basitlik kazanır. Analizlerde devrelerin kararlı olduğu kabul edilecektir. Yani akım büyüklük ve yön bakımından sabit kabul edilecektir. Ve son olarak potansiyel fark, direnç ve elektromotor kuvvet (emk) ölçümlerinde kullanılan çeşitli elektrik cihazları tanıtılacaktır.

Elektromotor kuvveti (Emk) ve Devre

Devam eden sabit bir akım ve elektromotor kuvveti

- Bir q yükü tam bir devreyi dolaşırken ve başladığı noktaya geri dönerken, potansiyel enerji başlangıçtaki ile aynı kalmak zorundadır.
- Fakat yük iletkenin direncinden dolayı bir kısım potansiyel enerjisini kaybeder.
- Devrede potansiyel enerjiyi arttıran bir şeye ihtiyaç vardır.
- Potansiyel enerjiyi arttıran bu şey **elektromotor kuvveti** olarak adlandırılır. (emk). Birim : volt: J/C
- Emk (ϵ) düşükten , yüksek potansiyele akım akışı sağlar. Emk üreten cihaz emk kaynağı olarak adlandırılır.

Emk kaynağı



-Şayet q pozitif yükü kaynak içinde b den a ya hareket ederse, elektrostatik olmayan F_n kuvveti yük üzerinde $W_n = q \epsilon$ pozitif işini yapar.

-Bu yer değişimi F_e elektrostatik kuvvetine zıttır, bu nedenle yüklerle birlikte potansiyel enerji qV den dolayı artar.

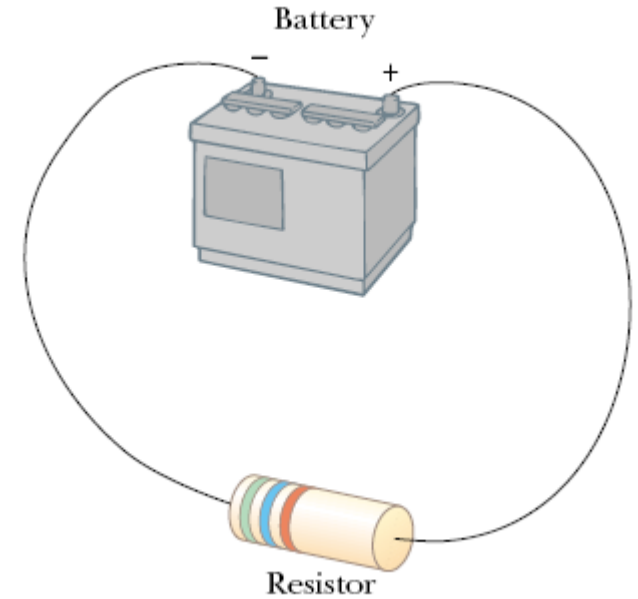
- İdeal bir emk kaynağı için $F_e = F_n$ aynı büyüklükte fakat zıt yöndedir.

- $W_n = q \epsilon = qV_{ab}$, so $V_{ab} = \epsilon = IR$ ideal kaynak için.

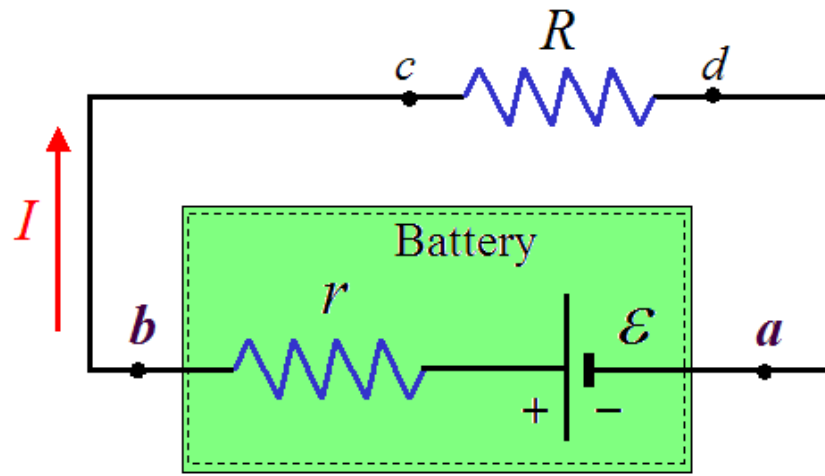
ELEKTROMOTOR KUVVET (emk)

emk kaynağı, devrede dolaşan yüklerin potansiyel enerjisini *arttırabilecek* olan batarya veya jeneratör benzeri herhangi bir aygıttır. Yani devredeki yükleri düşük potansiyelden yüksek potansiyele, *tepeye doğru* hareket ettirir. Bir kaynağın emk sı \mathcal{E} , birim yük başına yapılan iş olarak tanımlanır ve birimi voltur.

Şekilde bataryanın pozitif ucu negatif uca göre yüksek potansiyeldedir. Şayet bataryanın iç direncini ihmal edebilseydik, bataryanın uçları arasındaki potansiyel farkı, *çıkış voltajı*, onun emk sına eşit olurdu. Ama gerçekte, her zaman bataryanın bir r iç direnci olduğundan bataryanın çıkış voltajı emk sına eşit değildir. c



bir bataryaya bağlı direnç



Şekilde a noktasından b noktasına pozitif bir yükün hareket ettiğini düşünelim. Bataryanın negatif ucundan pozitif ucuna geçildiğinde, yükün potansiyeli ε kadar *artar* (bir kütlenin kütle çekim alanında daha yüksek bir potansiyele çıkması gibi). Fakat yük, r direnci üzerinden geçerken, potansiyeli Ir kadar *azalır*. Ve bataryanın uçları arasındaki potansiyel farkı;

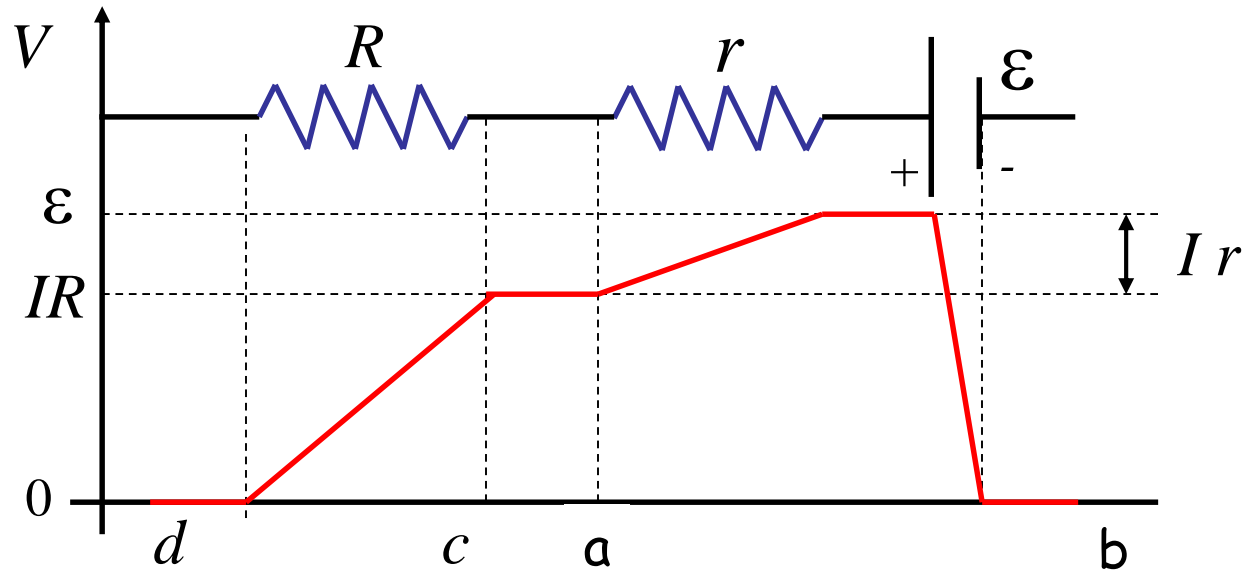
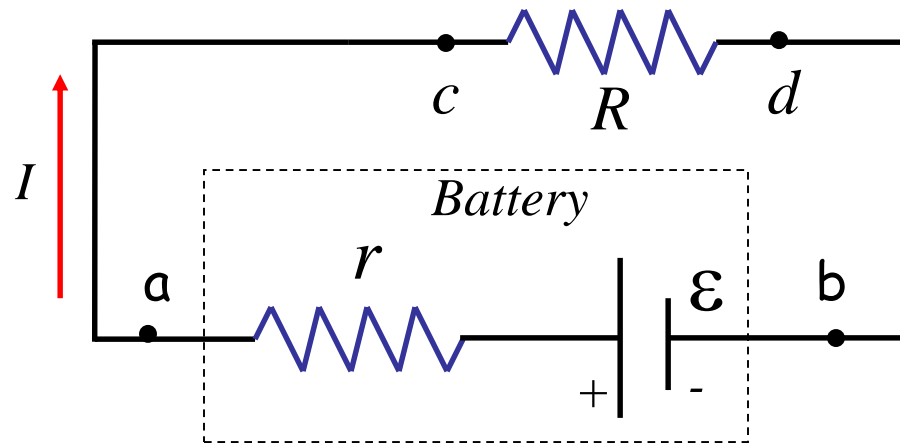
$$\Delta V = V_b - V_a$$

$$\Delta V = \varepsilon - Ir$$

ε nın açık devre voltajına, yani; *akımın sıfır olduğu durumda bataryanın uçları arasındaki voltaja* eşit olduğuna dikkat edilmelidir. Örneğin herhangi bir D pilinin emk sı 1,5 volt ise, bataryanın uçları arasındaki gerçek potansiyel farkı batarya içerisinden geçen akıma bağlıdır.

