

Recursive Definition - Positive Real Numbers

11/10/24

① x pozitif

② Eğer x ve y pozitifse $x+y$ ve $x \cdot y$ vardır.

Problem

En küçük pozitif reel sayıyı tanımlıyoruz.
Bu yüzden kümenin geri kalan kısmını x 'e bağlı olarak tanımlamakta güçlük çekiyoruz.

Try

① x tam sayılar kümesinin bir elemanıdır,
Öndelikli ifadenin gösterim şeklini tanımlıyor(=)

② y de rakamların bir araya gelmesinden oluşan bir string (0.005, 0.023)

örn.

Problem 1

Tüm reel sayıları bu şekilde üretenecektir. (π)
 π reel bir sayı bu kurala uymuyor.

Problem 2

Bu tanımlama aslında recursive değil.

Pozitif kümeyi kullanarak bir eleman üretmedik.
Integer elemanlar kullanarak pozitif elemanlar üretmeye çalıştık.

Try ①

Kural 1

1 pozitiftir.

x ve y pozitifse,

$x+y$; $x \cdot y$; x/y
vardır.

Problem

3 numaralı Ünite 19. soru

Polynomials

Rule 1

- ① Herhangi bir sayı Polinom kümesinin elemanıdır.
- ② x değişkeni Pol. k. elemanı.
- ③ $P, Q \in \text{Pol. k.}$

$$\left. \begin{array}{l} P+Q \\ P-Q \\ (P) \\ P \cdot Q \end{array} \right\} \in \text{Polinom kümesi}$$

ÖRNEK

$$3x^2 + 7x - 9 = 0$$

$$\begin{array}{l} x \cdot x \rightarrow x^2 \\ x^2 \cdot x \rightarrow x^3 \end{array}$$

- ① $3, 7, -9 \in \text{Pol. k.}$
- ② $x \in \text{Pol. k.}$
- ③ $(3x) \in \text{Pol. k.}$
- ③ $(3x) \cdot (x) \in \text{Pol. k.}$
- ③ $(7) \cdot (x) \in \text{Pol. k.}$
- ③ $3x^2 + 7x + (-9) \in \text{Pol.}$

Kuralı bu
şöyle uyguluyoruz.

→ Polinomun kendi içinde tutarlılığı olması lazım.
işersen 10 tane değişken bile tanımlayabilirsin.

Kurallar

Elimizde 2 fonk. var, bu iki fonk. topla ve daha sonra türevini al. Yani iki fonk. toplayıp türevini almak, ayrı ayrı türevini alıp topladıkla aynı.

$$\frac{d}{dx} [f(x) + g(x)] = \frac{d}{dx} f(x) + \frac{d}{dx} g(x)$$

$$\frac{d}{dx} [f(x) \cdot g(x)] = \frac{d}{dx} [f(x)] g(x) + \frac{d}{dx} g(x) f(x)$$

→ Bu bilgilerle birlikte x 'in türevi 1. ve birin türevinin 0 old. bilirse tüm polinomların türevi vardır.

Conclusions

→ $(x^n)' = x \cdot x^{n-1}$ old biliyoruz.

Ama bu her n için hesaplanabilir.

→

→ Bilgisayarlar açısından o problemin çözülüp çözilemeyeceğini bilebiliyoruz. (Çözümü bilmeseniz de).

ÖRN

Faktöriyel için

Kural 1: $0! = 1$

Kural 2: $n! = n \cdot (n-1)!$

→ Recursive tanımlama

ÖRN

$L_1 = x^+ = \{ x \ x \ xxx \dots \}$

Rule 1) $x \in L_1$

Rule 2) if $w \in L_1 \Rightarrow wx \in L_1$

↓

concatenation

xxx

$x^2 x^1 = x^3$

xxx

word → dilin parçası
string → dilin parçası
olabilir de
olmayabilir de

$\Lambda = 1$

x^0

ÖRN

$L_2 = x^* = \{ \Lambda \ x \ xx \ xxx \}$

Rule 1) $\Lambda \in L_2$

Rule 2) if $w \in L_2 \Rightarrow wx \in L_2$

$\Lambda x \Rightarrow x$

$x^0 x^1 \Rightarrow x$

→ Λ bir word, kabul edilebilir kelime ve uzunluğu 0.

INTEGERS

- Rules
- ① $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \in \text{INTEGERS}$
 - ② if $w_0, w_1, w_2, \dots \in \text{INTEGERS}$

ARITHMETIC EXPRESSIONS

- Rules
- ① Any number (positive, negative, zero) $\in \text{AE}$
(Arithmetic Expressions)
 - ② if $x \in \text{AE} \Rightarrow (x) \in \text{AE}$
 $(-x) \in \text{AE}$ (eger x zaten negatif değilse)
 - ③ if $x \in \text{AE}$
 $y \in \text{AE} \Rightarrow$
 $x+y \in \text{AE}$
 $x-y \in \text{AE}$
 $x*y \in \text{AE}$
 $x/y \in \text{AE}$
 $x^{**}y \in \text{AE}$

Bu işin en doğal yolu nedir?