

# **METODE PENUGASAN**

**SEVI NURAFNI**

BAHAN KULIAH RISET OPERASI  
PROGRAM STUDI BISNIS DIGITAL

[GITHUB.COM/SEVINURAFNI/FBD31](https://github.com/SEVINURAFNI/FBD31)

# MASALAH PENUGASAN

- Salah satu metode yang digunakan untuk Penugasan adalah Metode Hungarian.
- Pada metode Hungarian, jumlah sumber-sumber yang ditugaskan harus sama persis dengan jumlah tugas yang akan diselesaikan.
- Setiap sumber harus ditugaskan hanya untuk satu tugas.
- Jadi masalah penugasan akan mencakup sejumlah  $m$  sumber yang mempunyai  $n$  tugas/tujuan (satu sumber untuk satu tujuan).
- Diasumsikan  $m = n$ , sehingga ada  $n!$  ( $n$  faktorial) kemungkinan.

- Masalah ini dapat dijelaskan dengan mudah dalam bentuk matriks segi empat, dimana baris-barisnya menunjukkan sumber-sumber dan kolom-kolomnya menunjukkan tugas-tugas/tujuan-tujuan.
- Sumber : pekerja
- Tujuan/Tugas : pekerjaan, mesin-mesin
- Persoalan penugasan melibatkan penugasan karyawan ke tempat tugas, penjualan ke daerah, penawaran kontrak, atau fungsi-fungsi di pabrik.
- Dalam menggunakan metode penugasan, pihak manajemen mencari rute penugasan yang akan mengotimumkan tujuan tertentu.

- Jadi masalah penugasan menyangkut penempatan para pekerja pada bidang yang tersedia agar biaya yang ditanggung dapat diminimumkan.
- Pada model penugasan, jumlah pasokan pada setiap sumber dan jumlah permintaan pada setiap tujuan adalah satu. Artinya setiap pekerja hanya menangani satu pekerjaan dan sebaliknya setiap pekerjaan hanya ditangani satu pekerja.

# TABEL PERSOALAN PENUGASAN

<div>Ke</div> <div>Dari</div>		TUJUAN				Kapasitas
		1	2	...	n	
SUMBER	1	<div><math>C_{11}</math></div> <div><math>X_{11}</math></div>	<div><math>C_{12}</math></div> <div><math>X_{12}</math></div>	...	<div><math>C_{1n}</math></div> <div><math>X_{1n}</math></div>	1
	2	<div><math>C_{21}</math></div> <div><math>X_{21}</math></div>	<div><math>C_{22}</math></div> <div><math>X_{22}</math></div>	...	<div><math>C_{2n}</math></div> <div><math>X_{2n}</math></div>	1
	...	...	...	...	...	...
	m	<div><math>C_{m1}</math></div> <div><math>X_{m1}</math></div>	<div><math>C_{m2}</math></div> <div><math>X_{m2}</math></div>	...	<div><math>C_{mn}</math></div> <div><math>X_{mn}</math></div>	1
Kapasitas		1	1	...	1	

Dimana,

$X_{ij}$ : unit alokasi dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$  (hanya bernilai 1 atau 0)

$C_{ij}$ : parameter alokasi dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$

Dalam hal ini berlaku :


1.  $X_{i1} + X_{i2} + \dots + X_{in} = 1$  untuk  $i = 1, 2, \dots, m$ . Artinya bahwa pada tiap  $i$  hanya ada satu  $X_{ij}$  yang bernilai 1 sedangkan yang lainnya bernilai 0.
2.  $X_{1j} + X_{2j} + \dots + X_{mj} = 1$  untuk  $j = 1, 2, \dots, n$ . Artinya bahwa pada tiap  $j$  hanya ada satu  $X_{ij}$  yang bernilai 1 sedangkan yang lainnya bernilai 0.
3. Nilai alokasi dari sumber ke tujuan sangat bergantung kepada nilai  $C_{ij}$  dan  $X_{ij}$ , namun karena  $X_{ij}$  hanya bernilai 1 atau 0 maka nilai alokasi tersebut sangat dipengaruhi oleh  $C_{ij}$ .