Yukarıdaki gibi *gerçek bir devre* (yani iç direnç ihmal *edilmemiş*) için potansiyel değişimini grafik olarak göstermek istersek;

Devrede saat yönünde (akım yönü) dolaşıldığında; bataryanın çıkış voltajı ΔV dış direnç R nin uçları arasındaki potansiyel farka eşit olması gerekir. R direncine genellikle *yük direnci* denir. Ki bu direnç bataryaya bağlı bazı elektrik cihazlarının (tost makinesi, ısıtıcı, ampul vb.) direnci olabilir. O halde R direncinin uçları arasındaki potansiyel farkı;



$\Delta V = IR$ ve
önceki slayttan

$\Delta V = \varepsilon - I r$

Olduğuna göre



$\Delta V = \varepsilon - I r = IR$

$\varepsilon = IR + I r$

$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$

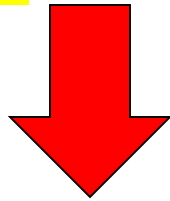
$$\varepsilon = IR + Ir$$

Bu ifadeyi devreden geçen I akımını ile çarparsak;

$$\varepsilon = I^2R + I^2r$$

Gücün $P = I\Delta V$ olduğunu hatırlarsak; emk kaynağının toplam çıkış gücü εI ; yük direncinde ısıya harcanan I^2R ile iç dirençte harcanan I^2r gücüne dönüşmektedir.

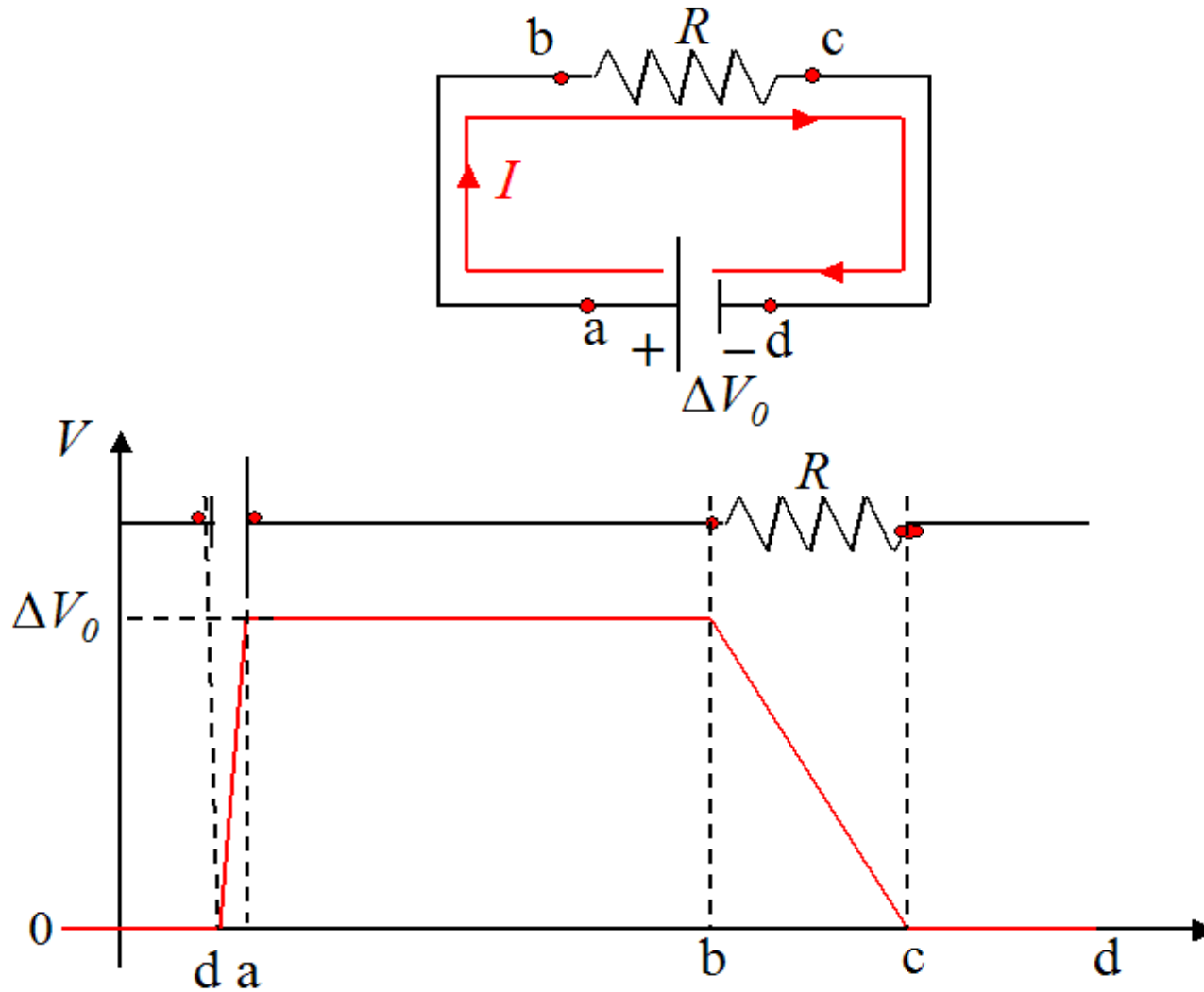
$$\varepsilon = I^2R + I^2r$$



Yine $r \ll R$ ise, batarya tarafından sağlanan gücün çoğu yük direncine aktarılmaktadır.

ÖRNEK: bir batarya, 12 V luk bir emk ve $0,05 \Omega$ luk bir iç dirence sahiptir. Bataryanın uçlarına 3Ω luk dirençli bir LED bağlanıyor. A) devredeki akımı ve çıkış voltajını bulunuz. B) yük direnci yani LED lambada ve bataryanın iç direncinde harcanan gücü bulunuz.

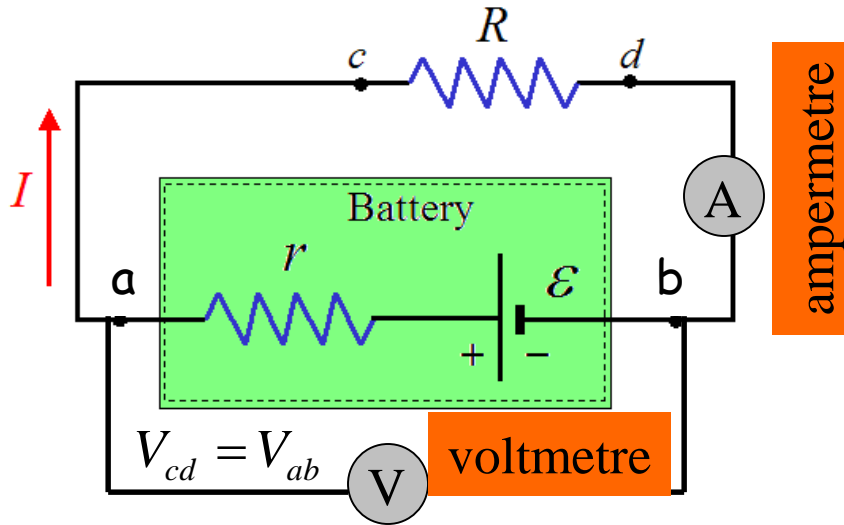
İdeal direnç devresindeki potansiyel



Elektromotor kuvveti (emk) ve devre

Örnek:

$$r = 2 \Omega, \varepsilon = 12 \text{ V}, R = 4 \Omega$$



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12 \text{ V}}{4 \Omega + 2 \Omega} = 2 \text{ A}.$$

$$V_{ab} = V_{cd}.$$

$$V_{cd} = IR = (2 \text{ A})(4 \Omega) = 8 \text{ V}.$$

$$V_{ab} = \varepsilon - Ir = 12 \text{ V} - (2 \text{ A})(2 \Omega) = 8 \text{ V}.$$

