

# HIMPUNAN

SEVI **NURAFNI**

BAHAN KULIAH MATEMATIKA DISKRIT  
PROGRAM STUDI SISTEM INFORMASI

[GITHUB.COM/SEVINURAFNI/FSI315](https://github.com/sevinurafni/FSI315)

# DEFINISI HIMPUNAN

- Himpunan (set) adalah sekumpulan objek yang tak-terurut dan berbeda satu sama lain.
- Objek di dalam himpunan disebut elemen, unsur, atau anggota.
- Contoh:
  - HMSI adalah sebuah himpunan mahasiswa, anggota di dalamnya adalah mahasiswa Prodi SI. Tiap mahasiswa di dalam HMSI berbeda satu sama lain.
  - Satu set komputer desktop terdiri dari CPU, monitor, dan keyboard

- Perhatikan bedanya:

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow$  Himpunan (set)

$\{1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 6\} \rightarrow$  Himpunan-ganda (multi-set)  $\rightarrow$  perluasan konsep set

$\rightarrow$  Ada elemen yang berulang (ganda)

$\rightarrow$  Dibahas dalam sub-bab tersendiri

- Urutan elemen di dalam himpunan tidak penting  $\{a, b, c, d\} = \{d, b, a, c\} = \{c, a, d, b\}$
- Perulangan elemen hanya dihitung satu kali, kecuali jika disebut sebagai multiset

$\{1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- Setiap elemen di dalam himpunan tidak harus berkorelasi satu sama lain, yang penting BERBEDA satu sama lain  $\{56, \text{Rp3000}, \text{Amir}, \text{cacing}, \text{Silver Queen}, -45^\circ \text{C}, \text{paku}\}$

# CARA PENYAJIAN HIMPUNAN

Enumerasi Setiap anggota himpunan didaftarkan secara rinci.  
Himpunan ditulis dengan huruf kapital.

Contoh 1.

- Himpunan lima bilangan asli pertama:  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .
- Himpunan lima huruf vocal:  $B = \{a, i, u, e, o\}$ .
- $C = \{\text{kucing, a, Amir, 10, paku, kaos jersey}\}$
- $R = \{1, 2, \{1, 2, 3\}, \{1, 3\}\}$
- $C = \{a, \{a\}, \{\{a\}\}\}$
- $K = \{\{\}\}$
- Himpunan bilangan bulat kurang dari 100:  $\{1, 2, \dots, 99\}$
- Himpunan bilangan bulat:  $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ .

## Keanggotaan

$x \in A$  :  $x$  merupakan anggota himpunan  $A$ ;

$x \notin A$  :  $x$  bukan merupakan anggota himpunan  $A$ .

- Contoh 2. Misalkan:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, R = \{a, b, \{a, b, c\}, \{a, c\}\}$$

$$K = \{\{\}\}$$

maka

- $3 \in A$
- $\{a, b, c\} \in R$
- $c \notin R$
- $\{\} \in K$
- $\{\} \notin R$

## 2. Simbol-simbol Baku

$N$  = himpunan bilangan asli (natural) =  $\{ 1, 2, \dots \}$  \*

$Z$  = himpunan bilangan bulat =  $\{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$

$P = Z^+ =$  himpunan bilangan bulat positif =  $\{1, 2, 3, \dots\}$

$Q$  = himpunan bilangan rasional =  $\{p/q \mid p, q \in Z \text{ dan } q \neq 0\}$

Contoh bilangan rasional:  $-3/4, -4/5, 2/3, 1/2$ , dst

$R$  = himpunan bilangan riil

$R^+ =$  himpunan bilangan riil positif

$C$  = himpunan bilangan kompleks =  $\{a + bi \mid a, b \in R\}$

Himpunan yang universal: semesta pembicaraan, disimbolkan dengan  $U$  atau  $S$ .

Contoh: Misalkan  $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$  dan  $A$  adalah himpunan bagian dari  $U$ , dengan  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ .

