

HIMPUNAN

SEVI NURAFNI

BAHAN KULIAH MATEMATIKA DISKRIT
PROGRAM STUDI SISTEM INFORMASI

GITHUB.COM/SEVINURAFNI/FSI315

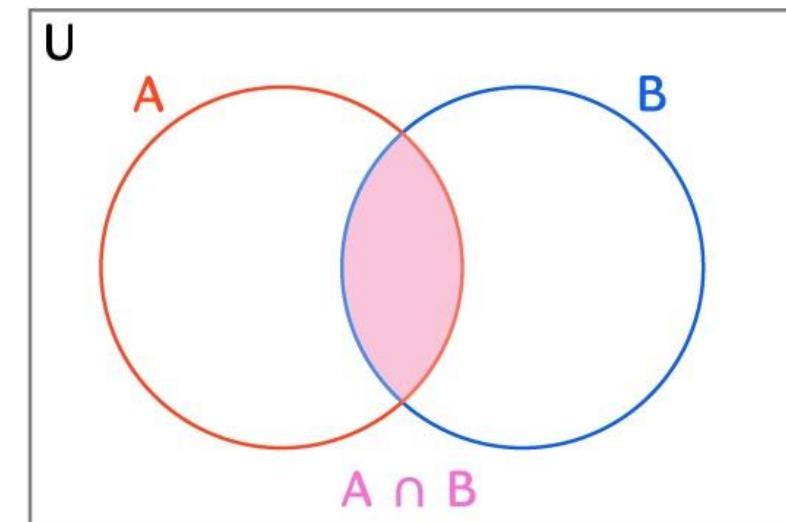
OPERASI HIMPUNAN

1. Irisan (intersection)

Notasi: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ dan } x \in B\}$

Contoh 14:

- i. Jika $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ dan $B = \{4, 10, 14, 18\}$, maka
 $A \cap B = \{4, 10\}$
- ii. Jika $A = \{3, 5, 9\}$ dan $B = \{-2, 6\}$, maka $A \cap B = \emptyset$.
Artinya: $A // B$

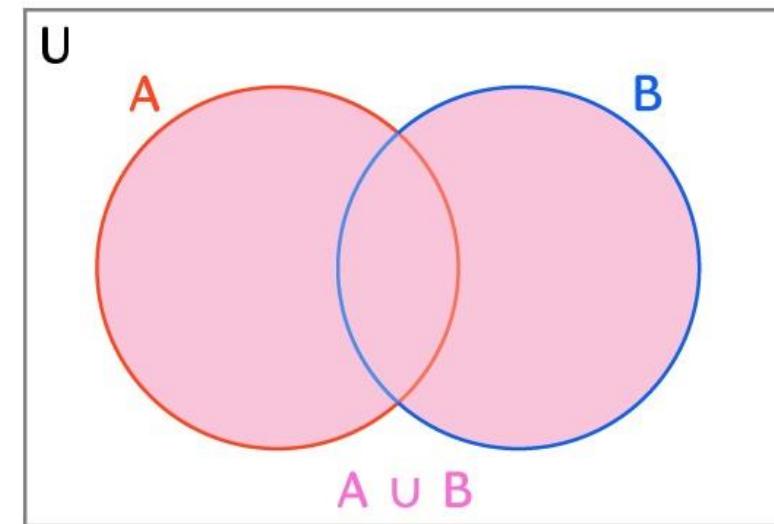


2. Gabungan (union)

Notasi: $A \cup B = \{x | x \in A \text{ atau } x \in B\}$

Contoh 15:

- i. Jika $A = \{2, 5, 8\}$ dan $B = \{7, 5, 22\}$, maka
 $A \cup B = \{2, 5, 7, 8, 22\}$
- ii. $A \cup \emptyset = A$