Bataryadaki enerji değişim oranı:

$$\varepsilon I = (12 \text{ V})(2 \text{ A}) = 24 \text{ W}$$

Bataryadaki enerji yitim oranı:

$$I^2 r = (2 \text{ A})^2 (2 \Omega) = 8 \text{ W}$$

Elektriksel güç verimi:

$$\varepsilon I - I^2 r = 16 \text{ W}$$

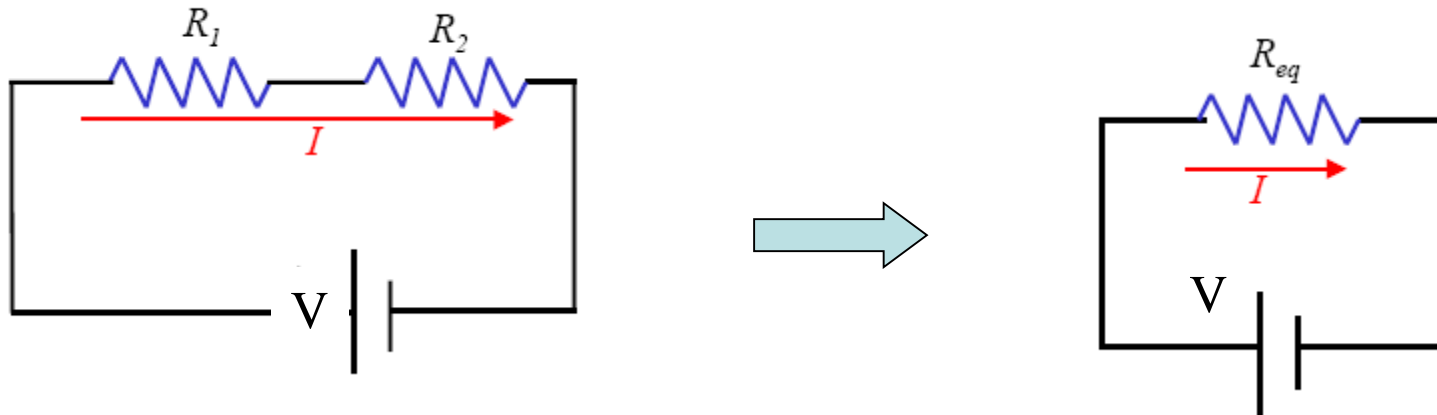
Elektriksel güç verimi ayrıca şu şekilde de verilebilir:

$$\begin{aligned} V_{bc} I &= (8 \text{ V})(2 \text{ A}) \\ &= I^2 R = (2 \text{ A})^2 (4 \Omega) = 16 \text{ W} \end{aligned}$$

Seri ve paralel dirençler

□ Seri dirençler

Seri bağlı dirençlerden geçen yük miktarı eşit olduğundan iki dirençten geçen akımlar da eşit olacaktır. Dolayısıyla kaynağın sağladığı potansiyel bu dirençler üzerinde paylaşılacaktır.

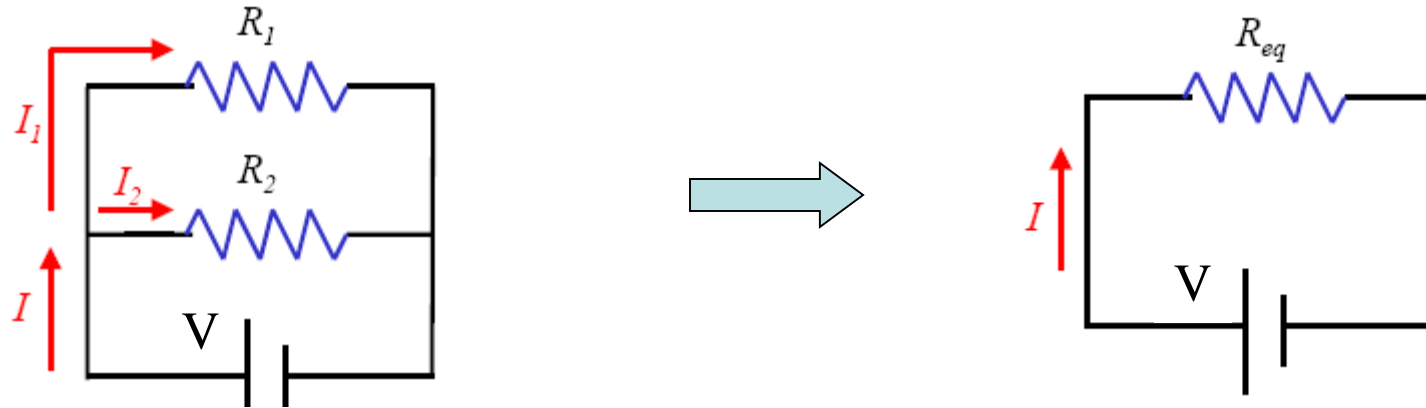


$$IR_1 + IR_2 = V = IR_{eq} \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2$$

Bu formülü genel olarak $R_{eq} = \sum_i R_i$ şeklinde genişletebilirsiniz

□ Paralel dirençler

Şekilde her iki direnç de bataryanın uçlarına bağlıdır. Yani her direnç üzerindeki potansiyel farkı veya düşmesi aynıdır. Ve gelen yük yani akım iki direnç tarafından paylaşılır.



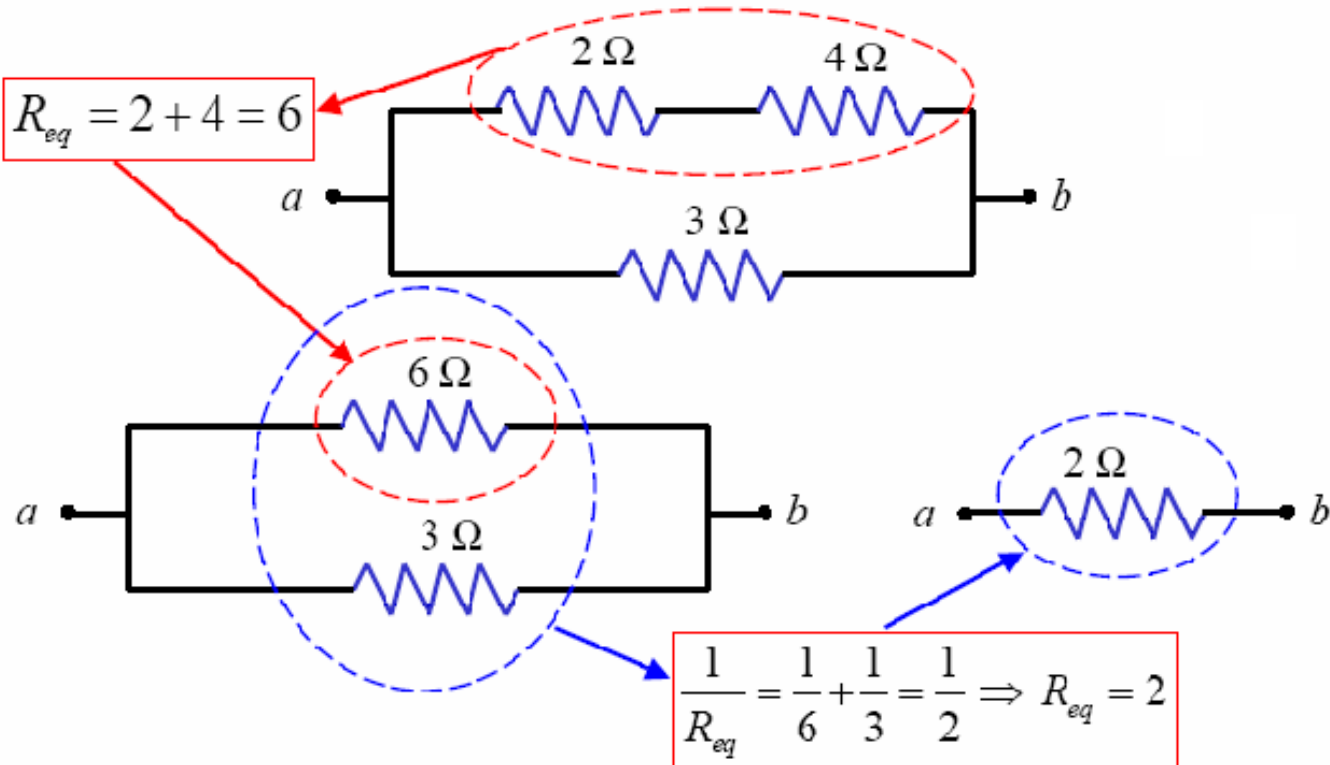
$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow \frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$V = I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Bu formülü genel olarak $\frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$ şeklinde genişletebilirsiniz

