

# ELEKTRİK DEVRE TEMELLERİ

## DERS NOTLARI

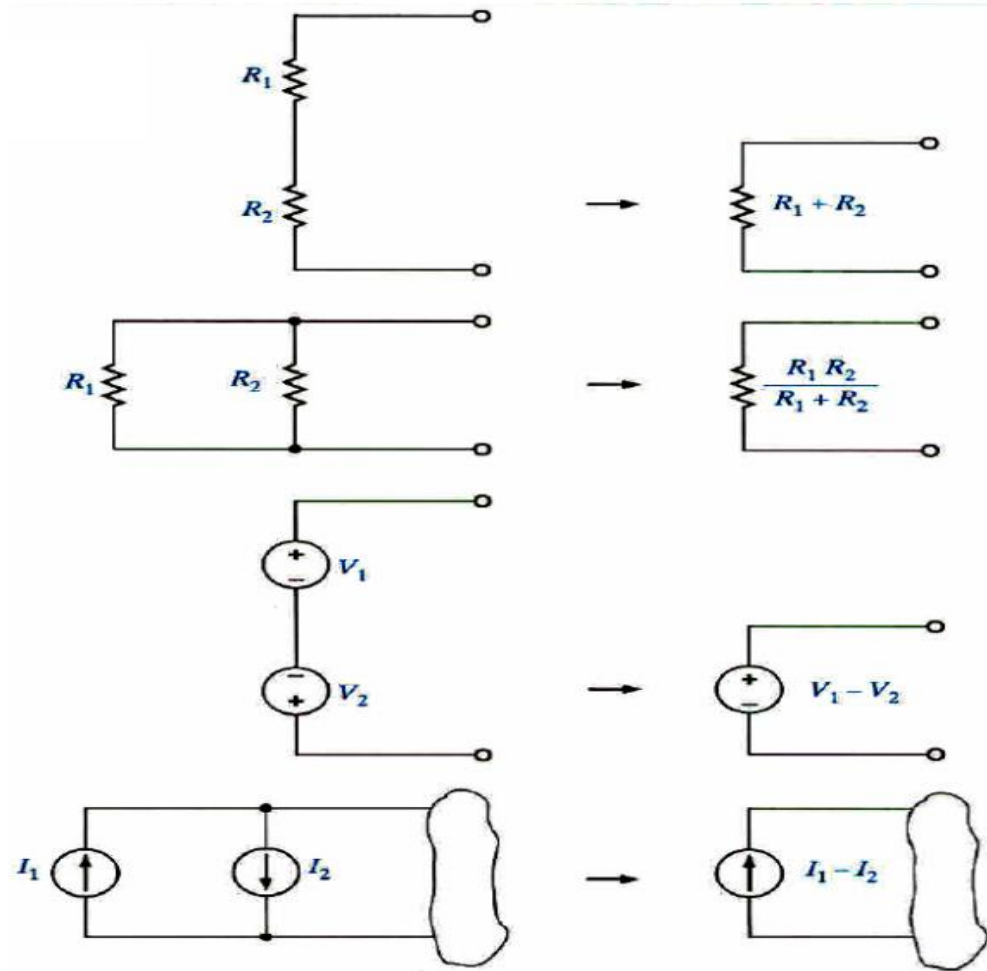
6. HAFTA

Süperpozisyon

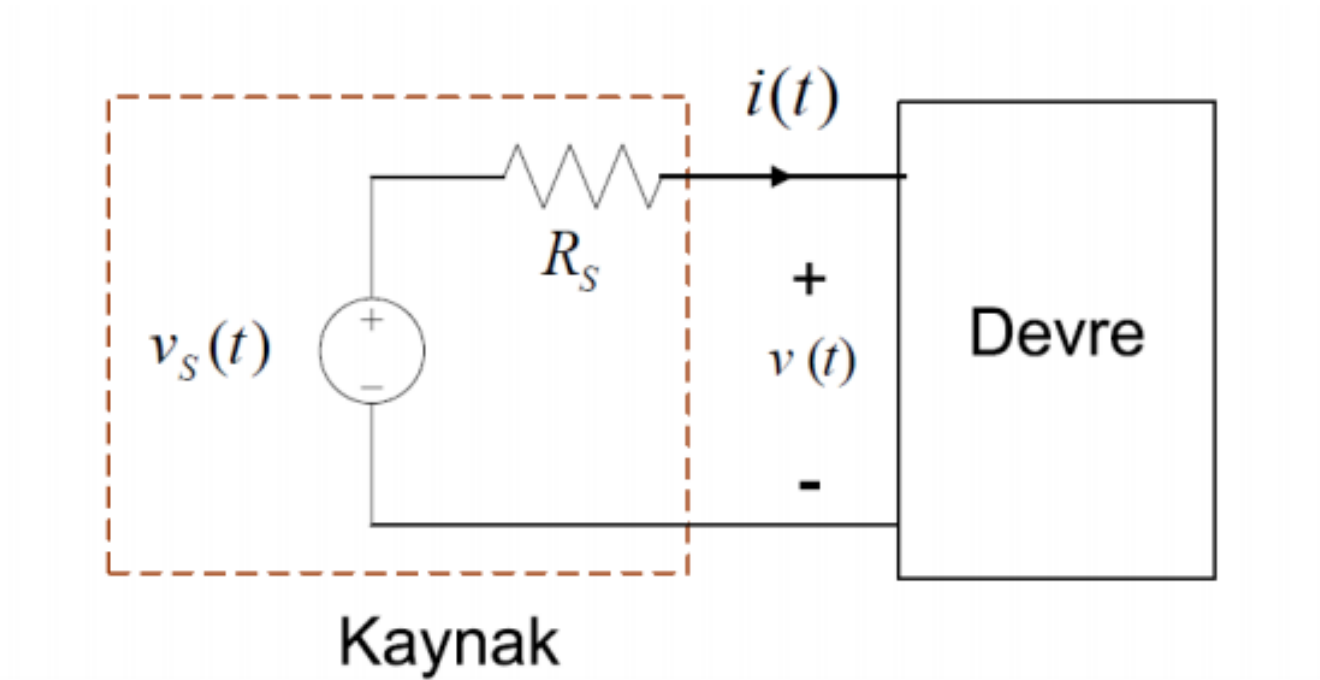
# Eşdeğer Kaynaklar

- İdeal akım kaynağı üreteceği akımın ihtiyacı kadar gerilime sahiptir.
- İdeal gerilim kaynağı üreteceği gerilime oranlı bir şekilde akım verir.
- Gerçek gerilim kaynağı isteğe göre büyük miktarda akımı karşılayamaz.
- Gerçek akım kaynağı isteğe göre büyük uç gerilimine sahip olamaz.

