

TEORI BILANGAN

SEVI NURAFNI

BAHAN KULIAH MATEMATIKA DISKRIT
PROGRAM STUDI SISTEM INFORMASI

GITHUB.COM/SEVINURAFNI/FSI315

BILANGAN BULAT

- Bilangan bulat adalah bilangan yang tidak mempunyai pecahan desimal, misalnya 8, 21, 8765, -34, 0
- Berlawanan dengan bilangan bulat Adalah bilangan riil yang mempunyai titik desimal, seperti 8.0, 34.25, 0.02.

SIFAT PEMBAGIAN PADA BILANGAN BULAT

- Misalkan a dan b bilangan bulat, $a \neq 0$.
a habis membagi b (a divide b) jika terdapat bilangan bulat c sedemikian sehingga $b = ac$.

- Notasi: $a | b$ jika $b = ac$, $c \in \mathbb{Z}$ dan $a \neq 0$.
- Contoh 1:

$4 | 12$ karena $12/4 = 3$ (bilangan bulat) atau $12 = 4 \times 3$.

Tetapi $4 | 13$ karena $13/4 = 3.25$ (bukan bilangan bulat).

TEOREMA EUCLIDEAN

- Teorema 1 (Teorema Euclidean).
- Misalkan m dan n bilangan bulat, $n > 0$. Jika m dibagi dengan n maka terdapat bilangan bulat unik q (quotient) dan r (remainder), sedemikian sehingga

$$m = nq + r \tag{1}$$

- dengan $0 \leq r < n$.

- Contoh 2.

(i) $1987/97 = 20$, sisa 47:

$$1987 = 97 \cdot 20 + 47$$

(ii) $-22/3 = -8$, sisa 2:

$$-22 = 3(-8) + 2$$

tetapi $-22 = 3(-7) - 1$ salah

karena $r = -1$ (syarat $0 \leq r < n$)

PEMBAGI BERSAMA TERBESAR (PBB)

- Misalkan a dan b bilangan bulat tidak nol.
- Pembagi bersama terbesar (PBB – greatest common divisor atau gcd) dari a dan b adalah bilangan bulat terbesar d sedemikian hingga $d \mid a$ dan $d \mid b$.
- Dalam hal ini kita nyatakan bahwa $PBB(a, b) = d$.
- Contoh 3.

Faktor pembagi 45: 1, 3, 5, 9, 15, 45;

Faktor pembagi 36: 1, 2, 3, 4, 9, 12, 18, 36;

Faktor pembagi bersama 45 dan 36: 1, 3, 9

$$PBB(45, 36) = 9.$$

ALGORITMA EUCLIDEAN

- Tujuan: algoritma untuk mencari PBB dari dua buah bilangan bulat.
- Penemu: Euclides, seorang matematikawan Yunani yang menuliskan algoritmanyanya tersebut dalam buku, Element.

- Diberikan dua buah bilangan bulat tak-negatif m dan n ($m \geq n$).
- Algoritma Euclidean berikut mencari pembagi bersama terbesar dari m dan n .

Algoritma Euclidean

1. Jika $n = 0$ maka

m adalah $PBB(m, n)$;

stop.

tetapi jika $n \neq 0$,

lanjutkan ke langkah 2.

2. Bagilah m dengan n dan misalkan r adalah sisanya.

3. Ganti nilai m dengan nilai n dan nilai n dengan nilai r , lalu ulang kembali ke langkah 1.

```
procedure Euclidean(input m, n : integer, output PBB : integer)
{ Mencari PBB(m, n) dengan syarat n bilangan tak-negative dan m ≥ n
  Masukan: m dan n, m ≥ n dan m, n ≥ 0
  Keluaran: PBB(m, n)
}
```

Kamus

r : integer

Algoritma:

while n ≠ 0 do

r ← m mod n

m ← n

n ← r

endwhile

{ n = 0, maka PBB(m, n) = m }

PBB ← m

Contoh 4. $m = 80$, $n = 12$ dan dipenuhi syarat

The diagram illustrates the Euclidean algorithm steps for $m = 80$ and $n = 12$. It consists of two horizontal orange arrows pointing downwards. The top arrow starts at 12 and points to the equation $12 = 1 \cdot 8 + 4$. The bottom arrow starts at 8 and points to the equation $8 = 2 \cdot 4 + 0$.

$$12 = 1 \cdot 8 + 4$$
$$8 = 2 \cdot 4 + 0$$

Sisa pembagian terakhir sebelum 0 adalah 4, maka $PBB(80, 12) = 4$.