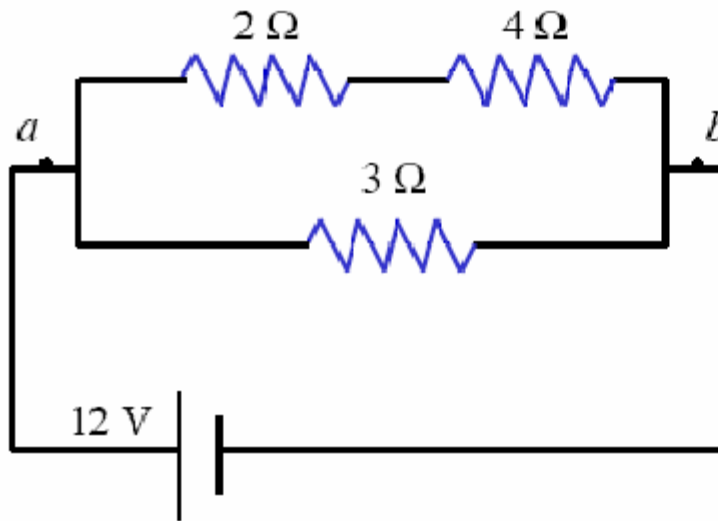
❑ Örnek 1:

Gösterilen direnç kombinasyonu için a ve b arasındaki eşdeğer direnci bulalım.



❑ Örnek:

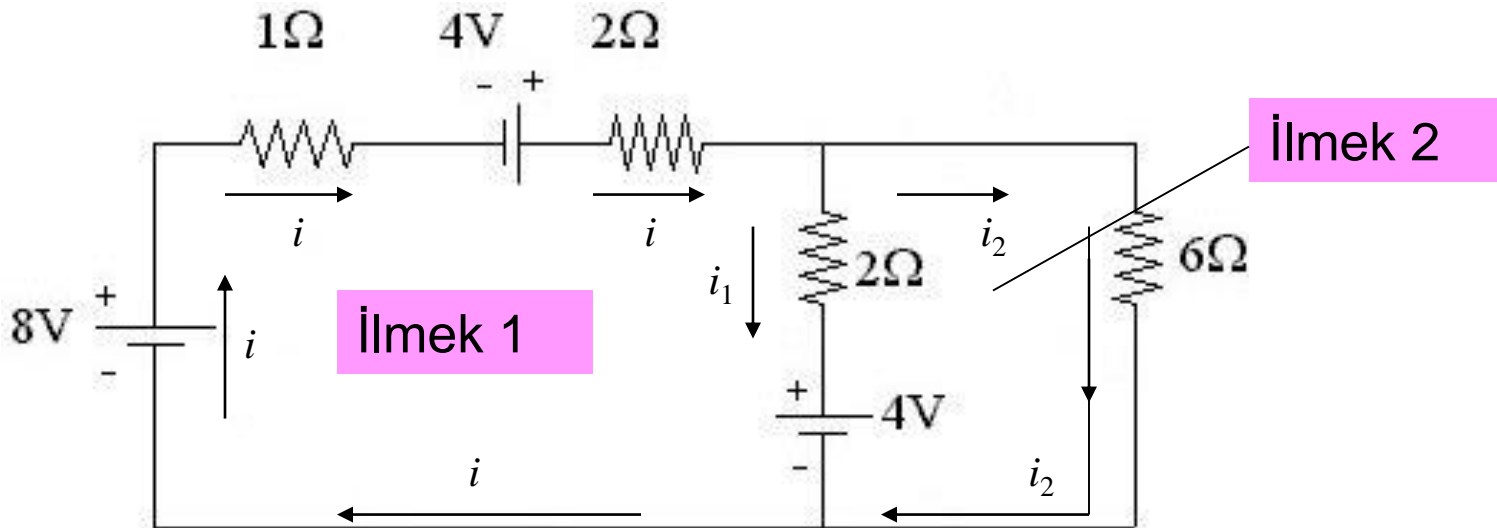
12 V luk bir batarya a ve b noktaları arasına bağlanmıştır. Her bir dirençten geçen akımı ve her birinin uçları arasındaki potansiyel farkı hesaplayalım.



R_{eq} den ters yönde iş yapılır.

□ Tanım

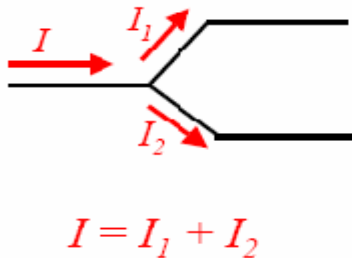
- Çoğu uygulamalı direnç ağları basit seri-paralel direnç kombinasyonlarına indirgenemez. (bir örnek aşağıda görülmektedir).
- Terminoloji:
 - Bir devredeki düğüm noktası üç yada daha fazla iletkenin buluştuğu bir noktadır.
 - Bir ilmek (döngü) herhangi bir kapalı iletim yoludur.



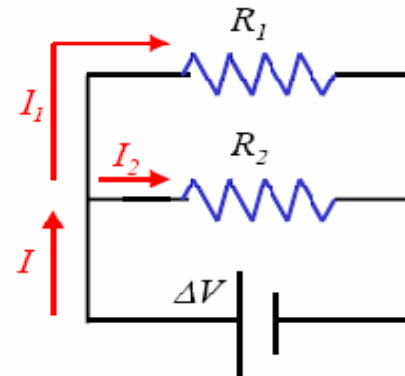
□ Kirchhoff düğüm noktası kuralı

- Her bir düğümdeki akımların cebirsel toplamı sıfırdır: bir düğüm noktasına gelen akımların toplamı, bu düğüm noktasından çıkan akımların toplamına eşittir. Bu kural yükün korunumuna dayanır.

$$\sum I_{gel} = \sum I_{çık}$$



Zaten analiz edilen
paralel dirençlerde
kullanılan budur.

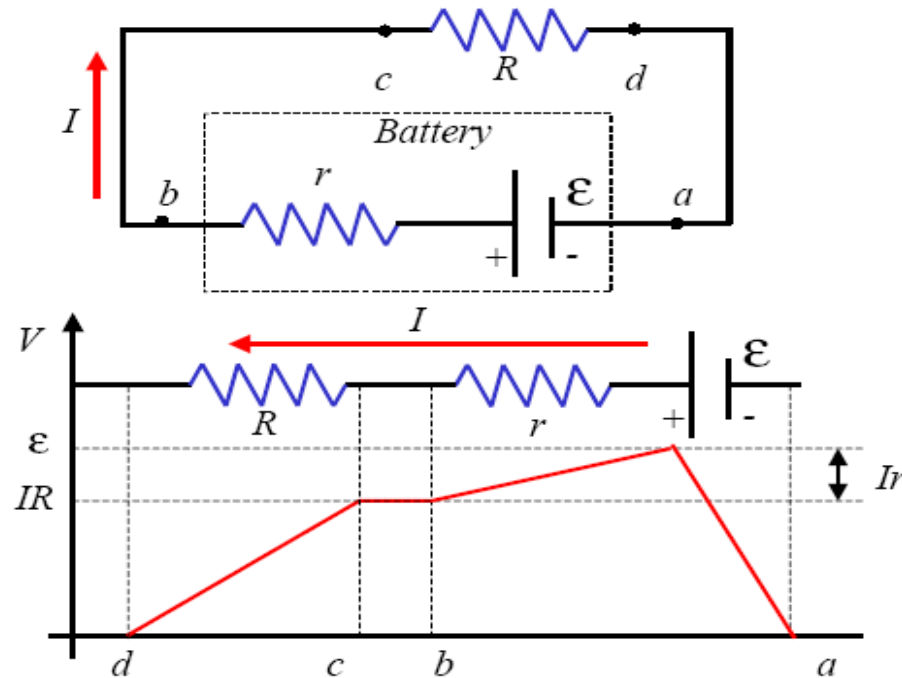


□ Kirchhoff ilmek kuralı

- Emk lar ve direnç unsurları içeren bir ilmekte bütün devre elemanların uçları arasındaki potansiyel farkların cebirsel toplamı, sıfır olmalıdır. Bu kural enerjinin korunumuna dayanır.