# Bazı Eşdeğer Devreler



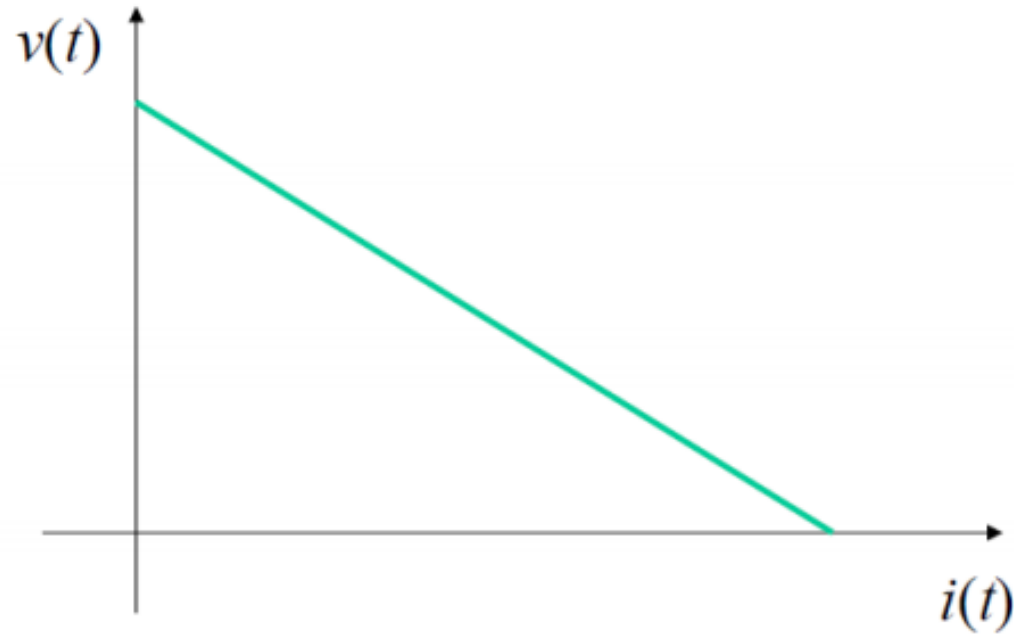
# Daha Gerçekçi Kaynak Modeli



# I-V Bağlantısı

Bu kaynak modeli için I-V bağlantısı

$$v(t) = v_s(t) - R_s i(t)$$



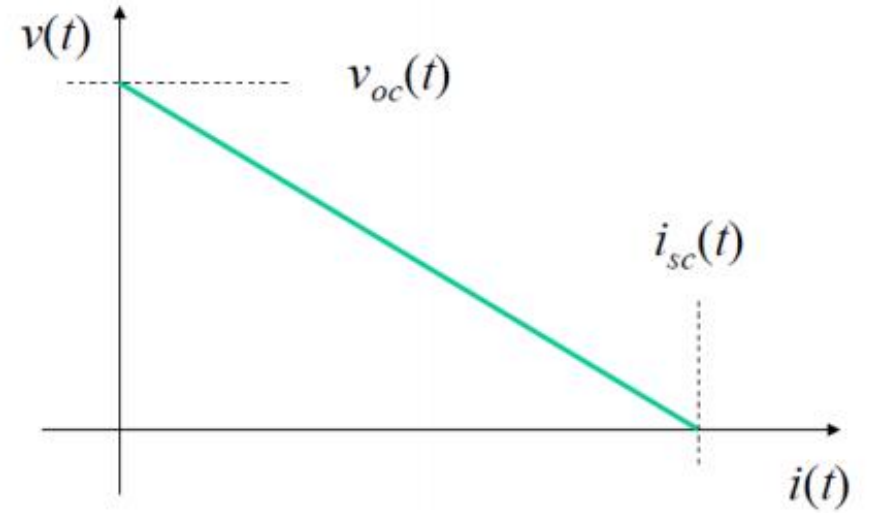
# Açık Devre Gerilimi

- Eğer kaynaktan akım çekilmiyorsa kaynak açık devre olarak gösterilir.
- $i(t)$  sıfıra eşitken kaynak uçlarındaki gerilim, açık devre gerilimi olarak adlandırılır:  $V_{oc}(t)$

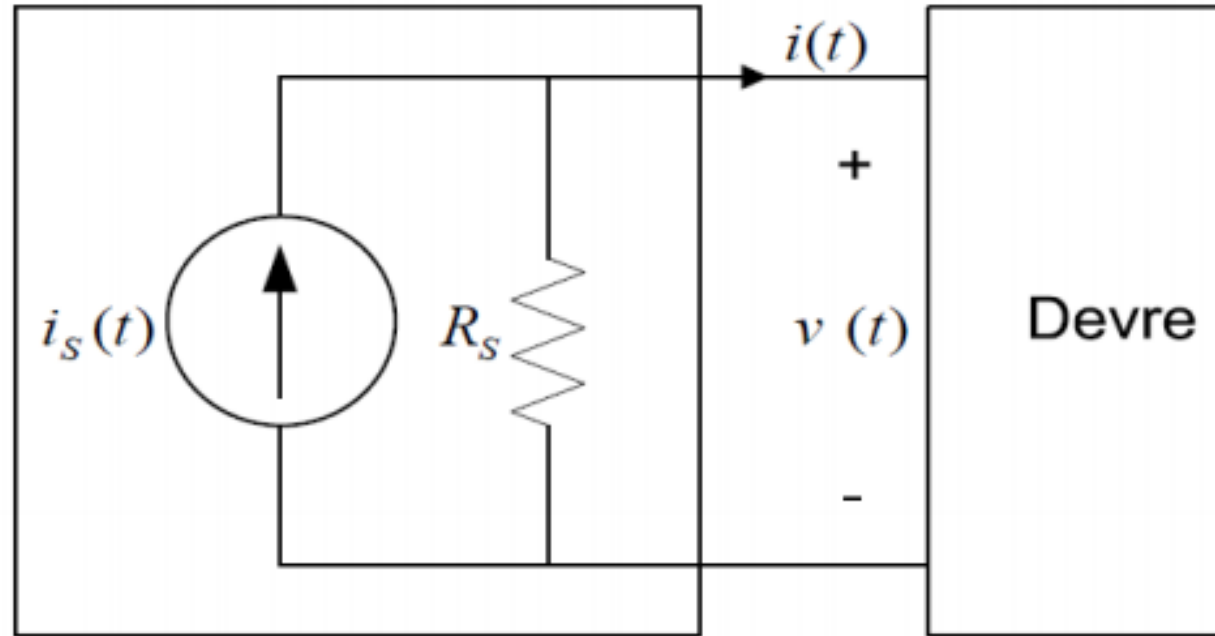
# Kısa Devre Akımı

- Eğer kaynak uçlarındaki gerilim sıfır ise, kaynak kısa devre olarak gösterilir.
- $v(t)$  sıfıra eşitken akan akım, kısa devre akımı olarak adlandırılır:  $i_{sc}(t)$
- I-V hattının her iki eksenini kestiği yerde, açık devre gerilimi ve kısa devre akımı belirlenir. Aynı I-V karakteristiklerine sahip her devre eşdeğer devredir.

$v_{oc}(t)$  ve  $i_{sc}(t)$



# Eşdeğer Akım Kaynağı



$$i_s(t) = \frac{v_s(t)}{R_s}$$

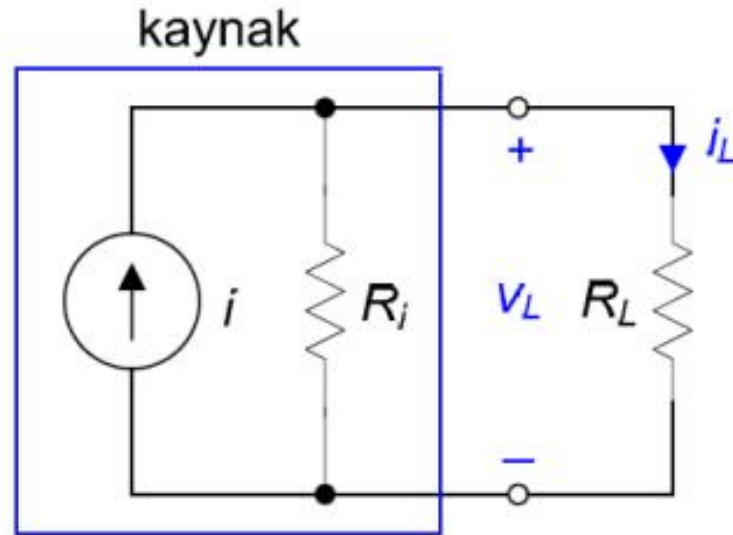


# Kaynak Dönüşümü (Hatırlama)

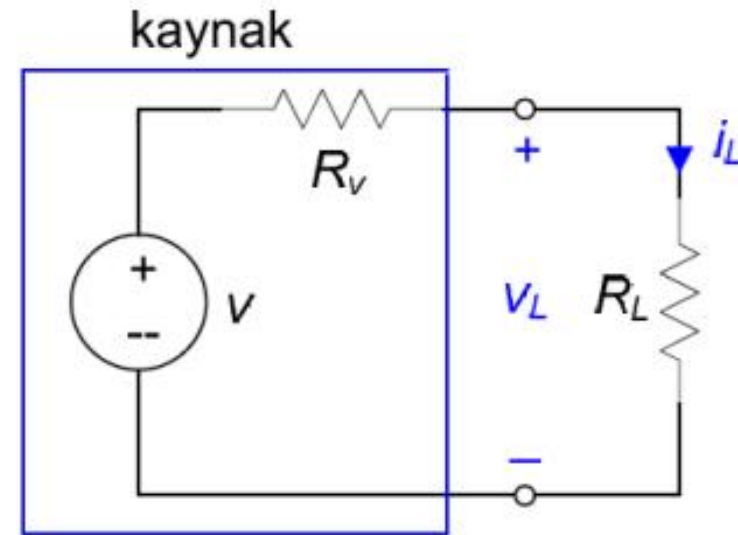
- Eşdeğer kaynaklar bazı devrelerin analizini basitleştirmek için kullanılabilir.
- Bir dirençle seri bağlı bir gerilim kaynağı, bir dirençle paralel bağlı bir akım kaynağına dönüştürülebilir.
- Bir dirençle paralel bağlı bir akım kaynağı, bir dirençle seri bağlı bir gerilim kaynağına dönüştürülebilir.

# Kaynak Dönüşümü

İki kaynağın eşdeğer olması için gerekli şartları belirlemeliyiz.



