

# HIMPUNAN

SEVI **NURAFNI**

BAHAN KULIAH MATEMATIKA DISKRIT  
PROGRAM STUDI SISTEM INFORMASI

[GITHUB.COM/SEVINURAFNI/FSI315](https://github.com/sevinurafni/FSI315)

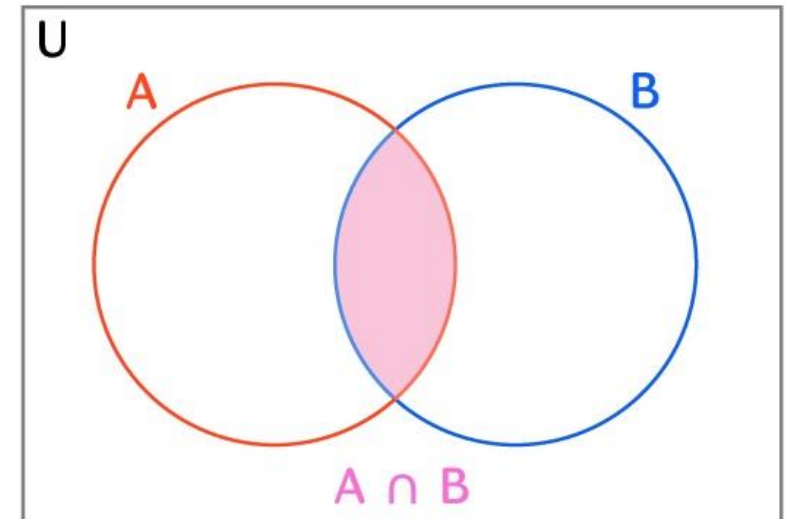
# OPERASI HIMPUNAN

## 1. Irisan (intersection)

Notasi:  $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \in B\}$

Contoh 14:

- i. Jika  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  dan  $B = \{4, 10, 14, 18\}$ , maka  $A \cap B = \{4, 10\}$
- ii. Jika  $A = \{3, 5, 9\}$  dan  $B = \{-2, 6\}$ , maka  $A \cap B = \emptyset$ .  
Artinya:  $A // B$

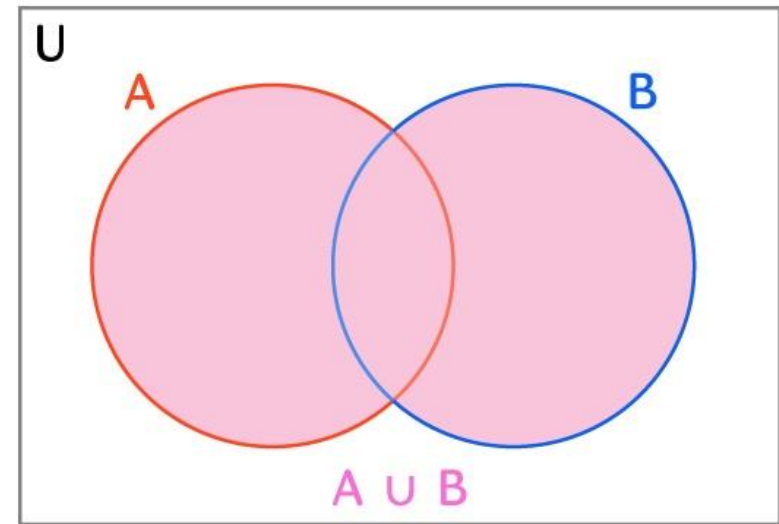


## 2. Gabungan (union)

Notasi:  $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$

Contoh 15:

- i. Jika  $A = \{2, 5, 8\}$  dan  $B = \{7, 5, 22\}$ , maka  
 $A \cup B = \{2, 5, 7, 8, 22\}$
- ii.  $A \cup \emptyset = A$