$$\sum_{\text{Kapalı ilmek}} \Delta V = 0$$

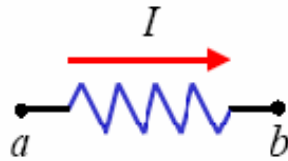
Already used this
in analyzing series
resistors:



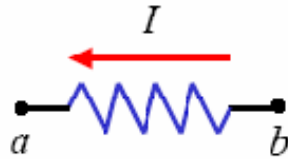
□ Kirchhoff ilmek yasası için kurallar

- Bir direnç akımın yönüne geçilirse, direnç üzerinde potansiyeldeki değişim $-IR$ olur.
- Bir direnç akıma *zıt* yönde geçilirse, direnç üzerinde potansiyel değişimi $+IR$ olur.
- Bir emf $-$ *den* $+$ terminale doğru geçilirse, potansiyeldeki değişim $+\mathcal{E}$ olur.
- Bir emf $+$ *den* $-$ terminale doğru geçilirse, potansiyeldeki değişim $-\mathcal{E}$ olur.

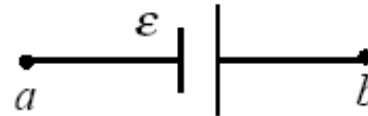
❑ Kirchhoff ilmek yasası için kurallar



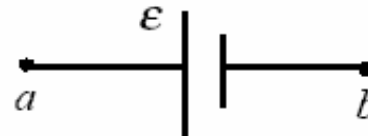
$$\Delta V = -IR$$



$$\Delta V = +IR$$



$$\Delta V = +\epsilon$$



$$\Delta V = -\epsilon$$

Bunların hepsi için a noktasından b noktasına doğru ilmeği geçiyoruz.

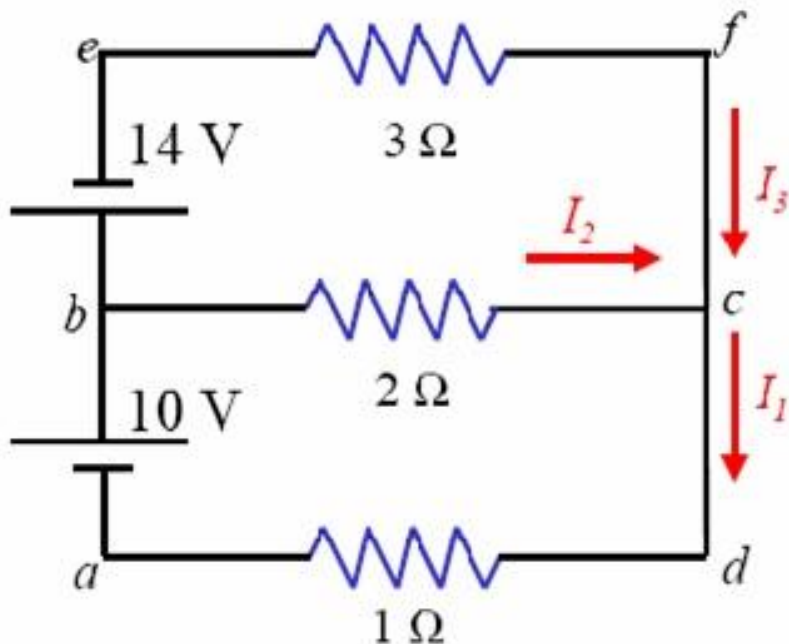
❑ Kirchhoff kurallarından yararlanılarak problem çözümü

- Devre **diyagramı çizilir** ve bilinen ve bilinmeyen özelliklerin hepsi işaretlenir.
- Devrenin her bir parçasındaki **akımın yönü belirlenir**. Yanlış yön tahmin edilirse, endişelenmeyin, sonuç negatif olacaktır, fakat doğru büyüklüğe sahip olacaktır.
- Bir akım **yönü seçilirken**, dikkatli bir şekilde Kirchhoff kurallarını **izlemelisiniz**.
- Çeşitli **akımlar** arasında **ilişki sağlayan** her bir düğüm noktasında **düğüm noktası** kuralı **uygulanır**.
- Tüm bilinmeyenler için **ihtiyaç duyulan** çözüm kadar **ilmeğe**, **ilmek kuralı uygulanır**(**işaretlere dikkat ediniz!**)
- **Cebir: Bilinmeyen özellikler** için denklemler **çözülür**.

Kirchhoff kuralları

❑ Örnek 1

I_1 , I_2 ve I_3 akımlarını bulalım.



1. c de düğüm noktası kuralını uygulayalım.

$$I_2 + I_3 = I_1$$

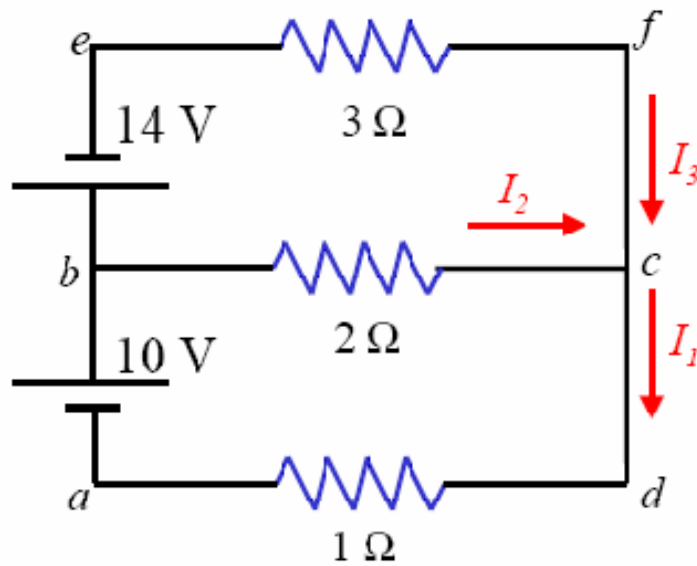
2. $abcda$ ilmeği için saat yönünde ilmek kuralı uygulayalım.

$$10 \text{ V} - (2\Omega)I_2 - (1\Omega)I_1 = 0$$

3. $befcb$ ilmeği için saat yönünde ilmek kuralı uygulayalım.

$$-14\text{V} - (3\Omega)I_3 + (2\Omega)I_2 = 0$$

❏ Örnek 1



$$\textcircled{1} \quad I_1 = I_2 + I_3$$

$$\textcircled{2} \quad 10 \text{ V} - (2\Omega)I_2 - (1\Omega)I_1 = 0$$

$$\textcircled{3} \quad -14 \text{ V} - (3\Omega)I_3 + (2\Omega)I_2 = 0$$

$\textcircled{1}$ denklemini $\textcircled{2}$ de yerine yazalım;

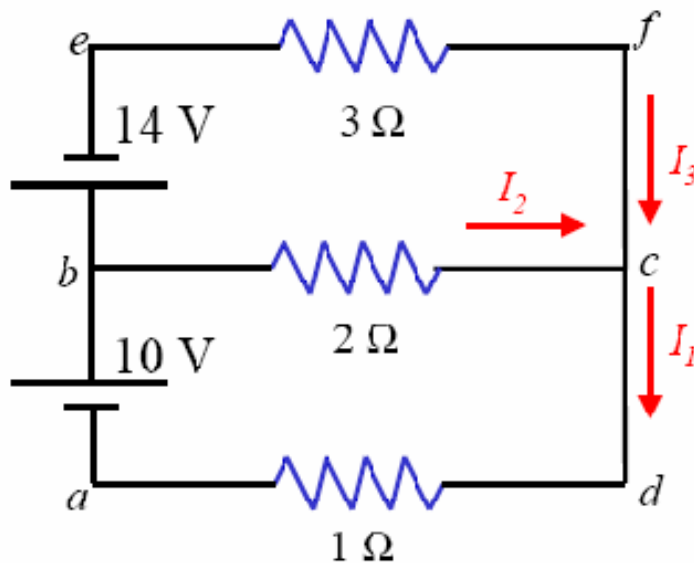
$$10 - 2I_2 - (I_2 + I_3) = 0$$

$$\textcircled{4} \quad 10 = 3I_2 + I_3$$

$\textcircled{3}$ ü tekrar düzenlersek

$$\textcircled{5} \quad 14 = 2I_2 - 3I_3 \quad \text{olur.}$$

❑ Örnek 1



$$\textcircled{1} \quad I_1 = I_2 + I_3$$

$$\textcircled{4} \quad 10 = 3I_2 + I_3$$

$$\textcircled{5} \quad 14 = 2I_2 - 3I_3$$

3 ile $\textcircled{4}$ denklemini çarpalım ve $\textcircled{5}$ i ekleyelim;

