

LINEAR PROGRAMMING

Bahan Kuliah Riset Operasi

Sevi Nurafni

Program Liniear

Linear Programming (LP) merupakan suatu Teknik perencanaan yang bersifat analitis yang abalisisnya menggunakan model matematis, dengan tujuan menemukan beberapa kombinasi alyernatif pemecahan optimum terhadap persoalan.

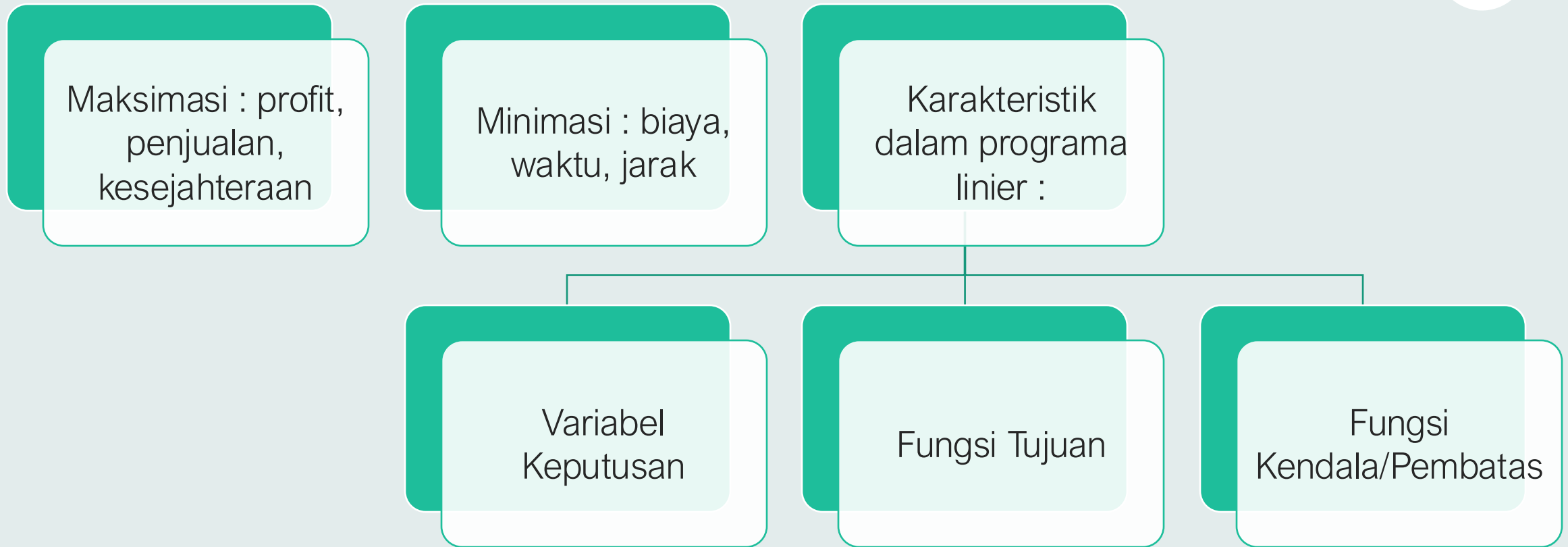
Formulasi Model Program Linier

Masalah keputusan yang sering dihadapi adalah alokasi optimum sumberdaya yang langka.

Sumberdaya : uang, tenaga kerja, bahan mentah, kapasitas mesin, waktu, ruangan, teknologi, dll.

Tujuan : mencapai hasil terbaik yang mungkin dicapai dengan keterbatasan sumberdaya yang ada

Formulasi Model Program Linier



Variabel Keputusan

Variabel keputusan adalah variabel yang menguraikan secara lengkap keputusan-keputusan yang akan dibuat dan akan mempengaruhi nilai tujuan yang hendak dicapai.



Penentuan variabel keputusan harus dilakukan terlebih dahulu sebelum merumuskan fungsi tujuan dan kendala-kendalanya.



Caranya, ajukan pertanyaan :

“Keputusan apa yang harus dibuat agar nilai fungsi tujuan menjadi maksimum atau minimum”

Contoh Variabel Keputusan

Berapa banyak produk harus diproduksi dan persediaan harus tersedia pada periode tertentu agar laba total maksimum atau biaya total maksimum ?

Berapa banyak produk harus dikirim dari gudang K ke gudang L agar biaya pengiriman total minimum ?

Saham mana yang harus dibeli dan berapa banyak saham harus dibeli agar tingkat kembalian total maksimum ?

Fungsi Tujuan

Fungsi Tujuan merupakan fungsi dari variabel keputusan yang akan dimaksimumkan (biasanya untuk pendapatan atau keuntungan) atau diminimumkan (biasanya untuk ongkos/biaya).



Dalam program linier, tujuan yang hendak dicapai harus diwujudkan ke dalam sebuah fungsi matematika linier.