\* Sebagian literatur ada yang menyebutkan bilangan asli dimulai dari 0

- Di dalam bahasa pemrograman tipe data atau type mengacu pada nama sebuah himpunan beserta operasi yang dapat dilakukan pada objek di dalam himpunan tersebut.
- Sebagai contoh dalam Bahasa C:
  - tipe data char adalah himpunan bilangan bulat  $\{0, 1, 2, \dots, 255\}$
  - tipe data int adalah himpunan bilangan bulat
    - jika 2 byte:  $\{-32768, -32767, \dots, -1, 0, 1, \dots, 32767\}$
    - jika 4 byte:  $-2,147,483,648$  sampai  $2,147,483,647$
  - tipe data unsigned int  $\{0, 1, 2, \dots, 65535\}$
- Operasi aritmetika yang dapat dilakukan pada tipe data di atas adalah  $+$ ,  $-$ ,  $*$ , *div*, *mod*

### 3. Notasi Pembentuk Himpunan (**set builder**)

- Notasi:  $\{ x \mid \text{syarat yang harus dipenuhi oleh } x \}$
- Contoh 4.
  - i.*  $A$  adalah himpunan bilangan bulat positif kecil dari 5 ditulis sebagai  
 $A = \{ x \mid x \text{ adalah bilangan bulat positif lebih kecil dari } 5 \}$  atau  
 $A = \{ x \mid x \in \mathbb{Z}^+, x < 5 \} = \{1, 2, 3, 4\}$
  - i.*  $M = \{ x \mid x \text{ adalah mahasiswa yang mengambil kuliah FSI315} \}$
  - ii.*  $P = \{ (x, y) \mid 3x + 4y \leq 24, x \geq 0, y \geq 0, x \text{ dan } y \in \mathbb{R} \}$



#### 4. Diagram Venn

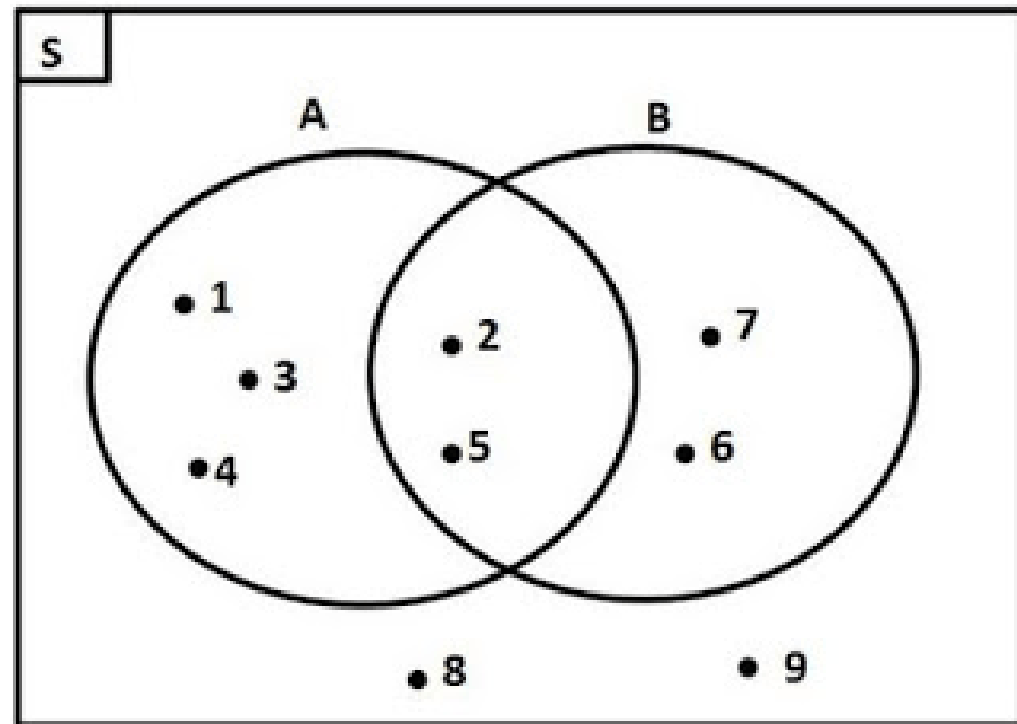
Contoh 5. Misalkan

$U = \{1, 2, \dots, 7, 8, 9\}$ ,

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  dan

$B = \{2, 5, 6, 7\}$ .