$$44 = 11I_2$$

$$I_2 = 4\text{A}$$

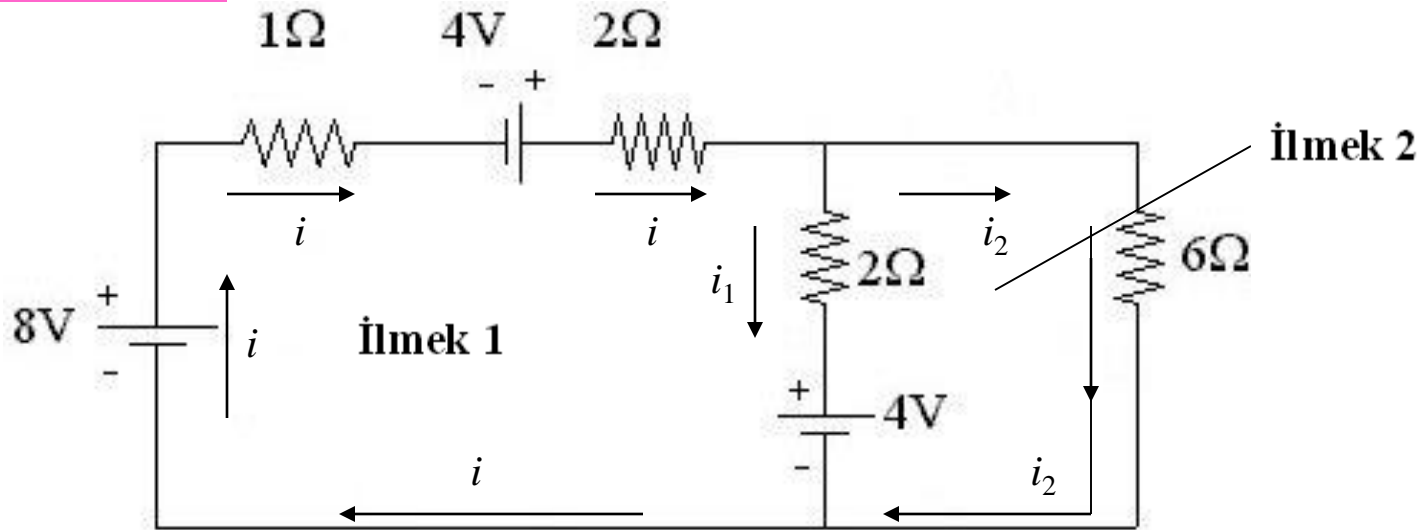
Bunu $\textcircled{5}$ denkleminde kullanalım;

$$I_3 = -2\text{A} \quad \text{olur.}$$

Son olarak $\textcircled{1}$ denklemini $I_1 = 2\text{A}$ verir.

Kirchhoff kuralları

❑ Örnek. 2.



İlme 1

$$0 = +8V + 4V - 4V - 3i - 2i_1$$

$$0 = 8 - 3i_1 - 3i_2 - 2i_1$$

$$0 = 8 - 5i_1 - 3i_2$$

2 ile çarpılır

$$i = i_1 + i_2$$

İlme 2

$$-6i_2 + 4 + 2i_1 = 0$$

$$-6i_2 + 16 - 10i_1 = 0$$

$$0 - 12 + 12i_1 = 0$$

$$i_1 = 1A$$

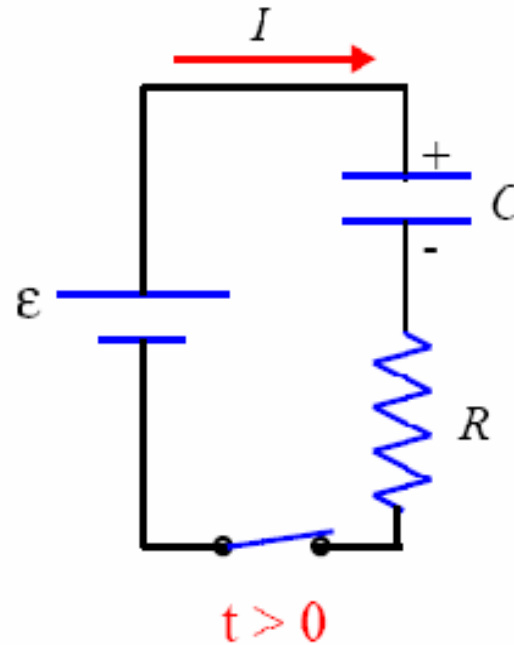
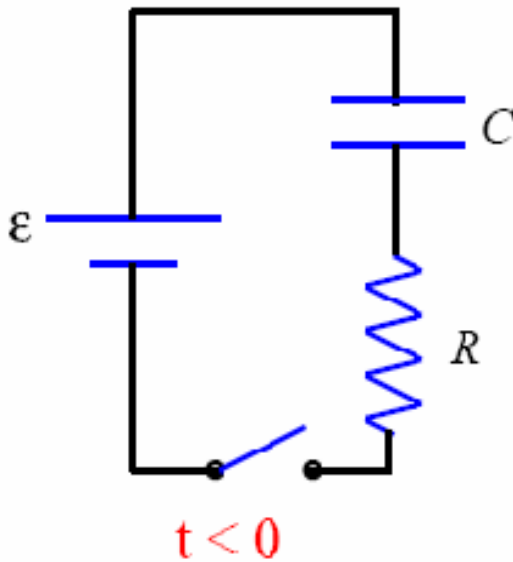
$$-6i_2 + 4 + 2(1A) = 0$$

$$i_2 = 1A$$

$$i = 2A$$

Bir kondansatörün yüklenmesi

- Gösterilen seri devrede kondansatörün başlangıçta yüksüz olduğunu farz edelim.
- Akım sadece anahtar kapatıldığında geçer.

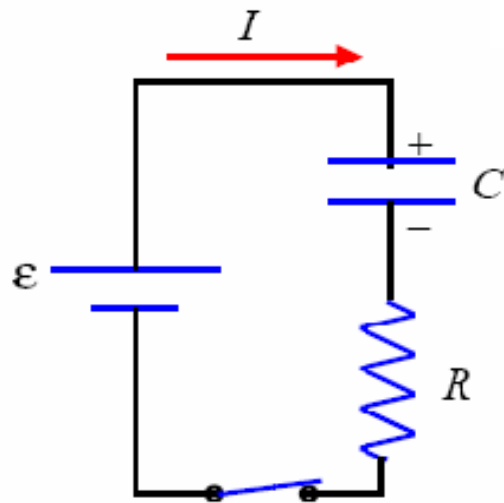


Bir kondansatörün yüklenmesi

R-C devreleri

Kirchhoff'un ilmek kuralını uygulayalım (saat yönünde).

$$\varepsilon - IR - \frac{q}{C} = 0$$



Kondansatör üzerindeki voltaj düşmesi q/C dir. Negatif işaret kondansatörün + tarafından - tarafına geçtiğimizi gösterir.

$t=0$ da kondansatör üzerindeki yük sıfırdır, ve potansiyel düşmesi tümüyle direnç üzerinden olur.