3. Komplemen (complement)

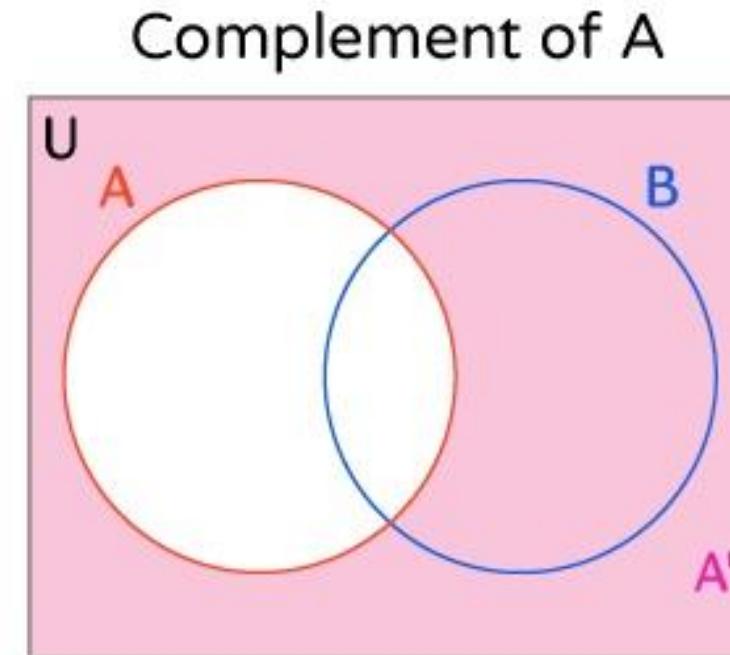
Notasi : $\neg A = \{x \mid x \in U, x \notin A\}$

(Keterangan: di dalam beberapa literatur \bar{A} ditulis dengan notasi A^c atau A')

Contoh 16:

Misalkan $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$,

- i. jika $A = \{1, 3, 7, 9\}$, maka $\neg A = \{2, 4, 6, 8\}$
- ii. jika $A = \{x \mid \frac{x}{2} \in P, x < 9\}$, maka $A^- = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

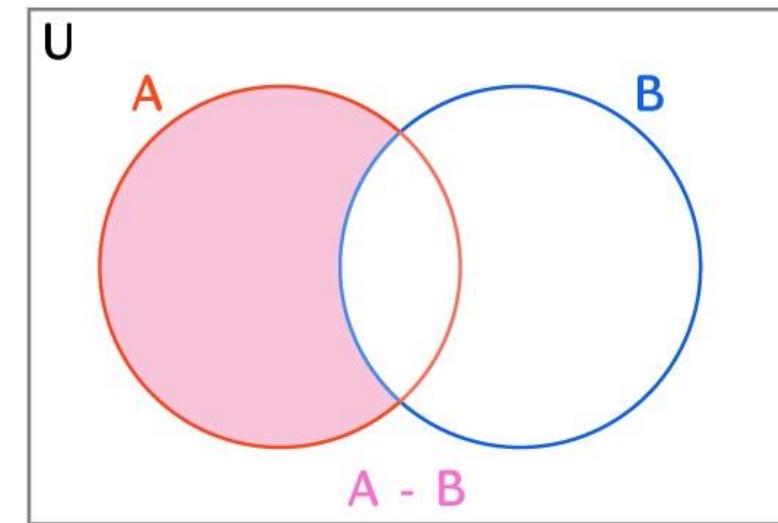


4. Selisih (difference)

Notasi : $A - B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B\} = A \cap \bar{B}$

Contoh 17:

- i. Jika $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ dan $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$,
maka $A - B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ dan $B - A = \emptyset$
- ii. $\{1, 3, 5\} - \{1, 2, 3\} = \{5\}$, tetapi
 $\{1, 2, 3\} - \{1, 3, 5\} = \{2\}$

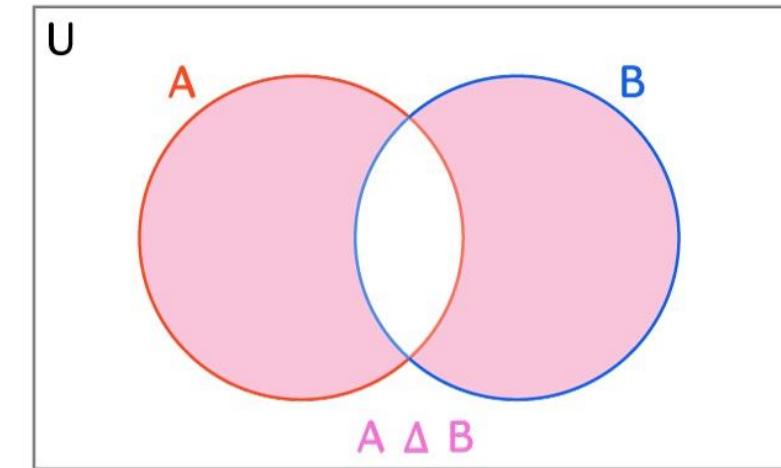


5. Beda Setangkup (Symmetric Difference)

Notasi: $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$

Contoh 18:

