

# **METODE PENUGASAN**

**SEVI NURAFNI**

BAHAN KULIAH RISET OPERASI  
PROGRAM STUDI BISNIS DIGITAL

[GITHUB.COM/SEVINURAFNI/FBD31](https://github.com/SEVINURAFNI/FBD31)

# MASALAH PENUGASAN

- Salah satu metode yang digunakan untuk Penugasan adalah Metode Hungarian.
- Pada metode Hungarian, jumlah sumber-sumber yang ditugaskan harus sama persis dengan jumlah tugas yang akan diselesaikan.
- Setiap sumber harus ditugaskan hanya untuk satu tugas.
- Jadi masalah penugasan akan mencakup sejumlah  $m$  sumber yang mempunyai  $n$  tugas/tujuan (satu sumber untuk satu tujuan).
- Diasumsikan  $m = n$ , sehingga ada  $n!$  ( $n$  faktorial) kemungkinan.

- Masalah ini dapat dijelaskan dengan mudah dalam bentuk matriks segi empat, dimana baris-barisnya menunjukkan sumber-sumber dan kolom-kolomnya menunjukkan tugas-tugas/tujuan-tujuan.
- Sumber : pekerja
- Tujuan/Tugas : pekerjaan, mesin-mesin
- Persoalan penugasan melibatkan penugasan karyawan ke tempat tugas, penjualan ke daerah, penawaran kontrak, atau fungsi-fungsi di pabrik.
- Dalam menggunakan metode penugasan, pihak manajemen mencari rute penugasan yang akan mengotpimumkan tujuan tertentu.

- Jadi masalah penugasan menyangkut penempatan para pekerja pada bidang yang tersedia agar biaya yang ditanggung dapat diminimumkan.
- Pada model penugasan, jumlah pasokan pada setiap sumber dan jumlah permintaan pada setiap tujuan adalah satu. Artinya setiap pekerja hanya menangani satu pekerjaan dan sebaliknya setiap pekerjaan hanya ditangani satu pekerja.

# TABEL PERSOALAN PENUGASAN

<div>Ke</div> <div>Dari</div>		TUJUAN				Kapasitas
		1	2	...	n	
SUMBER	1	<div><math>C_{11}</math></div> <div><math>X_{11}</math></div>	<div><math>C_{12}</math></div> <div><math>X_{12}</math></div>	...	<div><math>C_{1n}</math></div> <div><math>X_{1n}</math></div>	1
	2	<div><math>C_{21}</math></div> <div><math>X_{21}</math></div>	<div><math>C_{22}</math></div> <div><math>X_{22}</math></div>	...	<div><math>C_{2n}</math></div> <div><math>X_{2n}</math></div>	1
	...	...	...	...	...	...
	m	<div><math>C_{m1}</math></div> <div><math>X_{m1}</math></div>	<div><math>C_{m2}</math></div> <div><math>X_{m2}</math></div>	...	<div><math>C_{mn}</math></div> <div><math>X_{mn}</math></div>	1
Kapasitas		1	1	...	1	

Dimana,

$X_{ij}$ : unit alokasi dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$  (hanya bernilai 1 atau 0)

$C_{ij}$ : parameter alokasi dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$

Dalam hal ini berlaku :

1.  $X_{i1} + X_{i2} + \dots + X_{in} = 1$  untuk  $i = 1, 2, \dots, m$ . Artinya bahwa pada tiap  $i$  hanya ada satu  $X_{ij}$  yang bernilai 1 sedangkan yang lainnya bernilai 0.
2.  $X_{1j} + X_{2j} + \dots + X_{mj} = 1$  untuk  $j = 1, 2, \dots, n$ . Artinya bahwa pada tiap  $j$  hanya ada satu  $X_{ij}$  yang bernilai 1 sedangkan yang lainnya bernilai 0.
3. Nilai alokasi dari sumber ke tujuan sangat bergantung kepada nilai  $C_{ij}$  dan  $X_{ij}$ , namun karena  $X_{ij}$  hanya bernilai 1 atau 0 maka nilai alokasi tersebut sangat dipengaruhi oleh  $C_{ij}$ .

# MASALAH MINIMASI

Langkah-langkahnya :

1. Melakukan pengurangan baris dengan cara :
  - a. Memilih nilai terkecil setiap baris
  - b. Seluruh elemen dalam tiap baris dicari selisihnya dengan nilai minimum dalam baris yang sama, sehingga diperoleh reduced cost matriks (matriks biaya yangtelah dikurangi)
2. Melakukan pengurangan kolom (berdasarkan hasil tabel langkah 1) :
  - a. Pilih biaya terkecil setiap kolom
  - b. Seluruh elemen dalam tiap kolom dicari selisihnyadengan nilai minimum dalam tiap kolom yang sama,sehingga diperoleh matriks total opportunity cost.