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$$

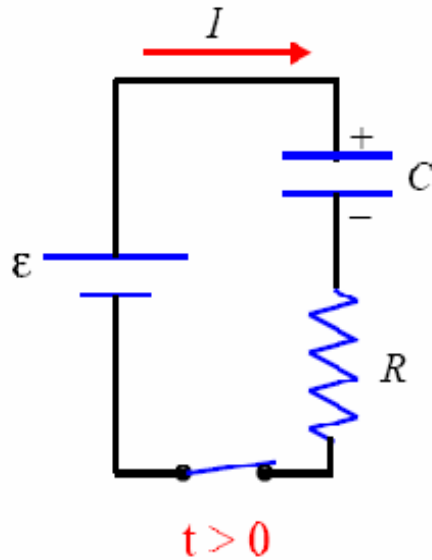
$t > 0$

Daha sonra kondansatör tamamen yüklenecek ve potansiyel düşmesi tümüyle kondansatör üzerinden olacak. Böylece akım *sıfır* olacak ve

$$Q = C\varepsilon \quad \text{olur.}$$

Bir kondansatörün yüklenmesi

R-C devreleri



$$\varepsilon - IR - \frac{q}{C} = 0 \quad \text{or} \quad I = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{q}{RC}$$

$$I = \frac{dq}{dt} \quad \text{İfadesini kullanalım}$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{q}{RC}$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon C - q}{RC} \quad \text{or} \quad \frac{dq}{(q - C\varepsilon)} = -\frac{1}{RC} dt$$

$$\int_0^q \frac{dq}{(q - C\varepsilon)} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{q - C\varepsilon}{-C\varepsilon}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$t=0$ da $q=0$ gerçeğini kullanırsak integral sınırlarımız belli olur ve;

Biraz matematik

Bir x niceliği a nın y kuvveti ise:

$$x = a^y$$

x in a tabanına göre logaritması:

$$y = \log_a x$$

Yani y nin antilogaritması x tir:

$$x = \text{antilog}_a y$$

Pratikte en çok iki tabandan biri *adi* logaritma tabanı veya *Euler* sabiti adı verilen 10 tabanıdır. Diğeri de *doğal logaritma* tabanı verilen $e=2.718..$

$$y = \log_{10} x \text{ (veya } x = 10^y \text{)}$$
 Adi log kullanıldığında

$$y = \ln_e x \text{ (veya } x = e^y \text{)}$$
 Doğal log kullanıldığında

Örnek:

$$\log_{10} 52 = 1,716 \text{ ise } \text{antilog}_{10} 1,716 = 10^{1,716} = 52$$

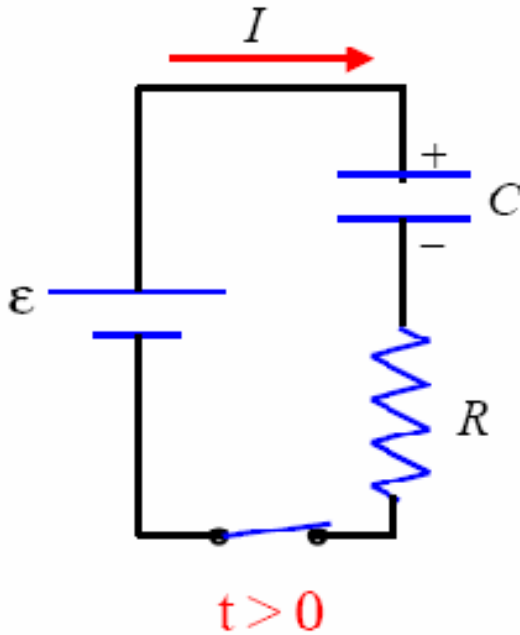
$$\ln_e 52 = 3,951 \text{ dir } \text{antiln}_{e_{10}} 3,951 = e^{3,951} = 52$$

10 tabanı ve e tabanı arasundaki dönüşüm

$$\ln_e x = (2,302585) \log_{10} x$$

Bir kondansatörün yüklenmesi

R-C devreleri



$$\ln\left(\frac{q - C\varepsilon}{-C\varepsilon}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$\left(\frac{q - C\varepsilon}{-C\varepsilon}\right) = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$q(t) = C\varepsilon (1 - e^{-t/RC}) = Q(1 - e^{-t/RC})$$

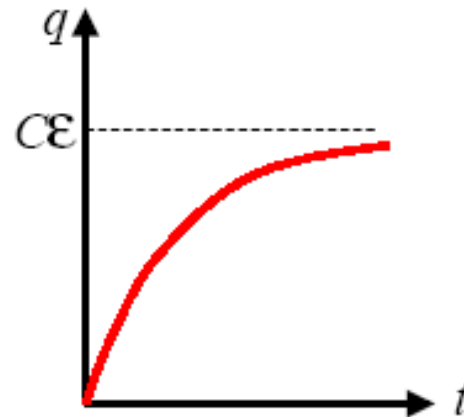
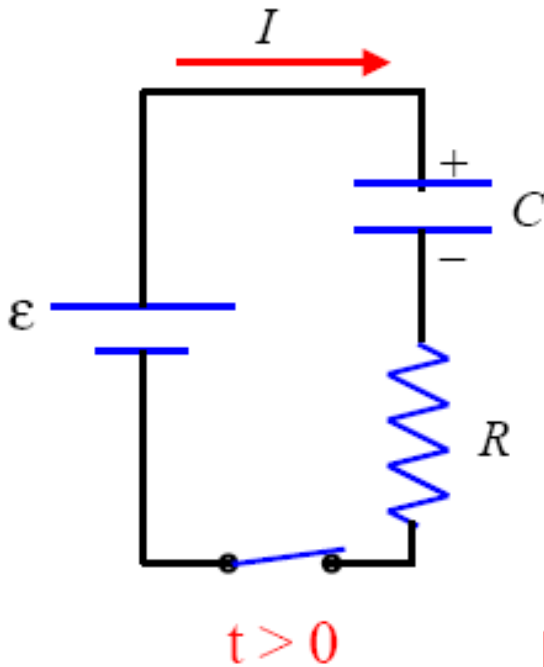
$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$$

Devrede RC ,*zaman sabitidir*, τ ile ifade edilir. *Zamanın* birimlerine sahiptir.

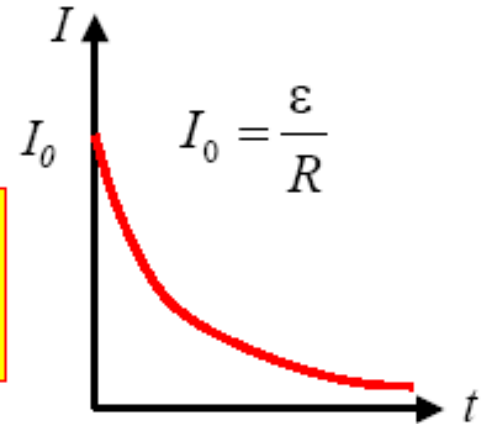
Bir kondansatörün yüklenmesi

R-C devreleri

$$q(t) = C\varepsilon (1 - e^{-t/RC}) = Q(1 - e^{-t/RC})$$

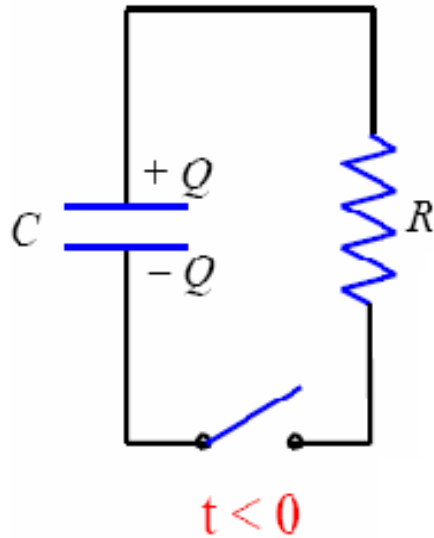


$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$$

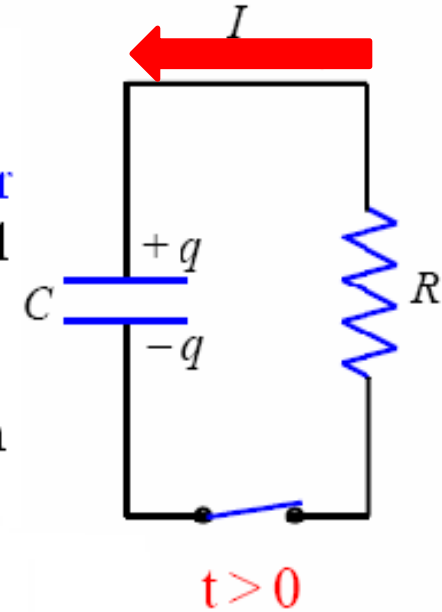


Bir kondansatörün boşaltılması

R-C devreleri

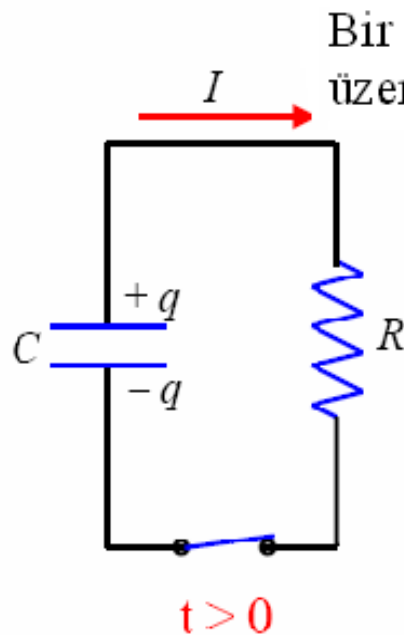


- Başlangıç yükü Q olan yüklü bir kondansatör düşünelim.
- Anahtar açıkken kondansatör üzerinde Q/C kadar potansiyel fark vardır.
- Anahtar kapatıldığında, kondansatör, direnç üzerinden boşalmaya başlar.