Jika $A = \{2, 4, 6\}$ dan $B = \{2, 3, 5\}$, maka $A \oplus B = \{3, 4, 5, 6\}$



Contoh 19. Misalkan

U = himpunan mahasiswa

P = himpunan mahasiswa yang nilai ujian UTS di atas 80

Q = himpunan mahasiswa yang nilai ujian UAS di atas 80

Seorang mahasiswa mendapat nilai **A** jika nilai UTS dan nilai UAS keduanya di atas 80, mendapat nilai **B** jika salah satu ujian di atas 80, dan mendapat nilai **C** jika kedua ujian di bawah 80.

- i. “Semua mahasiswa yang mendapat nilai **A**” : $P \cap Q$
- ii. “Semua mahasiswa yang mendapat nilai **B**” : $P \cup Q$
- iii. “Semua mahasiswa yang mendapat nilai **C**” : $U - (P \cap Q)$

HUKUM-HUKUM HIMPUNAN

- Disebut juga sifat-sifat (properties) himpunan
- Disebut juga hukum aljabar himpunan

1. Hukum identitas:

- $A \cup \emptyset = A$
- $A \cap U = A$

2. Hukum *null/dominasi*:

- $A \cap \emptyset = \emptyset$
- $A \cup U = U$

3. Hukum komplemen:

- $A \cup \bar{A} = U$
- $A \cap \bar{A} = \emptyset$

4. Hukum idempoten:

- $A \cup A = A$
- $A \cap A = A$

<p>5. Hukum involusi:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $\overline{\overline{A}} = A$ 	<p>6. Hukum penyerapan (absorpsi):</p> <ul style="list-style-type: none"> - $A \cup (A \cap B) = A$ - $A \cap (A \cup B) = A$
<p>7. Hukum komutatif:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $A \cup B = B \cup A$ - $A \cap B = B \cap A$ 	<p>8. Hukum asosiatif:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ - $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
<p>9. Hukum distributif:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ - $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ 	<p>10. Hukum De Morgan:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ - $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
<p>11. Hukum 0/1</p> <ul style="list-style-type: none"> - $\overline{\emptyset} = U$ - $\overline{U} = \emptyset$ 	

Pembuktian Kesamaan dengan menggunakan hukum-hukum himpunan

Contoh 20. Misalkan A dan B himpunan. Buktikan bahwa

$$(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = A$$

Bukti:

$$(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = A \cap (B \cup \bar{B}) \quad (\text{Hukum distributif})$$

$$= A \cap U \quad (\text{Hukum komplemen})$$

$$= A \quad (\text{Hukum identitas})$$

PRINSIP INKLUSI-EKSKLUSI

Untuk dua himpunan A dan B :

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$|A \oplus B| = |A| + |B| - 2|A \cap B|$$

Contoh 21. Berapa banyaknya bilangan bulat antara 1 dan 100 yang habis dibagi 3 atau 5?

Penyelesaian:

U = himpunan bilangan bulat dari 1 sampai 100

A = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 3,

B = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 5,

$A \cap B$ = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 3 dan 5 (yaitu himpunan bilangan bulat yang habis dibagi oleh KPK – Kelipatan Persekutuan Terkecil – dari 3 dan 5, yaitu 15),

Yang ditanyakan adalah $|A \cup B|$.

$$|A| = \left\lfloor \frac{100}{3} \right\rfloor = 33,$$

$$|B| = \left\lfloor \frac{100}{5} \right\rfloor = 20,$$

$$|A \cap B| = \left\lfloor \frac{100}{15} \right\rfloor = 6$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 33 + 20 - 6 = 47$$

Jadi, ada 47 buah bilangan yang habis dibagi 3 atau 5.

Latihan

Dari 32 orang mahasiswa yang mengumpulkan koran bekas atau botol (atau keduanya) untuk didaur ulang, 30 orang mengumpulkan koran bekas dan 14 orang mengumpulkan botol.

Tentukan:

- (a) berapa orang yang mengumpulkan keduanya?
- (b) berapa orang yang hanya mengumpulkan botol saja?