$$i = i_L + \frac{v_L}{R_i}$$
$$iR_i = R_i i_L + v_L$$

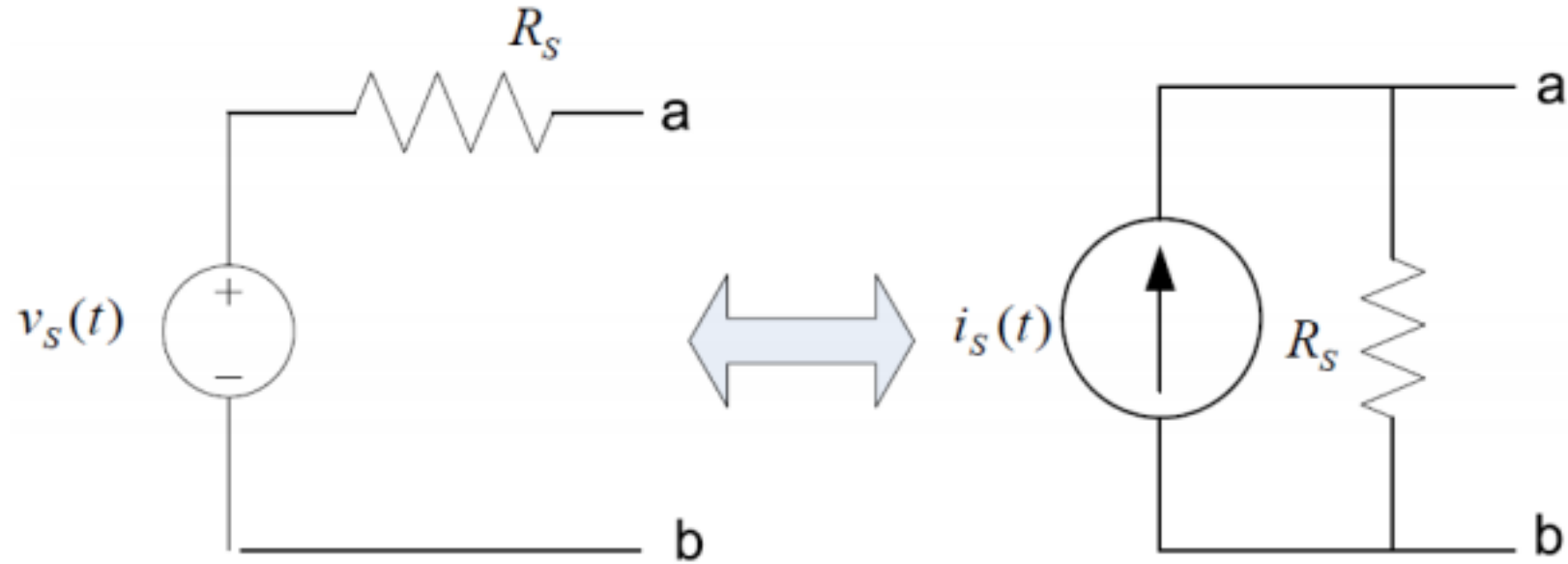


$$v = i_L R_v + v_L$$

İki devrenin eşdeğer olması için uç karakteristiklerinin aynı olması gerekir

$$v = iR_i \quad \text{ve} \quad R_i = R_v \quad \text{olmalı}$$

# Kaynak Dönüşümü

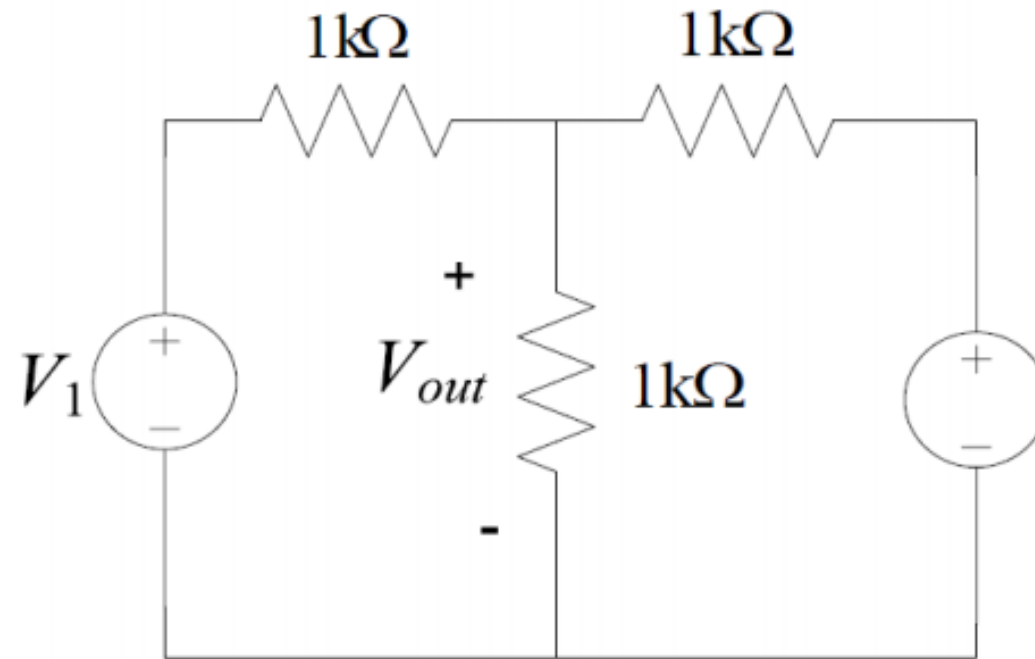


$$I_s = \frac{V_s}{R_s}$$

$$V_s = R_s I_s$$

# Kaynak Dönüşümü

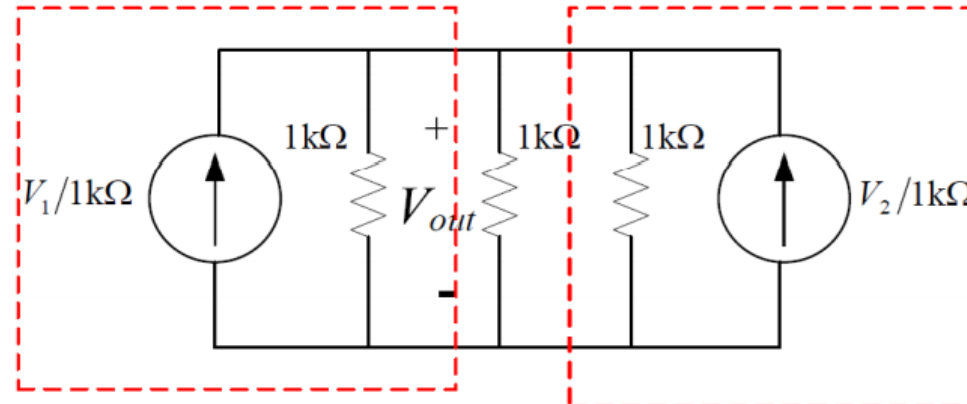
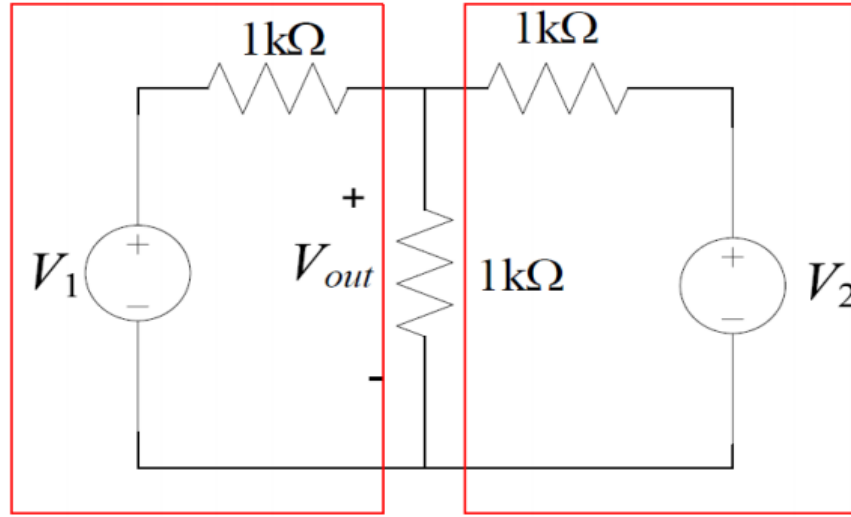
- Örnek Devre



Kaynak dönüşümü bu devrenin analiz edilmesini nasıl kolaylaştırır?

# Kaynak Dönüşümü

- Örnek Devre

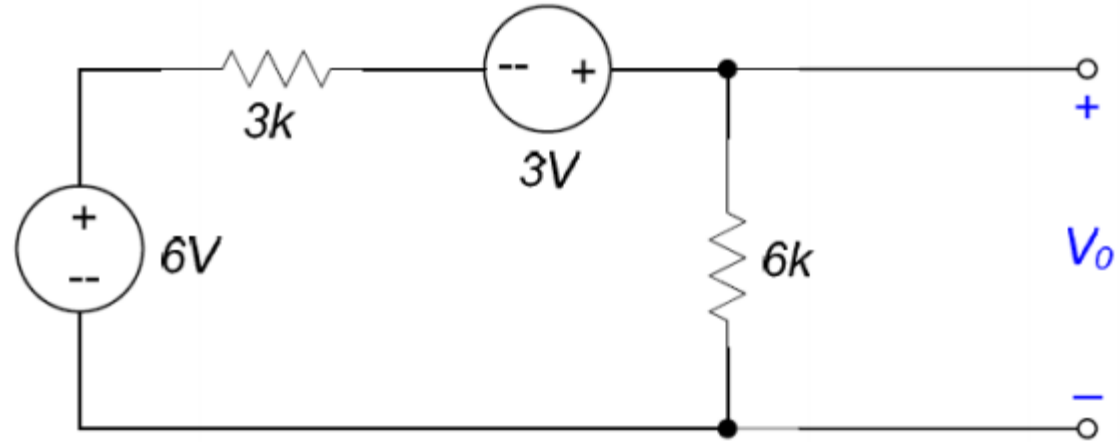
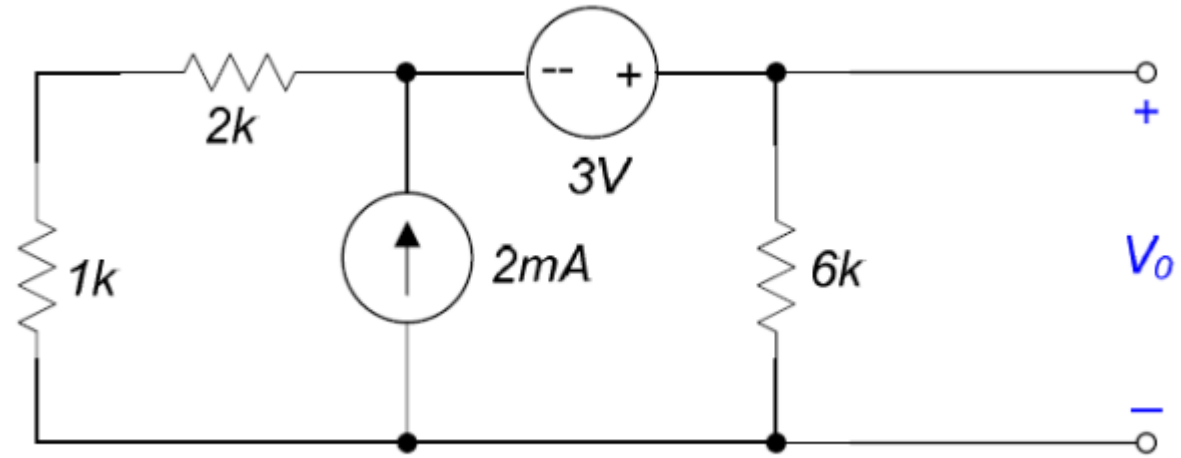