Fungsi Tujuan

Contoh :

- Memaksimumkan laba perusahaan
- Meminimumkan biaya persediaan
- Meminimumkan biaya-biaya operasi
- Meminimumkan waktu kerja
- Memaksimumkan daya jangkau media promosi

Model matematis :

- ✓ Maksimasi : $Z = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$
- ✓ Minimasi : $Z = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$

Fungsi Kendala/Pembatas

Pembatas merupakan kendala yang dihadapi sehingga kita tidak bisa menentukan harga-harga variabel keputusan secara sembarang.



Contoh Fungsi Kendala/Pembatas

Keputusan meningkatkan volume produksi dibatasi oleh faktor-faktor seperti kemampuan mesin, jumlah sumber daya manusia, dan teknologi yang tersedia.

Manajer produksi harus menjaga tingkat produksi agar permintaan pasar terpenuhi

Agar kualitas produk yang dihasilkan memenuhi standar tertentu maka unsur bahan baku yang digunakan harus memenuhi kualifikasi minimum.

Macam Kendala

Kendala berupa pembatas

- Mengendalikan ruas kiri agar tidak lebih besar dari ruas kanannya
- Tanda yang digunakan : \leq

Kendala berupa syarat

- Mengendalikan ruas kiri agar tidak lebih kecil daripada nilai ruas kanannya
- Tanda yang digunakan : \geq

Kendala berupa keharusan

- Mengendalikan nilai ruas kiri agar nilainya sama dengan nilai ruas kanannya.
- Tanda yang digunakan : $=$

Asumsi Model Program Linier



Asumsi kesebandingan (proportionality)

Penambahan ongkos atau keuntungan bertambah sesuai dengan pertambahan variabel keputusan



Asumsi penambahan (additivity)

Setiap penambahan variabel keputusan akan berpengaruh kepada fungsi tujuan, begitu juga dengan penambahan fungsi pembatas



Asumsi pembagian (divisibility)

Nilai yang diberikan oleh variabel keputusan bisa berupa pecahan



Asumsi kepastian (certainty)

Parameter-parameter model yang terdapat pada sistem tersebut sudah diketahui

Model Matematika

Maksimumkan/minimumkan

$$z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Dengan kendala

$$\left. \begin{array}{c} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{array} \right\} \begin{array}{c} \geq \\ \\ = \\ \leq \end{array} \left\{ \begin{array}{c} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{array} \right.$$

Syarat non-negatif $x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$

Contoh Kasus

Seorang petani memiliki lahan pertanian yang akan ditanami tembakau dan kedelai seluas maksimal 150 hektar. Setiap hektar tembakau butuh 100 jam tenaga kerja dan untuk kedelai butuh 200 jam. Kemampuan penyediaan jam kerja sampai dgn musim panen maksimum 16000 jam. Untuk memenuhi kebutuhan tembakau maka lahan harus ditanami tembakau minimal 20 hektar. Setiap hektar tembakau keuntungannya Rp. 75.000,- dan kedelai Rp. 25.000,-
Tentukan keputusan optimal yg sebaiknya dipilih petani?

Contoh Kasus – Model Matematika

Misalkan

Jumlah tanah yang ditanami **tembakau** adalah x_1 ha.