Jawaban:

U = himpunan mahasiswa, $|U| = 32$

P = himpunan mahasiswa yang mengumpulkan koran bekas

Q = himpunan mahasiswa yang mengumpulkan botol

a) $n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q)$

$$n(P \cap Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cup Q)$$

$$= 30 + 14 - 32 = 12$$

b) Jumlah orang yang mengumpulkan botol saja = $n(Q) - n(P \cap Q) = 30 - 12 = 18$ (bagian yang diarsir)

HIMPUNAN-GANDA (MULTISET)



Himpunan yang elemennya boleh berulang (tidak harus berbeda) disebut himpunan ganda (multiset). Contoh: $\{1, 1, 1, 2, 2, 3\}$, $\{2, 2, 2\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{\}$.



Multiplisitas dari suatu elemen pada himpunan ganda adalah jumlah kemunculan elemen tersebut pada himpunan ganda. Contoh: $M = \{0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1\}$, multiplisitas 0 adalah 4.



Himpunan (set) merupakan contoh khusus dari suatu multiset, yang dalam hal ini multiplisitas setiap elemennya adalah 0 atau 1.



Kardinalitas suatu multiset didefinisikan sebagai kardinalitas himpunan yang ekivalen dengannya, dengan mengasumsikan semua elemen di dalam multiset berbeda. Contoh: $A = \{1, 1, 1, 2, 2, 3\}$, maka $|A| = 6$

OPERASI ANTARA DUA BUAH MULTISET

Misalkan P dan Q adalah multiset:

1. $P \cup Q$ adalah suatu multiset yang multiplisitas elemennya sama dengan multiplisitas maksimum elemen tersebut pada himpunan P dan Q . Contoh: $P = \{a, a, a, c, d, d\}$ dan $Q = \{a, a, b, c, c\}$, $P \cup Q = \{a, a, a, b, c, c, d, d\}$
2. $P \cap Q$ adalah suatu multiset yang multiplisitas elemennya sama dengan multiplisitas minimum elemen tersebut pada himpunan P dan Q . Contoh: $P = \{a, a, a, c, d, d\}$ dan $Q = \{a, a, b, c, c\}$, $P \cap Q = \{a, a, c\}$

3. $P - Q$ adalah suatu multiset yang multiplisitas elemennya sama dengan:

- multiplisitas elemen tersebut pada P dikurangi multiplisitasnya pada Q , jika selisihnya positif
- 0, jika selisihnya nol atau negatif.

Contoh: $P = \{a, a, a, b, b, c, d, d, e\}$ dan $Q = \{a, a, b, b, b, c, c, d, d, f\}$ maka

$$P - Q = \{a, e\}$$

4. $P + Q$, yang didefinisikan sebagai jumlah (sum) dua buah himpunan ganda, adalah suatu multiset yang multiplisitas elemennya sama dengan penjumlahan dari multiplisitas elemen tersebut pada P dan Q .

Contoh: $P = \{a, a, b, c, c\}$ dan $Q = \{a, b, b, d\}$,

$$P + Q = \{a, a, a, b, b, b, c, c, d\}$$

SET DALAM BAHASA PYTHON



- Bahasa Python menyediakan struktur data untuk set beserta operasi-operasinya.
- Membuat himpunan kosong dengan set constructor:

```
# Membuat himpunan kosong dengan set constructor:  
set1 = set()  
set2 = set([])
```

- Membuat sebuah himpunan dengan set constructor atau notasi { }

```
# Membuat sebuah himpunan dengan set constructor atau notasi
buah = {"apel", "pisang", "mangga"}
print(buah)

angka = set([1, 2, 3, 4, 5])
print(angka)

set3 = {x for x in 'matematika'}
print(set3)
```

{'mangga', 'apel', 'pisang'}
{1, 2, 3, 4, 5}
{'e', 'a', 'i', 'm', 'k', 't'}

```
# menambah elemen baru 'y'  
set3.add('y')  
print(set3)
```

```
{'e', 'a', 'i', 'm', 'k', 't', 'y'}
```

```
# menghapus elemen 'a'  
set3.remove('a')  
print(set3)
```

```
{'e', 'i', 'm', 'k', 't', 'y'}
```

```
# mengambil elemen teratas  
set3.pop()
```

```
'e'
```

[https://colab.research.google.com/drive/1daplfZozQJI_2
5yNiOeuyXPm4kbXYT1X?usp=sharing](https://colab.research.google.com/drive/1daplfZozQJI_25yNiOeuyXPm4kbXYT1X?usp=sharing)