Tek düğüm çiftli devre olduğundan,  
akım bölüşümü kuralı uygulanabilir.

# Örnek

- $V_0$  gerilimini bulunuz.

$$V_0 = 9 \left( \frac{6k}{3k + 6k} \right) = 6v$$



# Doğrusallık

- Doğrusallık, toplanabilirlik ve çarpımsallık ilkelerinin bir arada olmasını gerektirir.

$y = Tu$  DOGRUSALDIR,

EGER;

1.  $T(u_1 + u_2) = Tu_1 + Tu_2, \forall u_1, u_2$  toplamsallik

2.  $T(\alpha u) = \alpha Tu, \forall \alpha, \forall u$  carpimsallik

# Doğrusallık

**Bir direnç elemanına**

**$i_1(t)$  akımı uygulanırsa;  $v_1(t) = R i_1(t)$**

**$i_2(t)$  akımı uygulandığında;  $v_2(t) = R i_2(t)$**

**Eğer,  $i_1(t)+i_2(t)$  akımı uygulanırsa,**

$$v(t) = R[i_1(t) + i_2(t)] = R i_1(t) + R i_2(t) = v_1(t) + v_2(t)$$

**Bu durum, toplanabilirlik özelliğini gösterir.**

**Ayrıca, akım sabit bir  $K_1$  değeri ile çarpılırsa, gerilim de  $K_1$  sabit değeri ile çarpılır.**

$$R K_1 i(t) = K_1 R i(t) = K_1 v(t)$$

**Bu durum ise çarpımsallık özelliğini gösterir.**



# Doğrusallık

- Doğrusallık devrenin birçok açıdan kullanışlılığını sağlar:
  - Süperpozisyon: Her kaynağın ayrı ayrı devreye etkisi hesaba katılır.
  - Eşdeğer devreler: her devre eşdeğer kaynak ve direnç şeklinde gösterilebilir.(Thevenin ve Norton teoremleri)

Konu olarak analiz metotlarından daha önemlidir, akım/gerilim değerlerinin toplamsallığına ve çarpımsallığına izin verir.

# Doğrusallık

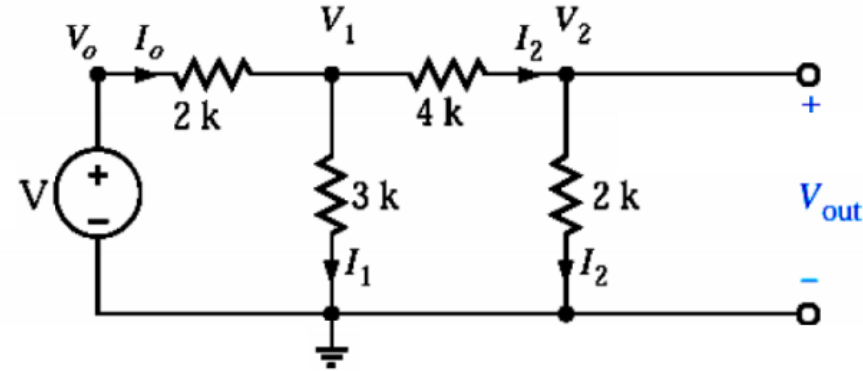
- Örnek olarak ( $V=RI$ ):

- Eğer akım  $KI$  ise,  
yeni gerilim  $R(KI)=KV$

- Eğer akım  $I_1+I_2$   
ise, yeni gerilim  
 $R(I_1+I_2)=RI_1+RI_2 = V_1+V_2$

$V$  dolayısıyla  $I_0$  iki katına çıkartalım

$V=12V$  olsun bu durumda  $I_0=3\text{ mA}$  olursa  $V_{out}=?$



FARZEDİN  $V_{out} = V_2 = 1[V]$

$$I_2 = \frac{V_2}{2k} = 0.5\text{ mA}$$

$$V_1 = 4kI_2 + V_2 = 3\text{ V}$$

$$I_1 = \frac{V_1}{3k} = 1\text{ mA}$$

$$I_0 = I_1 + I_2 = 1.5\text{ mA}$$

$$V_0 = 2kI_0 + V_1 = 6\text{ V}$$

$$V_0 = 6[V] \rightarrow V_{out} = 1[V]$$

$$V_0 = 12[V] \rightarrow V_{out} = 2[V]$$

# KAYNAK SÜPERPOZİSYONU

- Bu teknik doğrusallığın doğrudan uygulamasıdır.
- Lineer bir devre elemanı üzerindeki toplam voltaj (veya üzerinden geçen toplam akım) her bir bağımsız kaynağın, tek başına o devre elemanı üzerinde oluşturduğu voltajın (veya üzerinden geçirdiği akımın) cebirsel toplamına eşittir.
- Bu prensip birden çok bağımsız kaynak bulunan devrelerde uygulanır ve her bağımsız kaynağın etkisinin ayrı ayrı elde edilmesi prensibine dayanır.

**«Birçok bağımsız kaynak içeren herhangi bir doğrusal devrede, devrenin herhangi bir noktasındaki gerilim ve akım her kaynağın tek başına etkilerinin cebirsel toplamı olarak hesaplanabilir. »**

# Süperpozisyon İşlem Basamakları

1. Her bağımsız gerilim ve akım kaynağı için:

a) Diğer bağımsız gerilim kaynakları kısa devre edilir. (i.e.,  $V=0$ ).

b) Diğer bağımsız akım kaynakları açık devre edilir (i.e.,  $I=0$ ).

Not: Bağımlı kaynaklara dokunulmaz.

c) Bu gerilim veya akım kaynağının çıkış parametresine ne kadar etki yaptığı hesaplanır.

2. Her bağımsız kaynağın yaptığı etki cebirsel olarak toplanır.

Diğer bağımsız kaynaklar sıfırlanarak, seçilmiş bağımsız kaynağın devreye yaptığı katkı bulunmaktadır.