Jumlah tanah yang ditanami **kedelai** adalah x_2 ha

Maksimumkan

$$z = 75x_1 + 25x_2 \text{ (dalam ribuan)}$$

Dengan kendala

$$x_1 + x_2 \leq 150 \text{ (lahan)}$$

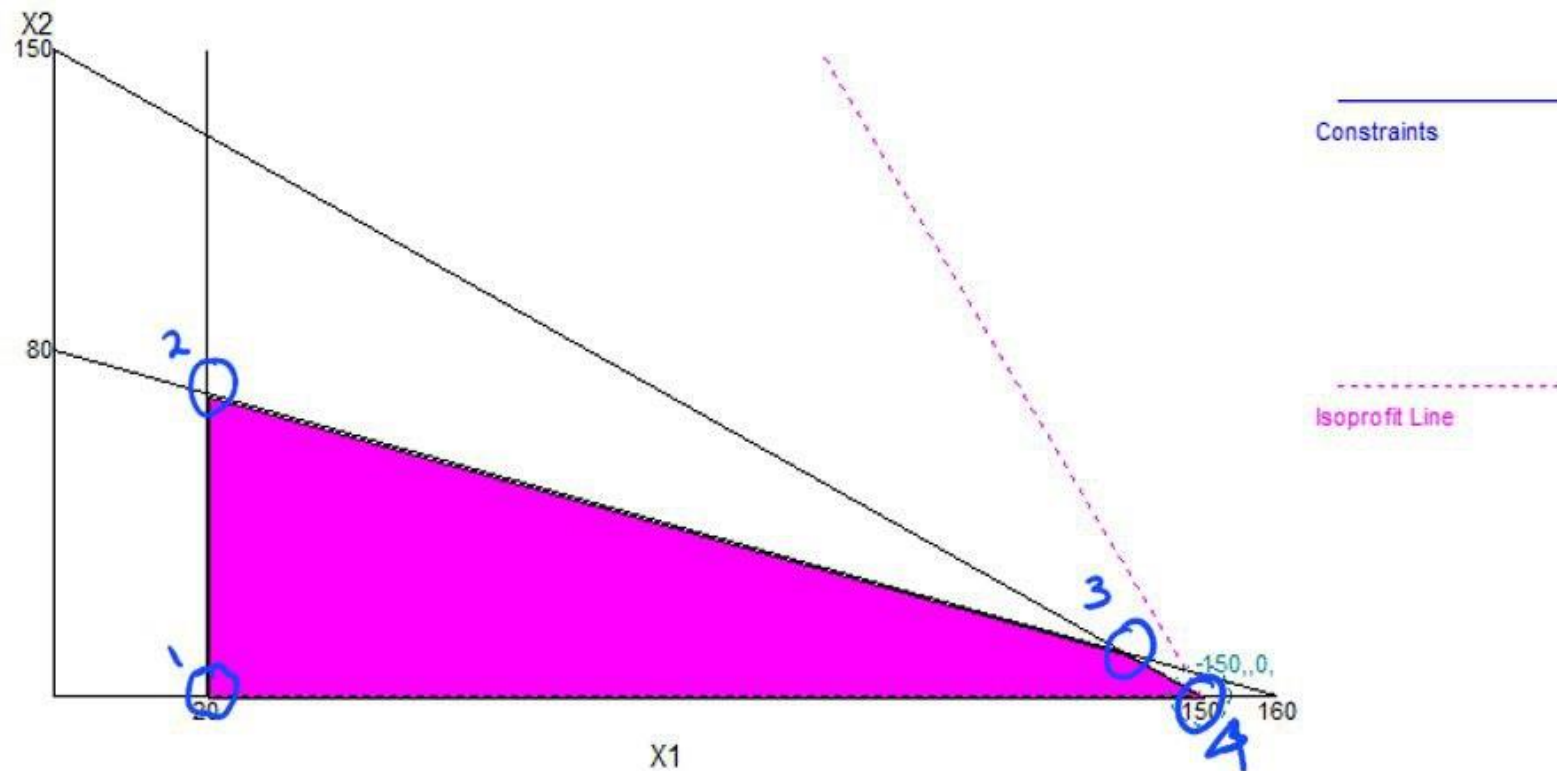
$$x_1 + 2x_2 \leq 160 \text{ (jam)}$$

$$x_1 \geq 20 \text{ (lahan minimum)}$$

Syarat non negatif $x_1, x_2 \geq 0$

Fungsi Batasan-batasan

Penentuan Luas Tanah



Contoh – Penyelesaian Model Matematika

1. $x_1 = 20, x_2 = 0$ maka $(20,0)$

2. $x_1 + 2x_2 = 160, x_1 = 20$

$$x_1 + 2x_2 = 160$$

$$20 + 2x_2 = 160$$

$$2x_2 = 140$$

$$x_2 = 70$$

Maka $(20, 70)$

3. $x_1 + 2x_2 = 160$ dengan $x_1 + x_2 = 150$

$$x_1 + 2x_2 = 160$$

$$\underline{x_1 + x_2 = 150 \quad -}$$

$$x_2 = 10$$

Substitusikan $x_2 = 10$

$$x_1 + x_2 = 150$$

$$x_1 + 10 = 150$$

$$x_1 = 140$$

maka $(140,10)$

Contoh – Penyelesaian Model Matematika & Hitung nilai z dari titik ekstrim

$$4. x_1 + x_2 = 150, x_1 = 150$$

$$x_1 + x_2 = 150$$

$$150 + x_2 = 150$$

$$x_2 = 0$$

Maka (150,0)

Koordinat Titik	Nilai $z = 75x_1 + 25x_2$
(20,0)	1500
(20,70)	3250
(140,10)	10750
(150,0)	11250

Contoh Kasus – Kesimpulan

Untuk mendapatkan keuntungan maksimum maka lahan dapat ditanam satu jenis tanaman saja yaitu tembakau dengan keuntungan sebesar 11250



Latihan

PT Dimensi adalah sebuah perusahaan furnitur produsen meja dan kursi yang harus diproses melalui perakitan dan pemolesan. Fungsi proses perakitan memerlukan 60 jam kerja dan fungsi proses pemolesan memiliki 48 jam kerja. Untuk menghasilkan satu meja dibutuhkan masing-masing 4 jam dan 2 jam untuk perakitan dan pemolesan, sedangkan satu kursi membutuhkan waktu masing-masing 2 jam dan 4 jam untuk perakitan dan pemolesan. Laba untuk tiap meja \$8 dan tiap kursi \$6. sekarang kita harus menentukan kombinasi terbaik dalam jumlah meja dan kursi yang harus diproduksi, agar menghasilkan laba maksimal