### 3. Komplemen (complement)

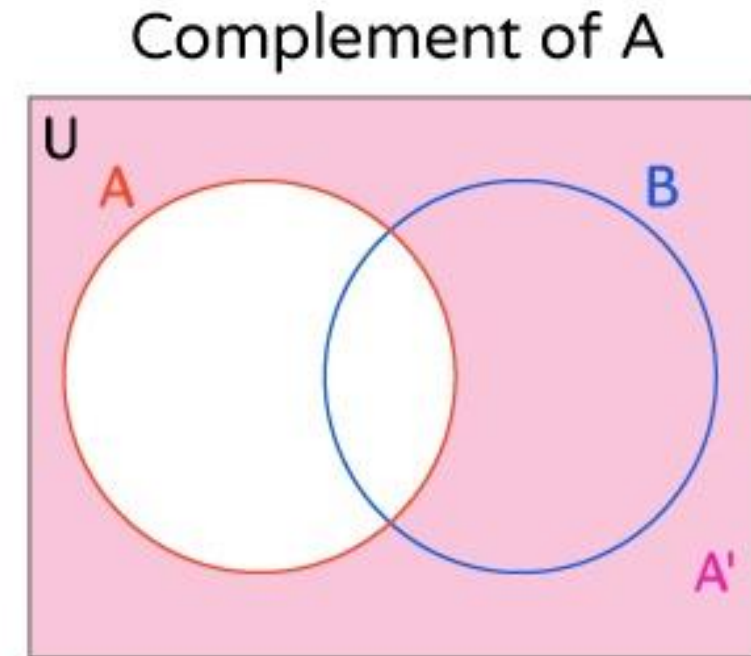
Notasi :  $\bar{A} = \{x \mid x \in U, x \notin A\}$

(Keterangan: di dalam beberapa literatur  $\bar{A}$  ditulis dengan notasi  $A^c$  atau  $A'$ )

Contoh 16:

Misalkan  $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ,

- i. jika  $A = \{1, 3, 7, 9\}$ , maka  $\bar{A} = \{2, 4, 6, 8\}$
- ii. jika  $A = \{x \mid \frac{x}{2} \in P, x < 9\}$ , maka  $A' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

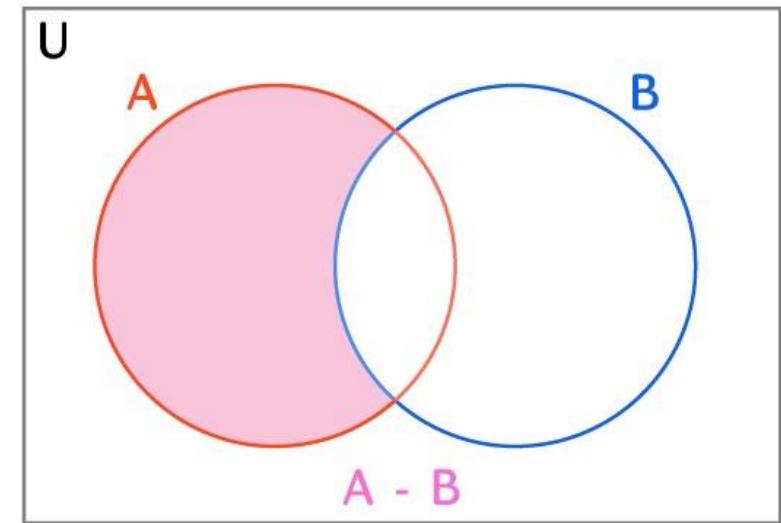


#### 4. Selisih (difference)

Notasi :  $A - B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B\} = A \cap \bar{B}$

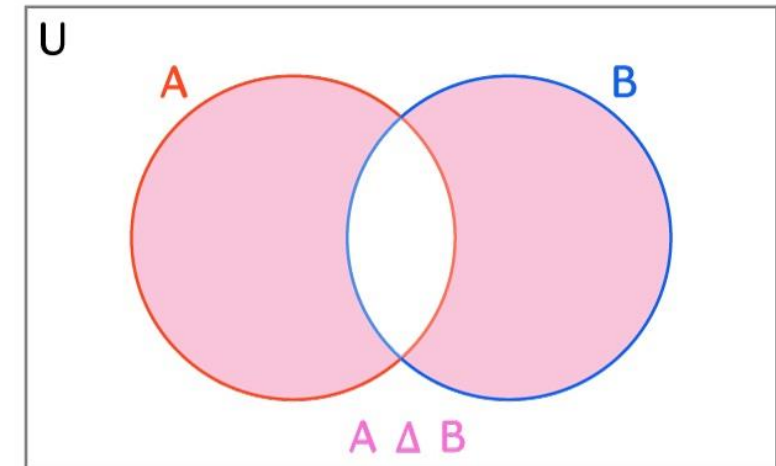
Contoh 17:

- i. Jika  $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  dan  $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  
maka  $A - B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  dan  $B - A = \emptyset$
- ii.  $\{1, 3, 5\} - \{1, 2, 3\} = \{5\}$ , tetapi  
 $\{1, 2, 3\} - \{1, 3, 5\} = \{2\}$



## 5. Beda Setangkup (Symmetric Difference)

Notasi:  $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$



Contoh 18:

Jika  $A = \{2, 4, 6\}$  dan  $B = \{2, 3, 5\}$ , maka  $A \oplus B = \{3, 4, 5, 6\}$

Contoh 19. Misalkan

$U$  = himpunan mahasiswa

$P$  = himpunan mahasiswa yang nilai ujian UTS di atas 80

$Q$  = himpunan mahasiswa yang nilai ujian UAS di atas 80

Seorang mahasiswa mendapat nilai **A** jika nilai UTS dan nilai UAS keduanya di atas 80, mendapat nilai **B** jika salah satu ujian di atas 80, dan mendapat nilai **C** jika kedua ujian di bawah 80.