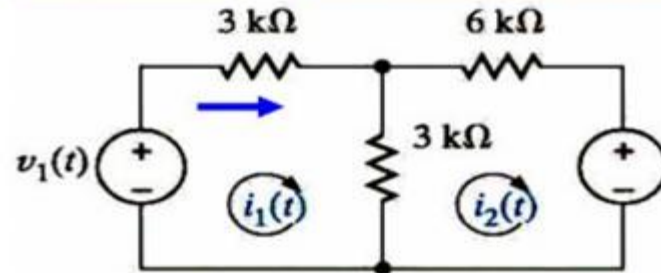
Gerilim kaynağı => Kısa devre

Akım kaynağı => Açık devre

# Örnek

ÖRNEK

Akımı hesaplayınız



Önce çevre denklemlerini yazalım

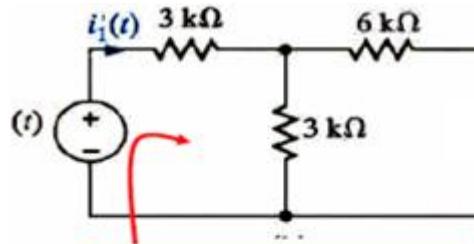
$$6ki_1(t) - 3ki_2(t) = v_1(t)$$

$$-3ki_1(t) + 9ki_2(t) = -v_2(t)$$

Çevre denklemleri

=

Süperpozisyon teoremi

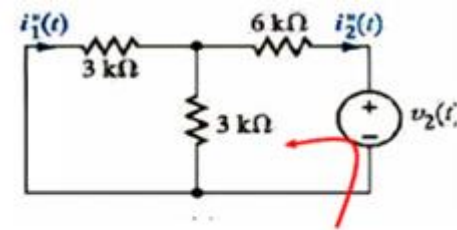


$$R_e = 3 + 3 \parallel 6 [k]$$

$$i_1'(t) = \frac{v_1(t)}{3k + \frac{(3k)(6k)}{3k + 6k}}$$

$$= \frac{v_1(t)}{5k}$$

v1'in etkisi



$$R_e = 6 + (3 \parallel 3) [k]$$

$$i_2'' = \frac{v_2}{R_e}$$

$$i_1''(t) = \frac{-2v_2(t)}{15k} \left( \frac{3k}{3k + 3k} \right)$$

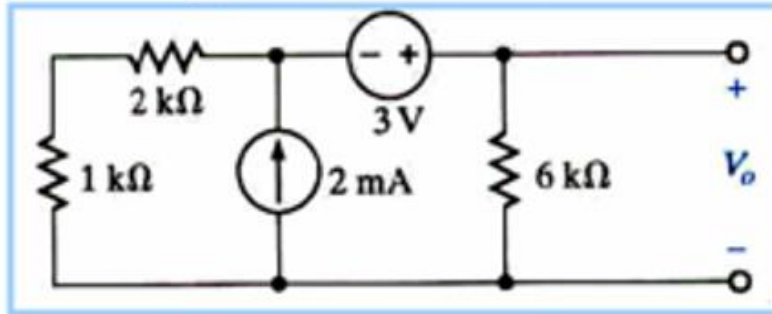
$$= \frac{-v_2(t)}{15k}$$

v2'nin etkisi

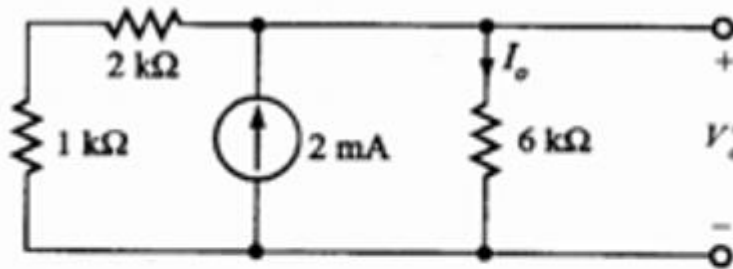
# Örnek

ÖRNEK

$V_o$ 'ı superpozisyon ile bulunuz



Gerilim kaynağı sıfır volt yapılır



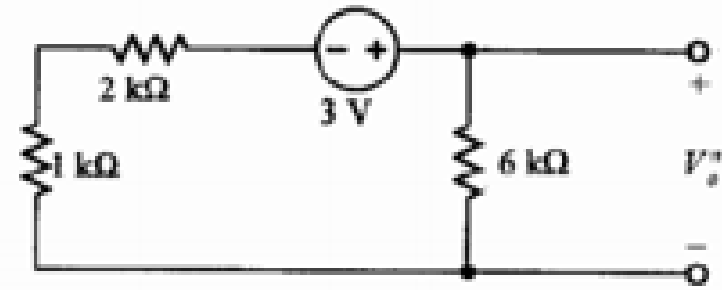
$$I_o = (2 \times 10^{-3}) \left( \frac{1k + 2k}{1k + 2k + 6k} \right)$$

Akım bölüşümü

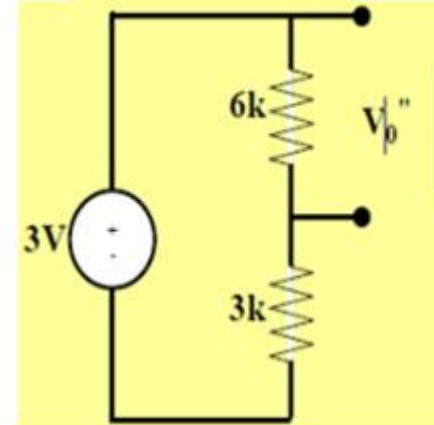
$$V_o' = I_o(6k) = 4 V$$

Ohm' kanunu

Akım kaynağı sıfır amper yapılır



Gerilim Bölücü



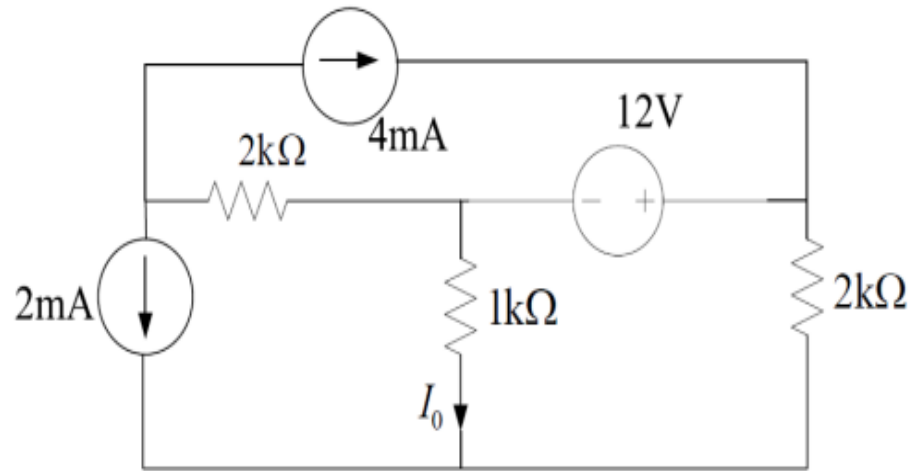
$$V_o'' = 3 \left( \frac{6k}{1k + 2k + 6k} \right) = 2[V]$$

