TEORI BILANGAN

SEVI **NURAFNI**

BAHAN KULIAH MATEMATIKA DISKRIT
PROGRAM STUDI SISTEM INFORMASI

GITHUB.COM/SEVINURAFNI/FSI315

BILANGAN BULAT

- Bilangan bulat adalah bilangan yang tidak mempunyai pecahan desimal, misalnya $8, 21, 8765, -34, 0$
- Berlawanan dengan bilangan bulat Adalah bilangan riil yang mempunyai titik desimal, seperti $8.0, 34.25, 0.02$.

SIFAT PEMBAGIAN PADA BILANGAN BULAT

- Misalkan a dan b bilangan bulat, $a \neq 0$.

  a habis membagi b (a divide b) jika terdapat bilangan bulat c sedemikian sehingga b = ac.

- Notasi: a | b jika b = ac, $c \in Z$ dan $a \neq 0$.
- Contoh 1:

  4 | 12 karena 12/4 = 3 (bilangan bulat)atau 12 = 4×3.

Tetapi 4 | 13 karena 13/4 = 3.25(bukan bilangan bulat).

TEOREMA EUCLIDEAN

- Teorema 1 (Teorema Euclidean).
- Misalkan m dan n bilangan bulat, $n > 0$. Jika m dibagi dengan n maka terdapat bilangan bulat unik q (quotient) dan r (remainder), sedemikian sehingga

$$m = nq + r \tag{1}$$

- dengan $0 \leq r < n$.

- Contoh 2.

(i) $1987/97 = 20$, sisa 47:

$1987 = 97 \cdot 20 + 47$

(ii) $-22/3 = -8$, sisa 2:

$-22 = 3(-8) + 2$

tetapi $-22 = 3(-7) - 1$ salah

karena $r = -1$ (syarat $0 \leq r < n$)

PEMBAGI BERSAMA TERBESAR (PBB)

- Misalkan a dan b bilangan bulat tidak nol.
- Pembagi bersama terbesar (PBB – greatest common divisor atau gcd) dari a dan b adalah bilangan bulat terbesar d sedemikian hingga $d \mid a$ dan $d \mid b$.
- Dalam hal ini kita nyatakan bahwa $PBB(a, b) = d$.
- Contoh 3.

  Faktor pembagi 45: 1, 3, 5, 9, 15, 45;

  Faktor pembagi 36: 1, 2, 3, 4, 9, 12, 18, 36;

  Faktor pembagi bersama 45 dan 36: 1, 3, 9

  $PBB(45, 36) = 9$.

ALGORITMA EUCLIDEAN

- Tujuan: algoritma untuk mencari PBB dari dua buah bilangan bulat.
- Penemu: Euclides, seorang matematikawan Yunani yang menuliskan algoritmanya tersebut dalam buku, Element.

- Diberikan dua buah bilangan bulat tak-negatif m dan n ($m \geq n$).
- Algoritma Euclidean berikut mencari pembagi bersama terbesar dari m dan n.

Algoritma Euclidean

1. Jika $n = 0$ maka

   m adalah $PBB(m,n)$;

   stop.

   tetapi jika $n \neq 0$,

   lanjutkan ke langkah 2.

2. Bagilah m dengan n dan misalkan r adalah sisanya.
3. Ganti nilai m dengan nilai n dan nilai n dengan nilai r, lalu ulang kembali ke langkah 1.

```
procedure Euclidean(input m, n : integer, output PBB : integer)
{ Mencari PBB(m, n) dengan syarat n bilangan tak-negative dan m ≥ n
  Masukan: m dan n, m ≥ n dan m, n ≥ 0
  Keluaran: PBB(m, n)
}
Kamus
       r : integer
Algoritma:
      while n ≠ 0 do
            r ← m mod n
            m ← n
            n ← r
      endwhile
      { n = 0, maka PBB(m, n) = m }
       PBB ← m
```

Contoh 4. $m = 80, n = 12$ dan dipenuhi syarat

$$12 = 1 \cdot 8 + 4$$

$$8 = 2 \cdot 4 + 0$$

Sisa pembagian terakhir sebelum 0 adalah 4, maka $PBB(80, 12) = 4$.

ARITMETIKA MODULO

- Misalkan a dan m bilangan bulat (m > 0). Operasi $a \bmod m$ (dibaca ”a modulo m”) memberikan sisa jika a dibagi dengan m.
- Notasi: $a \bmod m = r$ sedemikian sehingga

  $a = mq + r$, dengan $0 \le r < m$.
- m disebut modulus atau modulo, dan hasil aritmetika modulo m terletak di dalam himpunan $\{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$

- Contoh 5. Beberapa hasil operasi dengan operator modulo:

i. $23 \; mod \; 5 = 3$

ii.

iii.

iv. $(0 = 12 \cdot 0 + 0)$