- i. “Semua mahasiswa yang mendapat nilai **A**” :  $P \cap Q$
- ii. “Semua mahasiswa yang mendapat nilai **B**” :  $P \oplus Q$
- iii. “Semua mahasiswa yang mendapat nilai **C**” :  $U - (P \cap Q)$



# **HUKUM-HUKUM HIMPUNAN**

- Disebut juga sifat-sifat (properties) himpunan
- Disebut juga hukum aljabar himpunan

1. Hukum identitas: <ul style="list-style-type: none"><li>- <math>A \cup \emptyset = A</math></li><li>- <math>A \cap U = A</math></li></ul>	2. Hukum <i>null</i> /dominasi: <ul style="list-style-type: none"><li>- <math>A \cap \emptyset = \emptyset</math></li><li>- <math>A \cup U = U</math></li></ul>
3. Hukum komplemen: <ul style="list-style-type: none"><li>- <math>A \cup \bar{A} = U</math></li><li>- <math>A \cap \bar{A} = \emptyset</math></li></ul>	4. Hukum idempoten: <ul style="list-style-type: none"><li>- <math>A \cup A = A</math></li><li>- <math>A \cap A = A</math></li></ul>

<p>5. Hukum involusi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\overline{\overline{A}} = A</math></li> </ul>	<p>6. Hukum penyerapan (absorpsi):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>A \cup (A \cap B) = A</math></li> <li>- <math>A \cap (A \cup B) = A</math></li> </ul>
<p>7. Hukum komutatif:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>A \cup B = B \cup A</math></li> <li>- <math>A \cap B = B \cap A</math></li> </ul>	<p>8. Hukum asosiatif:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C</math></li> <li>- <math>A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C</math></li> </ul>
<p>9. Hukum distributif:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)</math></li> <li>- <math>A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)</math></li> </ul>	<p>10. Hukum De Morgan:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}</math></li> <li>- <math>\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}</math></li> </ul>
<p>11. Hukum 0/1</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\overline{\emptyset} = U</math></li> <li>- <math>\overline{U} = \emptyset</math></li> </ul>	

Pembuktian Kesamaan dengan menggunakan hukum-hukum himpunan

Contoh 20. Misalkan  $A$  dan  $B$  himpunan. Buktikan bahwa

$$(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = A$$

Bukti:

$$\begin{aligned}(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) &= A \cap (B \cup \bar{B}) && \text{(Hukum distributif)} \\ &= A \cap U && \text{(Hukum komplemen)} \\ &= A && \text{(Hukum identitas)}\end{aligned}$$



# **PRINSIP INKLUSI-EKSKLUSI**

Untuk dua himpunan  $A$  dan  $B$ :

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$|A \oplus B| = |A| + |B| - 2|A \cap B|$$

Contoh 21. Berapa banyaknya bilangan bulat antara 1 dan 100 yang habis dibagi 3 atau 5?

Penyelesaian:

$U$  = himpunan bilangan bulat dari 1 sampai 100

$A$  = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 3,

$B$  = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 5,

$A \cap B$  = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 3 dan 5 (yaitu himpunan bilangan bulat yang habis dibagi oleh KPK – Kelipatan Persekutuan Terkecil – dari 3 dan 5, yaitu 15),

Yang ditanyakan adalah  $|A \cup B|$ .

$$|A| = \left\lfloor \frac{100}{3} \right\rfloor = 33,$$

$$|B| = \left\lfloor \frac{100}{5} \right\rfloor = 20,$$

$$|A \cap B| = \left\lfloor \frac{100}{15} \right\rfloor = 6$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 33 + 20 - 6 = 47$$

Jadi, ada 47 buah bilangan yang habis dibagi 3 atau 5.

# Latihan

Dari 32 orang mahasiswa yang mengumpulkan koran bekas atau botol (atau keduanya) untuk didaur ulang, 30 orang mengumpulkan koran bekas dan 14 orang mengumpulkan botol.

Tentukan:

- (a) berapa orang yang mengumpulkan keduanya?
- (b) berapa orang yang hanya mengumpulkan botol saja?