$$V_o = V_o' + V_o'' = 6[V]$$

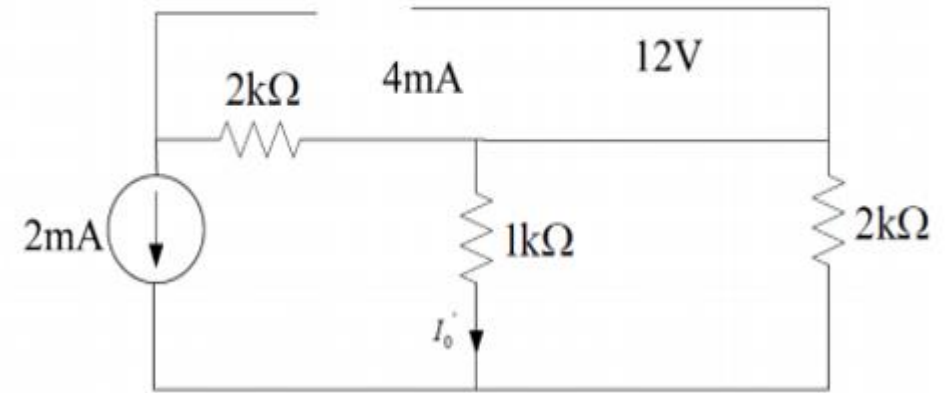
# Örnek

Örnek  $I_0$ 'ı bulunuz

Süperpozisyon



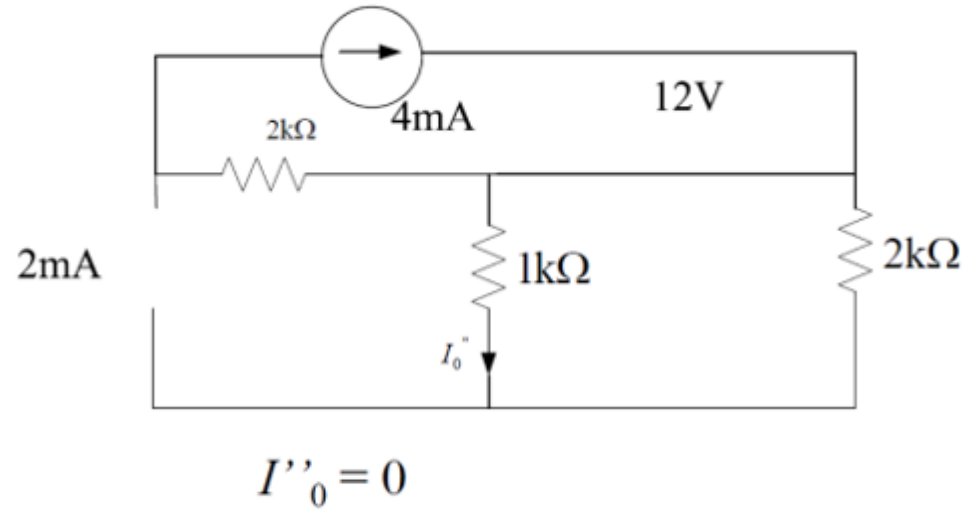
2mA lik kaynağın etkisi



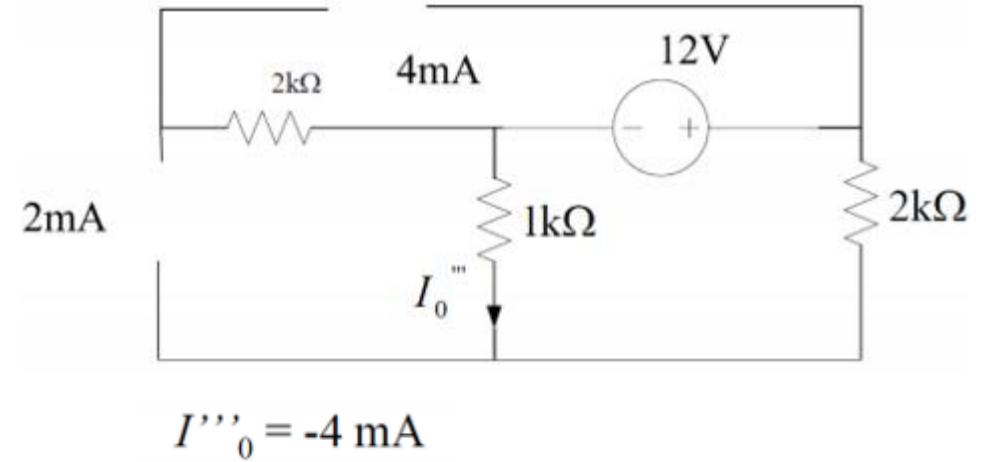
$$I'_0 = -4/3 \text{ mA}$$

# Örnek

4mA lik kaynağın etkisi



12 V luk kaynağın etkisi





# Örnek

Sonuç

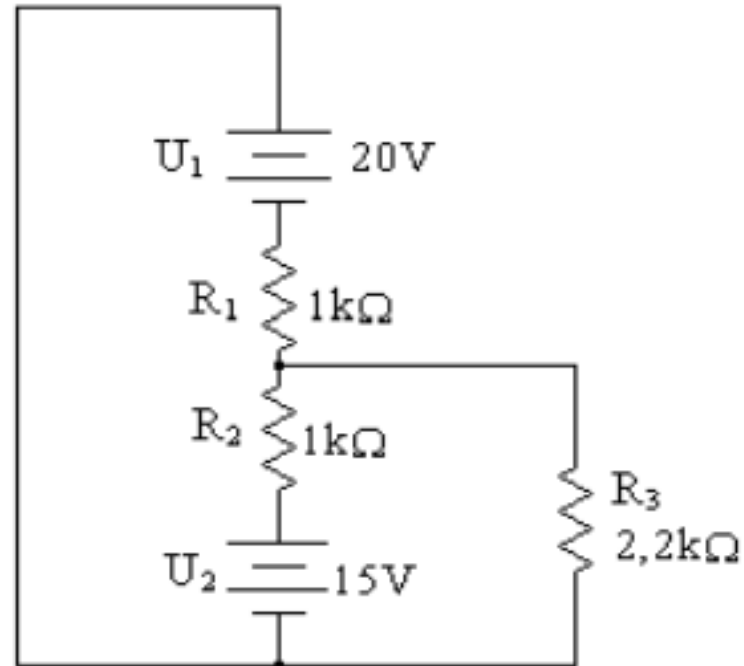
$$I_0' = -4/3 \text{ mA}$$

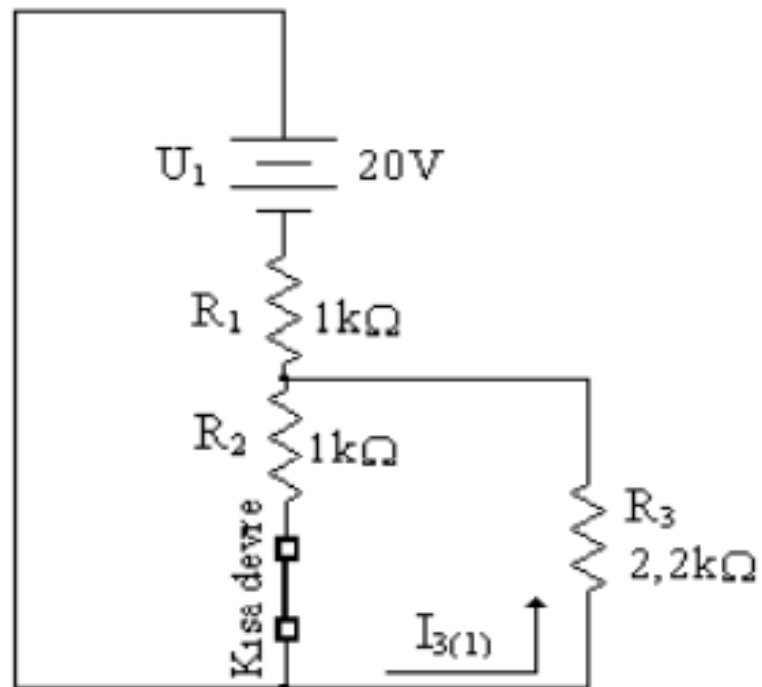
$$I_0'' = 0$$

$$I_0''' = -4 \text{ mA}$$

$$\mathbf{I_0 = I_0' + I_0'' + I_0''' = -16/3 \text{ mA}}$$

- Örnek:  $R_3$  direncinden geçen akımı süper pozisyon teoremine göre bulunuz





$$R_{T1} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

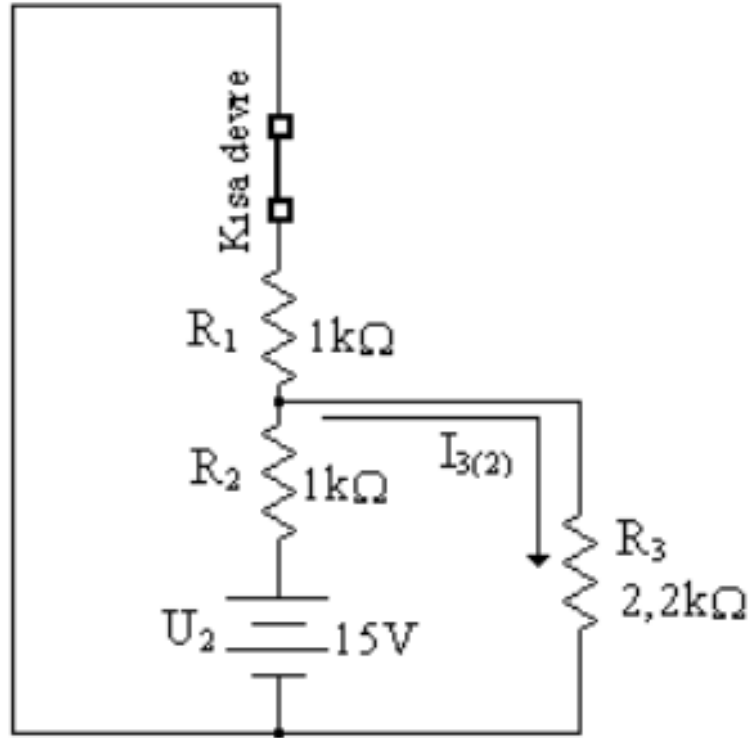
$$I_{T1} = \frac{U_1}{R_{T1}} = \frac{20\text{V}}{1,69\text{k}\Omega} = 11,8\text{mA}$$

*akım bölme kaidesinden  $R_3$   
üzerinden geçen akım;*

$$I_{3(1)} = \left( \frac{R_2}{R_2 + R_3} \right) \cdot I_{T1} = \left( \frac{1\text{k}\Omega}{3,2\text{k}\Omega} \right) \cdot 11,8\text{mA}$$

$I_{3(1)} = 3,69\text{mA}$  bulunur.

Bu akım sadece  $U_1$  gerilimi devrede iken  $R_3$  direncinin üzerinden akan akımdır.



Bu durumda hangi dirençler seri hangi dirençler paraleldir?

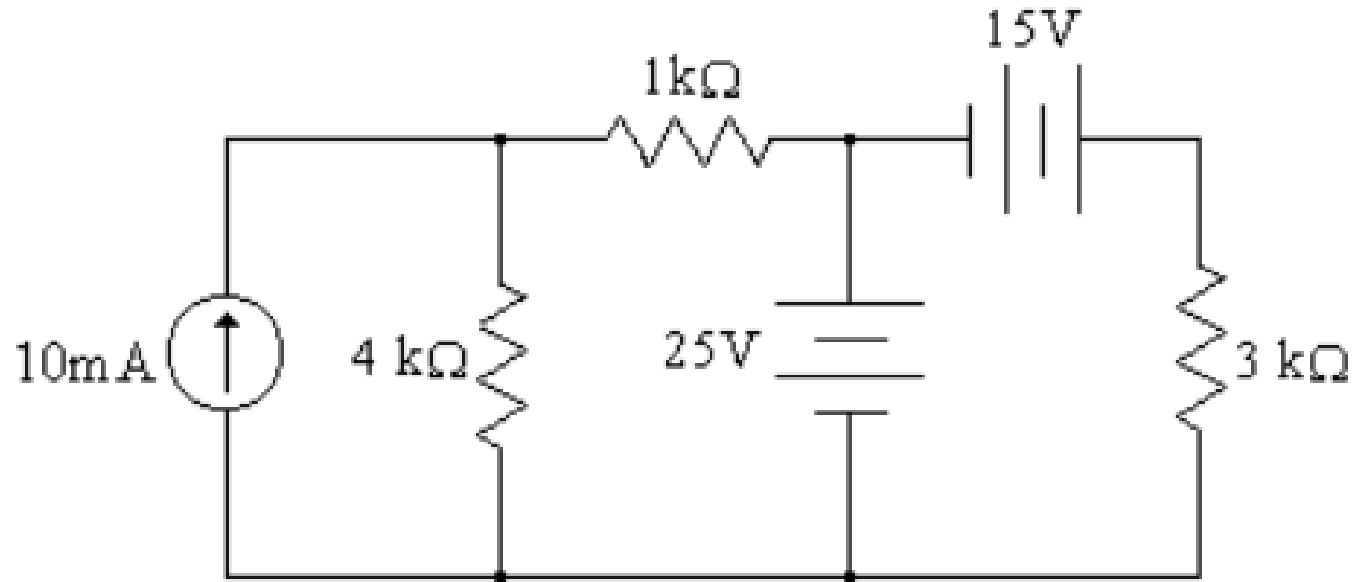
$$\begin{aligned}
 R_{T2} &= R_2 + \left( \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} \right) \\
 &= 1\text{k}\Omega + \frac{1\text{k}\Omega \cdot 2,2\text{k}\Omega}{3,2\text{k}\Omega} \\
 &= 1,69\text{k}\Omega
 \end{aligned}$$