# MASALAH MAKSIMASI

- Dalam masalah maksimasi, elemen-elemen matriks menunjukkan tingkat keuntungan.
- Efektivitas pelaksanaan tugas oleh karyawan diukur dengan jumlah kontribusi keuntungan.
- Langkah-langkahnya :
  1. Melakukan pengurangan baris dengan cara :
    - a. Memilih nilai terbesar setiap baris
    - b. Seluruh elemen dalam tiap baris dicari selisihnya dengan nilai maksimum dalam baris yang sama, sehingga menghasilkan Matrix Opportunity Loss.

2. Melakukan pengurangan kolom (berdasarkan hasil table langkah 1) :
  - a. Pilih biaya terkecil setiap kolom
  - b. Seluruh elemen dalam tiap kolom dicari selisihnya dengan nilai minimum dalam tiap kolom yang sama, sehingga menghasilkan Matriks Total Opportunity Loss.
3. Membentuk penugasan optimum

Prosedur praktis untuk melakukan tes optimalisasi adalah dengan menarik sejumlah minimum garis horisontal dan/atau vertikal untuk meliputi seluruh elemen bernilai nol dalam total opportunity loss **Jika jumlah garis sama dengan ukuran matriks maka penugasan telah optimal. Jika tidak maka harus direvisi**matrix.





#### 4. Melakukan revisi tabel

- a. Untuk merevisi total opportunity loss, pilih angka terkecil yang tidak terliput (dilewati) garis.
- b. Kurangkan angka yang tidak dilewati garis dengan angka terkecil
- c. Tambahkan angka yang terdapat pada persilangan garis dengan angka terkecil
- d. Kembali ke langkah 3



# CONTOH

Sebuah perusahaan mempunyai 5 jenis pekerjaan untuk diselesaikan oleh 5 karyawan, dimana menugaskan setiap karyawan akan mendatangkan keuntungan yang berbeda-beda bagi perusahaan tersebut seperti yang ditunjukkan oleh tabel di bawah ini :

KARYAWAN	PEKERJAAN				
	I	II	III	IV	V
Haris	1000	1200	1000	800	1500
Isna	1400	1000	900	1500	1300
Raffa	900	800	700	800	1200
Salwa	1300	1500	800	1600	1100
Lia	1000	1300	1400	1100	1700

KARYAWAN	PEKERJAAN				
	I	II	III	IV	V
Haris	1000	1200	1000	800	1500
Isna	1400	1000	900	1500	1300
Raffa	900	800	700	800	1200
Salwa	1300	1500	800	1600	1100
Lia	1000	1300	1400	1100	1700

Cari nilai terbesar dari setiap baris

KARYAWAN	PEKERJAAN				
	I	II	III	IV	V
Haris	1000	1200	1000	800	1500
Isna	1400	1000	900	1500	1300
Raffa	900	800	700	800	1200
Salwa	1300	1500	800	1600	1100
Lia	1000	1300	1400	1100	1700

# OPPORTUNITY LOSS MATRIX

nilai terbesar dari setiap baris dikurangi nilai awal

KARYAWAN	PEKERJAAN				
	I	II	III	IV	V
Haris	1500 - 1000	1500 - 1200	1500 - 1000	1500 - 800	1500 - 1500
Isna	1500 - 1400	1500 - 1000	1500 - 900	1500 - 1500	1500 - 1300
Raffa	1200 - 900	1200 - 800	1200 - 700	1200 - 800	1200 - 1200
Salwa	1600 - 1300	1600 - 1500	1600 - 800	1600 - 1600	1600 - 1100
Lia	1700 - 1000	1700 - 1300	1700 - 1400	1700 - 1100	1700 - 1700

# OPPORTUNITY LOSS MATRIX

Hasil pengurangan baris

Cari nilai terkecil dari setiap kolom

KARYAWAN	PEKERJAAN				
	I	II	III	IV	V
Haris	500	300	500	700	0
Isna	100	500	600	0	200
Raffa	300	400	500	400	0
Salwa	300	100	800	0	500
Lia	700	400	300	600	0

# TOTAL OPPORTUNITY LOSS MATRIX

Hasil pengurangan kolom

KARYAWAN	PEKERJAAN				
	I	II	III	IV	V
Haris	400	200	200	700	0
Isna	0	400	300	0	200
Raffa	200	300	200	400	0
Salwa	200	0	500	0	500
Lia	600	300	0	600	0