Jawaban:

$U$  = himpunan mahasiswa,  $|U| = 32$

$P$  = himpunan mahasiswa yang mengumpulkan koran bekas

$Q$  = himpunan mahasiswa yang mengumpulkan botol

$$a) \quad n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q)$$

$$n(P \cap Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cup Q)$$

$$= 30 + 14 - 32 = 12$$

b) Jumlah orang yang mengumpulkan botol saja =  $n(Q) - n(P \cap Q) = 30 - 12 = 18$  (bagian yang diarsir)

# **HIMPUNAN-GANDA (MULTISET)**



Himpunan yang elemennya boleh berulang (tidak harus berbeda) disebut himpunanganda (multiset). Contoh:  $\{1, 1, 1, 2, 2, 3\}$ ,  $\{2, 2, 2\}$ ,  $\{2, 3, 4\}$ ,  $\{\}$ .



Multiplisitas dari suatu elemen pada himpunan ganda adalah jumlah kemunculan elemen tersebut pada himpunan ganda. Contoh:  $M = \{0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1\}$ , multiplisitas 0 adalah 4.



Himpunan (set) merupakan contoh khusus dari suatu multiset, yang dalam hal ini multiplisitas setiap elemennya adalah 0 atau 1.



Kardinalitas suatu multiset didefinisikan sebagai kardinalitas himpunan yang ekivalen dengannya, dengan mengasumsikan semua elemen di dalam multiset berbeda. Contoh:  $A = \{1, 1, 1, 2, 2, 3\}$ , maka  $|A| = 6$

# OPERASI ANTARA DUA BUAH MULTISSET

Misalkan  $P$  dan  $Q$  adalah multiset:

1.  $P \cup Q$  adalah suatu multiset yang multiplisitas elemennya sama dengan multiplisitas maksimum elemen tersebut pada himpunan  $P$  dan  $Q$ . Contoh:  $P = \{a, a, a, c, d, d\}$  dan  $Q = \{a, a, b, c, c\}$ ,  $P \cup Q = \{a, a, a, b, c, c, d, d\}$
2.  $P \cap Q$  adalah suatu multiset yang multiplisitas elemennya sama dengan multiplisitas minimum elemen tersebut pada himpunan  $P$  dan  $Q$ . Contoh:  $P = \{a, a, a, c, d, d\}$  dan  $Q = \{a, a, b, c, c\}$ ,  $P \cap Q = \{a, a, c\}$

3.  $P - Q$  adalah suatu multiset yang multiplisitas elemennya sama dengan:

- multiplisitas elemen tersebut pada  $P$  dikurangi multiplisitasnya pada  $Q$ , jika selisihnya positif
- 0, jika selisihnya nol atau negatif.

Contoh:  $P = \{a, a, a, b, b, c, d, d, e\}$  dan  $Q = \{a, a, b, b, b, c, c, d, d, f\}$  maka

$$P - Q = \{a, e\}$$

4.  $P + Q$ , yang didefinisikan sebagai jumlah (sum) dua buah himpunan ganda, adalah suatu multiset yang multiplisitas elemennya sama dengan penjumlahan dari multiplisitas elemen tersebut pada  $P$  dan  $Q$ .

Contoh:  $P = \{a, a, b, c, c\}$  dan  $Q = \{a, b, b, d\}$ ,

$$P + Q = \{a, a, a, b, b, b, c, c, d\}$$

# SET DALAM BAHASA PYTHON



- Bahasa Python menyediakan struktur data untuk set beserta operasi-operasinya.
- Membuat himpunan kosong dengan set constructor:

# Membuat himpunan kosong dengan set constructor:

```
set1 = set()  
set2 = set([])
```

- Membuat sebuah himpunan dengan set constructor atau notasi { }

```
# Membuat sebuah himpunan dengan set constructor atau notasi
buah = {"apel", "pisang", "mangga"}
print(buah)
```

```
angka = set([1, 2, 3, 4, 5])
print(angka)
```

```
set3 = {x for x in 'matematika'}
print(set3)
```

```
{'mangga', 'apel', 'pisang'}
```

```
{1, 2, 3, 4, 5}
```

```
{'e', 'a', 'i', 'm', 'k', 't'}
```



```
# menambah elemen baru 'y'  
set3.add('y')  
print(set3)
```

```
{'e', 'a', 'i', 'm', 'k', 't', 'y'}
```

```
# menghapus elemen 'a'  
set3.remove('a')  
print(set3)
```

```
{'e', 'i', 'm', 'k', 't', 'y'}
```

```
# mengambil elemen teratas  
set3.pop()
```

```
'e'
```

[https://colab.research.google.com/drive/1daplfZozQJI\\_25yNiOeuyXPm4kbXYT1X?usp=sharing](https://colab.research.google.com/drive/1daplfZozQJI_25yNiOeuyXPm4kbXYT1X?usp=sharing)