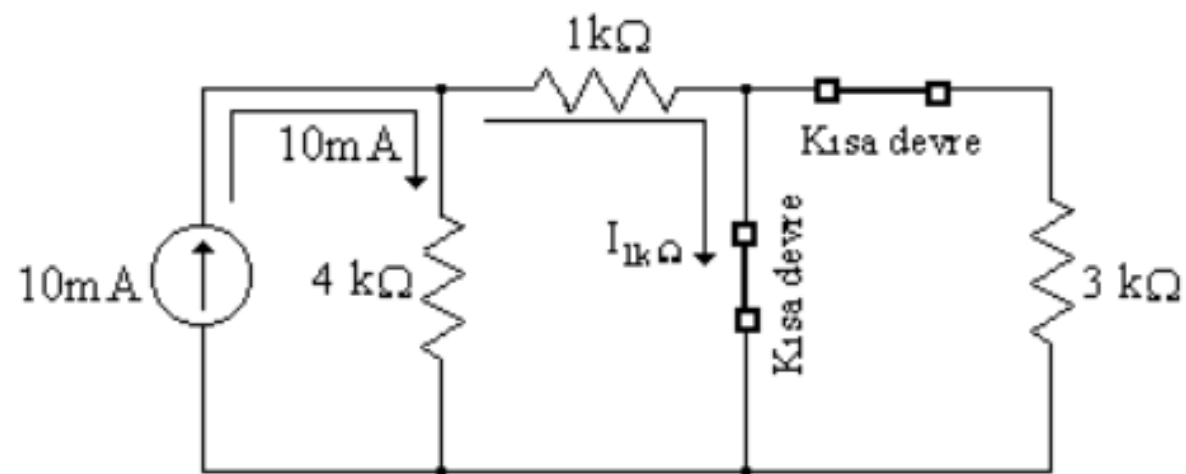
$$I_{T2} = \frac{U_2}{R_{T2}} = \frac{15\text{V}}{1,69\text{k}\Omega} = 8,88\text{mA}$$

$$I_{3(2)} = \left( \frac{R_1}{R_1 + R_3} \right) \cdot I_{T2} = \left( \frac{1\text{k}\Omega}{3,2\text{k}\Omega} \right) \cdot 8,88\text{mA} = 2,78\text{mA}$$

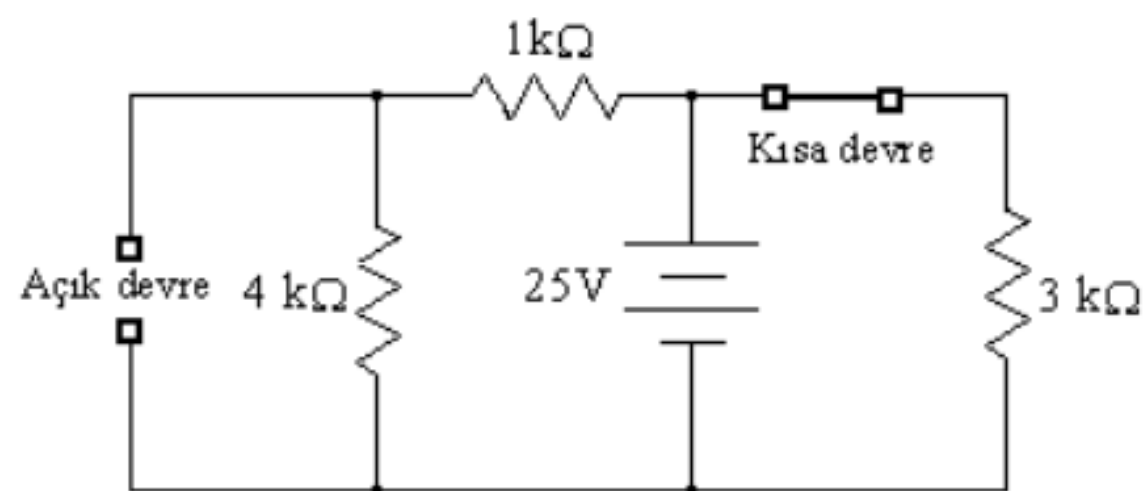
$$I_{3T} = I_{3(1)} - I_{3(2)} = 3,69\text{mA} - 2,78\text{mA} = 910\text{ }\mu\text{A}(\text{mikro Amper})$$

Örnek: 1k'lık direnç üzerine düşen gerilimi süper pozisyon teoremi ile bulunuz

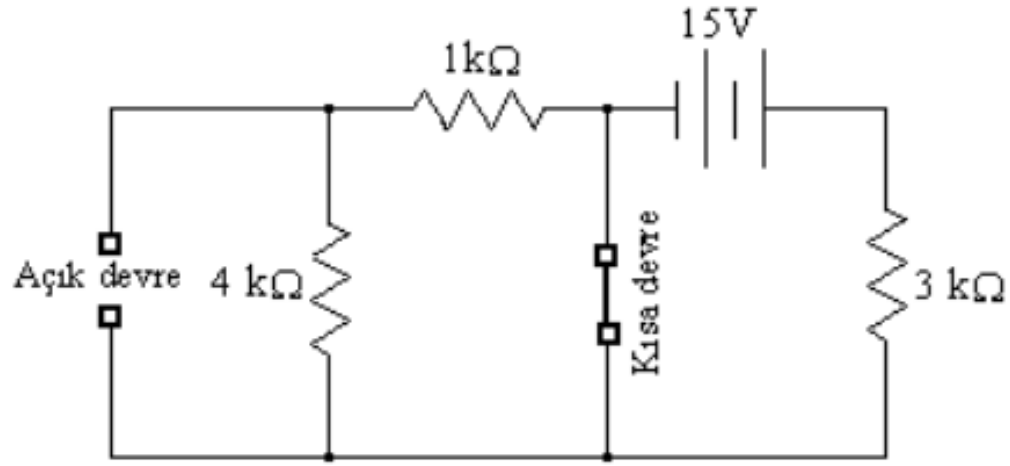




$$I_{1k\Omega} = \left( \frac{4k\Omega}{1k\Omega + 4k\Omega} \right) \cdot 10mA = 8mA \Rightarrow U_1 = (8mA) \cdot (1k\Omega) = {}^+ 8^- V$$



$$U_2 = \left( \frac{1\text{k}\Omega}{1\text{k}\Omega + 4\text{k}\Omega} \right) \cdot 25\text{V} = -5^+ \text{V} \text{ bulunur.}$$



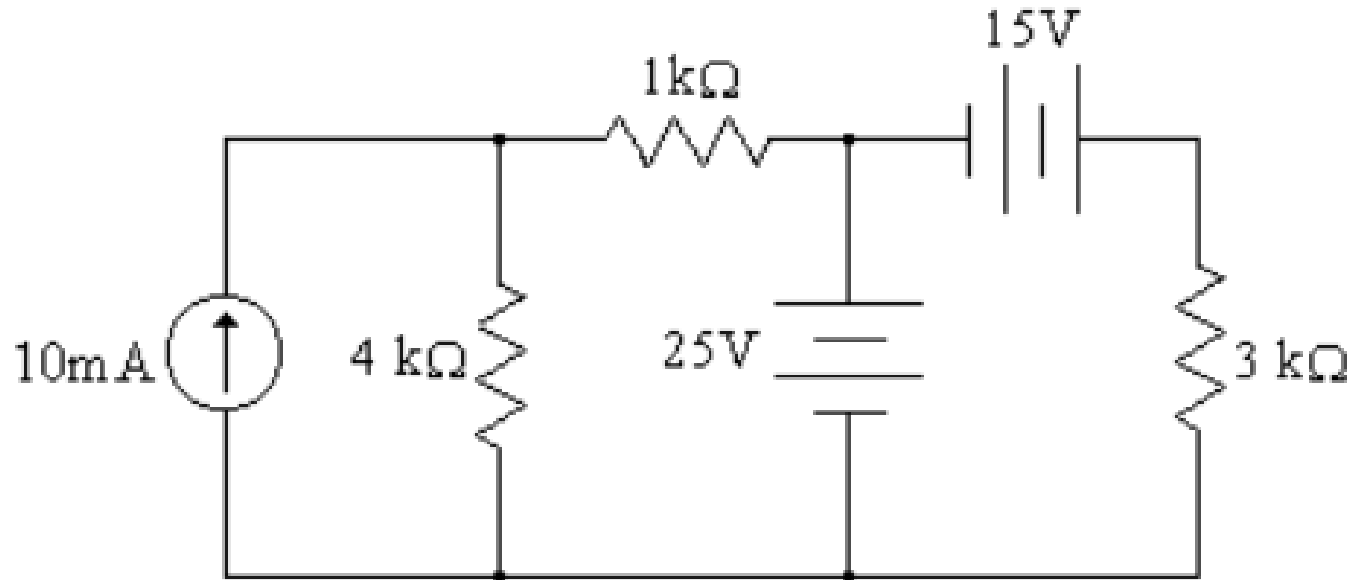
1kΩ üzerinden bu kaynağın akım akıtmadığı görülür. Nedenine gelince çıkardığımız 25V'lık kaynağın uçlarındaki kısa devreden dolayıdır. 1kΩ üzerinden akım geçmediği içinde gerilim düşümü;  $U_3=0$  olur