# TES OPTIMALISASI 1

KARYAWAN	PEKERJAAN				
	I	II	III	IV	V
Haris	400	200	200	700	0
Isna	0	400	300	0	200
Raffa	200	300	200	400	0
Salwa	200	0	500	0	500
Lia	600	300	0	600	0

jumlah garis < jumlah baris: Belum optimal

Cari nilai terkecil dari elemen yang tidak tertutup garis: 200

# REVISED MATRIX

KARYAWAN	PEKERJAAN				
	I	II	III	IV	V
Haris	400 - 200	200 - 200	200 - 200	700 - 200	0
Isna	0	400	300	0	200 + 200
Raffa	200 - 200	300 - 200	200 - 200	400 - 200	0
Salwa	200	0	500	0	500 + 200
Lia	600	300	0	600	0 + 200

KARYAWAN	PEKERJAAN				
	I	II	III	IV	V
Haris	200	0	0	500	0
Isna	0	400	300	0	400
Raffa	0	100	0	200	0
Salwa	200	0	500	0	700
Lia	600	300	0	600	200



# TES OPTIMALISASI 2

KARYAWAN	PEKERJAAN				
	I	II	III	IV	V
Haris	200	0	0	500	0
Isna	0	400	300	0	400
Raffa	0	100	0	200	0
Salwa	200	0	500	0	700
Lia	600	300	0	600	200

Jika jumlah garis = jumlah baris (atau kolom): Solusi optimal tercapai.

Setelah tes optimal berhasil, cari angka nol yang unik di setiap baris/kolom untuk menentukan penugasan final

# PENUGASAN OPTIMAL

KARYAWAN	PEKERJAAN				
	I	II	III	IV	V
Haris	200	0	0	500	0
Isna	0	400	300	0	400
Raffa	0	100	0	200	0
Salwa	200	0	500	0	700
Lia	600	300	0	600	200

Berikut tabel penugasannya (Solusi):

PENUGASAN		BIAYA
KARYAWAN	PEKERJAAN	
Haris	II	1200
Isna	I	1400
Raffa	V	1200
Salwa	IV	1600
Lia	III	1400
TOTAL		6800

# JUMLAH SUMBER $\neq$ JUMLAH TUJUAN

- Bila jumlah tujuan/pekerjaan lebih besar dari jumlah sumber/karyawan, maka harus ditambahkan tujuan/karyawan semu (dummy worker). Biaya semu sama dengan nol karena tidak akan terjadi biaya bila suatu pekerjaan ditugaskan ke karyawan semu.
- Bila jumlah sumber/karyawan lebih banyak daripada tujuan/ pekerjaan, maka ditambahkan pekerjaan semu (dummy job).
- Prosedur penyelesaian sama dengan langkah-Langkah sebelumnya.

# CONTOH

Sebuah perusahaan mempunyai 4 jenis pekerjaan untuk diselesaikan oleh 5 karyawan. Biaya penugasan tiap karyawan untuk tiap jenis pekerjaan adalah sebagai berikut :

KARYAWAN	PEKERJAAN			
	I	II	III	IV
Haris	150	200	180	200
Isna	140	160	210	170
Raffa	250	200	230	200
Salwa	170	180	180	160
Lia	100	150	200	100

KARYAWA N	PEKERJAAN				
	I	II	III	IV	V
Haris	150	200	180	200	0
Isna	140	160	210	170	0
Raffa	250	200	230	200	0
Salwa	170	180	180	160	0
Lia	100	150	200	100	0

# CONTOH

Sebuah perusahaan mempunyai 4 jenis pekerjaan untuk diselesaikan oleh 3 karyawan. Keuntungan penugasan tiap karyawan untuk tiap jenis pekerjaan adalah sebagai berikut :

KARYAWAN	PEKERJAAN			
	I	II	III	IV
Haris	150	200	180	200
Isna	140	160	210	170
Raffa	250	200	230	200

KARYAWAN	PEKERJAAN			
	I	II	III	IV
Haris	150	200	180	200
Isna	140	160	210	170
Raffa	250	200	230	200
	0	0	0	0