### 3. Membentuk penugasan optimum

Prosedur praktis untuk melakukan tes optimalisasi adalah dengan menarik sejumlah minimum garis horisontal dan/atau vertikal untuk meliputi seluruh elemen bernilai nol dalam total opportunity cost matriks. Jika jumlah garis sama dengan ukuran matriks maka penugasan telah optimal. Jika tidak maka harus direvisi.

### 4. Melakukan revisi table

- a. untuk merevisi total opportunity cost, pilih angka terkecil yang tidak terliput (dilewati) garis.
- b. Kurangkan angka yang tidak dilewati garis dengan angka terkecil
- c. Tambahkan angka yang terdapat pada persilangan garis dengan angka terkecil
- d. Kembali ke langkah 3

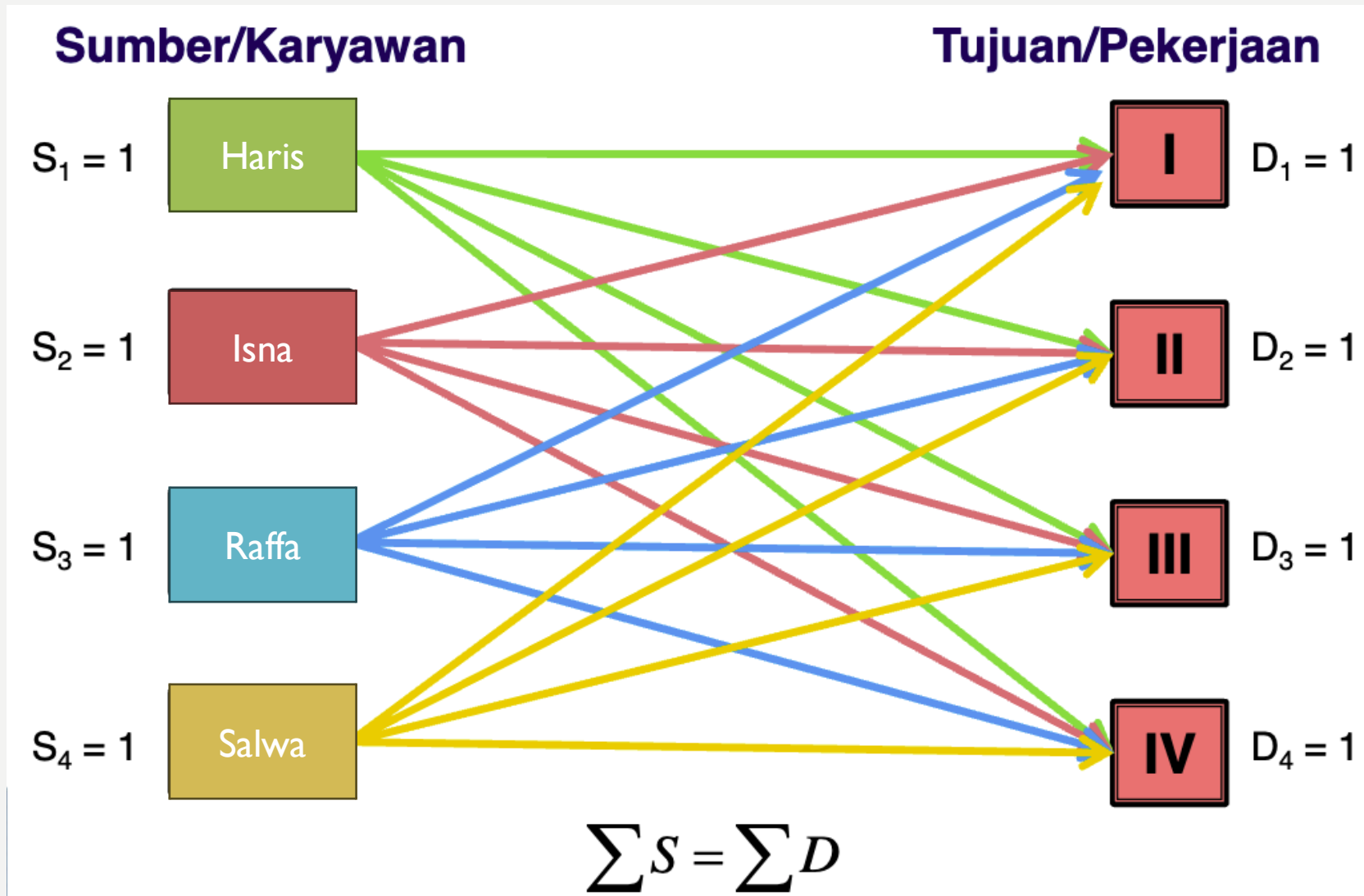


# CONTOH

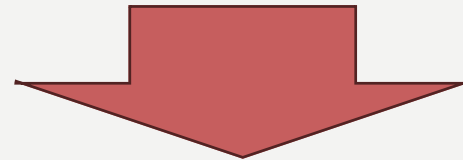
Sebuah perusahaan mempunyai 4 jenis pekerjaan untuk diselesaikan oleh 4 karyawan. Biaya penugasan tiap karyawan untuk tiap jenis pekerjaan adalah berbeda. Setiap karyawan mempunyai tingkat keterampilan, pengalaman kerja, dan latar belakang pendidikan yang berbeda. Sehingga biaya penyelesaian pekerjaan yang sama oleh para karyawan yang berlainan juga berbeda (ditunjukkan dalam tabel biaya dibawah).

KARYAWAN	PEKERJAAN			
	I	II	III	IV
Haris	150	200	180	220
Isna	140	160	210	170
Raffa	250	200	230	200
Salwa	170	180	180	160

# DIAGRAM JARINGAN DISTRIBUSI AWAL



KARYAWAN	PEKERJAAN			
	I	II	III	IV
Haris	150	200	180	220
Isna	140	160	210	170
Raffa	250	200	230	200
Salwa	170	180	180	160



	I	II	III	IV
Haris	150	200	180	220
Isna	140	160	210	170
Raffa	250	200	230	200