Tüm kaynakların toplam gerilimi:

$$U_{1k\Omega} = U_1 + U_2 + U_3 = (+8^-V) + (-5^+V) + 0V = +3^-V$$



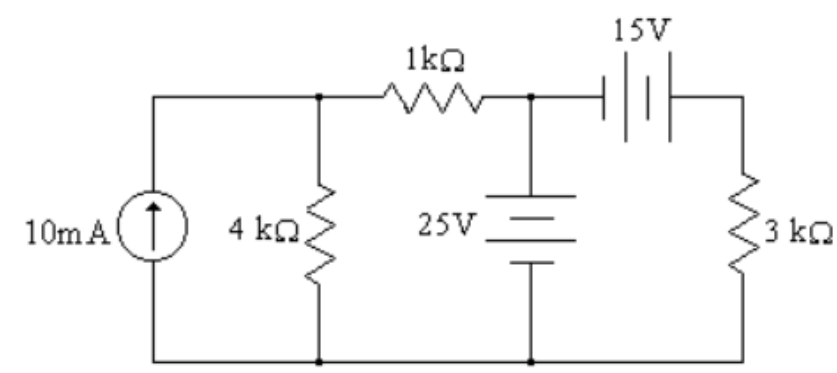
- Bu örnekte  $1\text{k}\Omega$  üzerinde harcanan **güç** de istenmiş olsaydı. Süperpozisyon yöntemi ile bulunan gücün doğru olarak bulunup bulunamayacağını gösterelim !!!



- $1k\Omega$  üzerindeki gerilim  $3V$  olarak bulmuştuk, güç formülünden elemanın harcadığı güç;

$$P_{1k\Omega} = \frac{U_{1k\Omega}^2}{R_{1k\Omega}} = \frac{3^2}{10^3 \Omega} = 9mW$$

Devredeki aktif kaynakların  $1k\Omega$  dirence verdikleri güçleri ayrı ayrı bulup bu bulduğumuz güçle karşılaştıralım eğer sonuç birbirine eşit çıkarsa bu yöntemle bulunan güçler doğrudur aksi durumda bu yöntemle güç bulunmaz yorumu yapmak gerekir.



10mA'lik kaynağın 1kΩ için harcadığı güç  $P_1 = \frac{U_1^2}{R_{1k\Omega}} = \frac{8^2 V}{10^3 \Omega} = 64mW$

25V'luk kaynağın 1kΩ için harcadığı güç  $P_2 = \frac{U_2^2}{R_{1k\Omega}} = \frac{5^2 V}{10^3 \Omega} = 25mW$

15V'luk kaynağın 1kΩ için harcadığı güç  $P_3 = \frac{U_3^2}{R_{1k\Omega}} = \frac{0V}{10^3 \Omega} = 0mW$

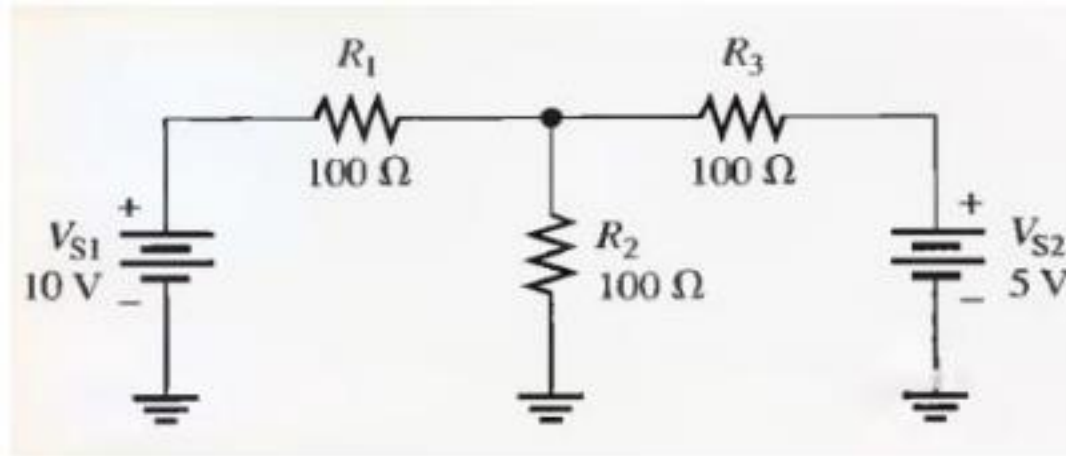
Bu kaynakların 1kΩ için harcadıkları toplam güç;

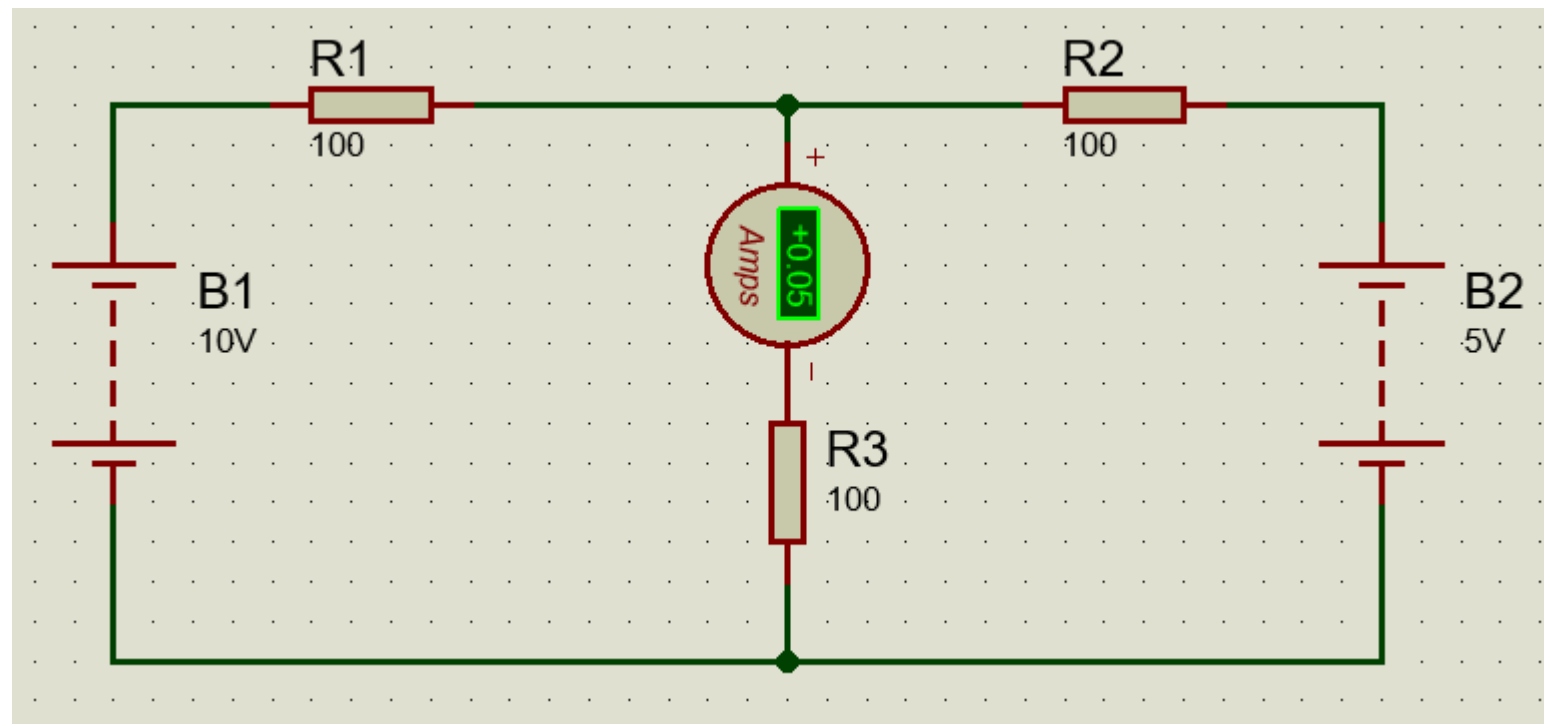
$$P_1 + P_2 + P_3 = 64mW + 25mW + 0mW = 89mW$$

Kaynakların harcadığı güçle P1kΩ bulunan güç farklıdır. **Bu yöntemle bulunan güç doğru değildir. Çünkü süperpozisyon teoremi lineer değerler için kullanılan bir teoremdir. Güç ise lineer değildir.**

## Aktive Learning:

- 1. Aşağıdaki devrede  $R_2$ 'den geçen akımı süperpozisyon teoremini kullanarak bulunuz.





- 2. Aşağıdaki devreyi süper pozisyon yöntemi ile çözünüz. Belirtilen akım değerlerini hesaplayınız.