Bir kondansatörün boşaltılması

R-C devreleri



Bir süre sonra devrede bir I akımı var olur ve kondansatör üzerindeki yük q olur.

Kirchhoff' un ilmek kuralı (saat yönünde)

$$\frac{q}{C} - I R = 0 \text{ or } I R = \frac{q}{C} \text{ verir.}$$

Akım kondansatör üzerindeki yükün azalma oranı olmalıdır.

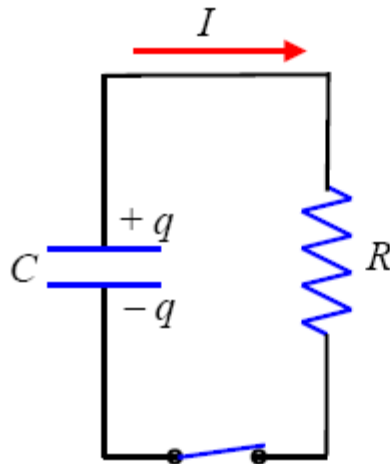
$$I = -\frac{dq}{dt}$$

$$-R \frac{dq}{dt} = \frac{q}{C} \text{ or } \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} dt$$

Bir kondansatörün boşaltılması

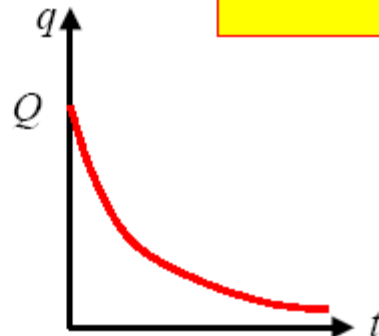
R-C devreleri

$$-R \frac{dq}{dt} = \frac{q}{C} \text{ or } \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} dt$$



$t > 0$

$$q(t) = Q e^{-t/RC}$$



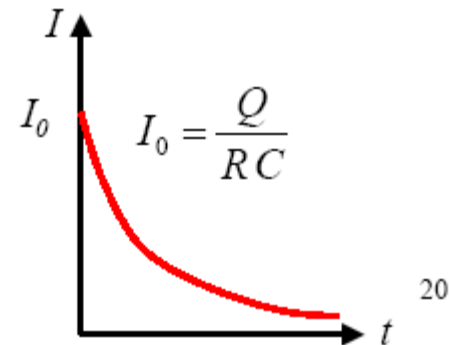
Integrating gives

$$\int_Q^q \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{q}{Q}\right) = -\frac{t}{RC}$$

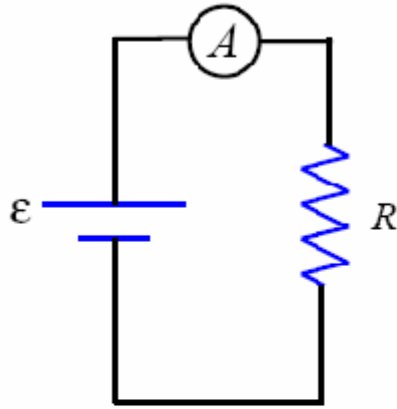
$$q(t) = Q e^{-t/RC}$$

$$I(t) = -\frac{dq}{dt} = \frac{Q}{RC} e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/RC}$$



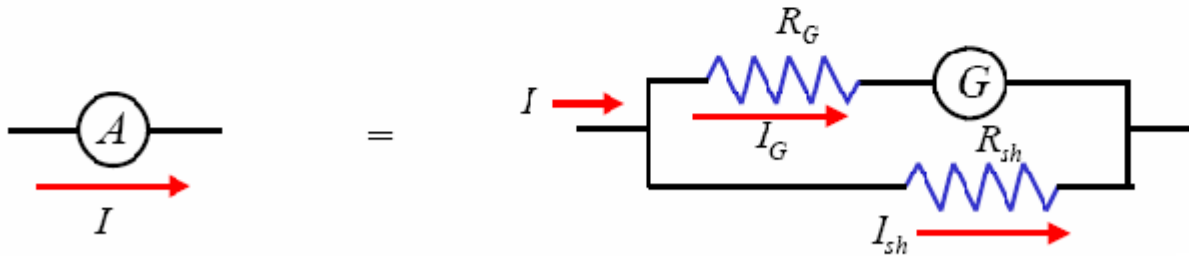
Elektriksel ölçüm cihazları

□ Ampermetre



Devreye **seri** bağlanır. Ampermetre yerinde olmadığı zaman verilen akımı ölçmek isteriz. Bu, **ampermetrenin direncinin R ye kıyasla çok küçük** olması gerektiği anlamına gelir. **İdealde** ampermetre **sıfır** dirence sahip kabul edilir.

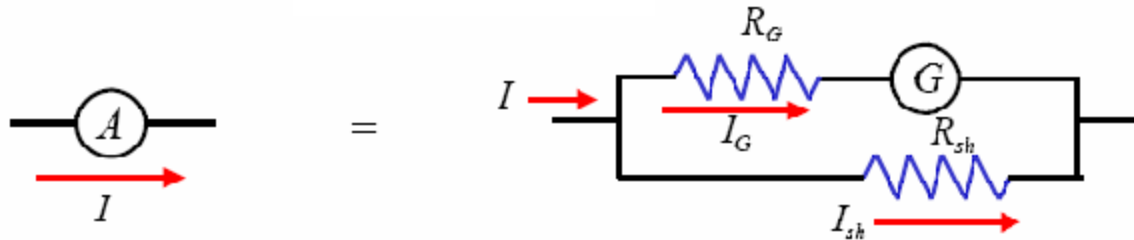
$$\frac{1}{R_A} = \frac{1}{R_G} + \frac{1}{R_{sh}} \quad \text{or} \quad R_A = \frac{R_G R_{sh}}{R_G + R_{sh}}$$



Galvanometreden ampermetre yapılır-galvanometreye paralel **küçük şönt direnç** bağlanır.

Elektriksel ölçüm cihazları

□ Ampermetre



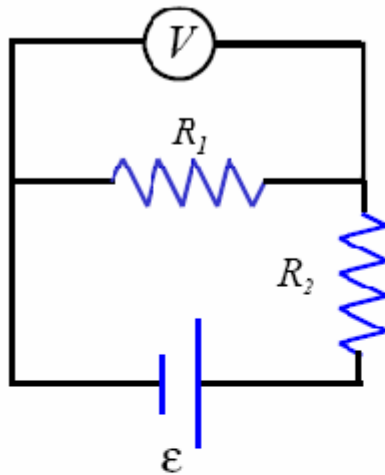
- Galvanometre tipik olarak 60Ω kadar R_G direncine sahiptir ve 1mA veya daha düşük akımları ölçebilir.
- I_G nin galvanometre için maksimum akımı aşmaması için ve ampermetrenin direnç etkisinin çok küçük olması için şönt direnç seçilir böylece devrede ölçüm yapılırken minimum etkiye sahip olacaktır.

$$\frac{1}{R_A} = \frac{1}{R_G} + \frac{1}{R_{sh}} \quad \text{or} \quad R_A = \frac{R_G R_{sh}}{R_G + R_{sh}}$$

$$R_{sh} \ll R_G \text{ için } \rightarrow R_A = R_{sh}$$

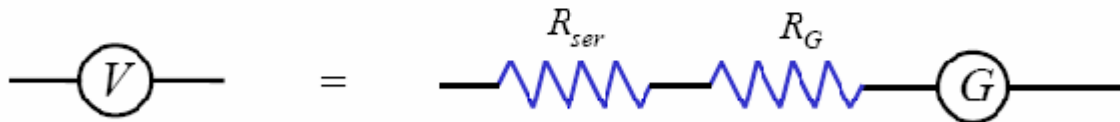
Elektriksel ölçüm cihazları

□ Voltmetre



Paralel bağlanır. Voltmetre yerinde değilken verilen **potansiyel farkı** ölçmek isteriz. Bu **voltmetrenin** direncinin R ye kıyasla çok büyük olması gerektiği anlamına gelir. **İdealde** voltmetre boyunca **sıfır akım** geçer.

$$R_V = R_{ser} + R_G$$



$$R_{ser} \gg R_G \text{ için } \rightarrow R_V = R_{ser}$$