Salwa	170	180	180	160

# PENGURANGAN BARIS

	I	II	III	IV
Haris	150 – 150	200 – 150	180 – 150	220 – 150
Isna	140 – 140	160 – 140	210 – 140	170 – 140
Raffa	250 – 200	200 – 200	230 – 200	200 – 200
Salwa	170 – 160	180 – 160	180 – 160	160 – 160

# REDUCED COST MATRIX

	I	II	III	IV
Haris	0	50	30	70
Isna	0	20	70	30
Raffa	50	0	30	0
Salwa	10	20	20	0

# PENGURANGAN KOLOM

	I	II	III	IV
Haris	0 – 0	50 – 0	30 – 20	70 – 0
Isna	0 – 0	20 – 0	70 – 20	30 – 0
Raffa	50 – 0	0 – 0	30 – 20	0 – 0
Salwa	10 – 0	20 – 0	20 – 20	0 – 0

# TES OPTIMALISASI 1

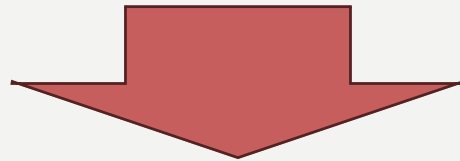
	I	II	III	IV
Haris	0	50	10	70
Isna	0	20	50	30
Raffa	50	0	10	0
Salwa	10	20	0	0

jumlah garis < jumlah baris: Belum optimal

Cari nilai terkecil dari elemen yang tidak tertutup garis: 10

# REVISED MATRIX

	I	II	III	IV
Haris	0	50 - 10	10 - 10	70 - 10
Isna	0	20 - 10	50 - 10	30 - 10
Raffa	50 - 10	0	10	0
Salwa	10 - 10	20	0	0



	I	II	III	IV
Haris	0	40	0	60
Isna	0	10	40	20
Raffa	60	0	10	0
Salwa	20	20	0	0



# TES OPTIMALISASI 2

	I	II	III	IV
Haris	0	40	0	60
Isna	0	10	40	20
Raffa	60	0	10	0
Salwa	20	20	0	0

Jika jumlah garis = jumlah baris (atau kolom): Solusi optimal tercapai.

Setelah tes optimal berhasil, cari angka nol yang unik di setiap baris/kolom untuk menentukan penugasan final

# PENUGASAN OPTIMAL

	I	II	III	IV
Haris	✕	40	0	60
Isna	0	10	40	20
Raffa	60	0	10	✕
Salwa	20	20	✕	0

Berikut tabel penugasannya (Solusi):

PENUGASAN		BIAYA
KARYAWAN	PEKERJAAN	
Haris	III	180
Isna	I	140
Raffa	II	200
Salwa	IV	160
TOTAL		680

# DIAGRAM JARINGAN DISTRIBUSI AKHIR