Diagram Venn:



# KARDINALITAS

Jumlah elemen berbeda di dalam  $A$  disebut kardinal dari himpunan  $A$ .

Notasi:  $n(A)$  atau  $|A|$

Contoh 6.

(i)  $B = \{ x \mid x \text{ merupakan bilangan prima lebih kecil dari } 20 \}$ , atau

$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$  maka  $|B| = n(B) = 8$

(ii)  $T = \{\text{kucing, a, Amir, 10, paku, laptop}\}$ , maka  $|T| = 6$

(iii)  $M = \{a, b, a, a, b, b, c, c, d\}$ , maka  $|M| = 4$

(iv)  $A = \{2, \{2, 3\}, \{4\}, 6, \{\{7\}\}\}$ , maka  $|A| = 5$

(v)  $C = \{ x \mid x \text{ adalah akar riil dari } x^2 + 1 = 0 \}$ , maka  $|C| = 0$

(vi)  $D = \{ x \in N \mid x < 5000 \}$ , maka  $|D| = 4999$

(vii)  $E = \{ x \in N \mid x \geq 5000 \}$ , maka  $|E|$  tak berhingga

# HIMPUNAN KOSONG (NULL SET)

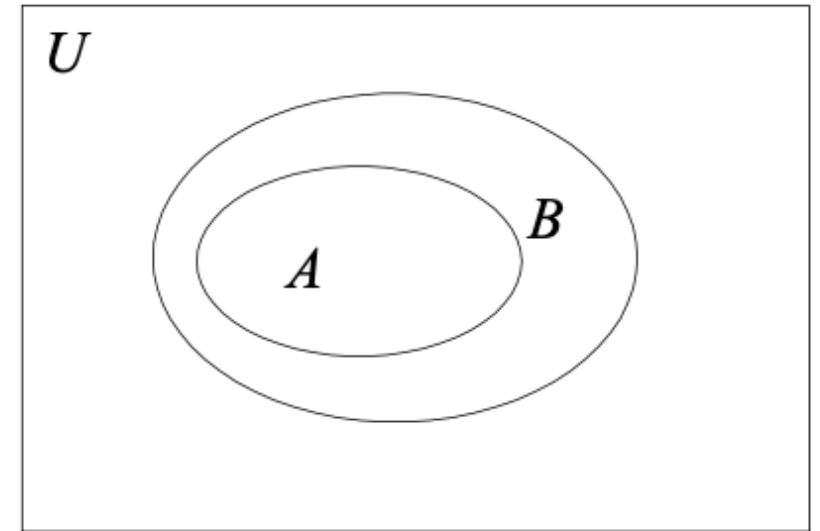
- Himpunan dengan kardinal = 0 disebut himpunan kosong (null set).
- Notasi :  $\emptyset$  atau  $\{\}$

Contoh 7.

- (i)  $E = \{x \mid x < x\}$ , maka  $n(E) = 0$
  - (ii)  $P = \{\text{orang Indonesia yang pernah ke bulan}\}$ , maka  $n(P) = 0$
  - (iii)  $A = \{x \mid x \text{ adalah akar riil persamaan kuadrat } x^2 + 1 = 0\}$ ,  $n(A) = 0$
- 
- himpunan  $\{\{\}\}$  dapat juga ditulis sebagai  $\{\emptyset\}$
  - himpunan  $\{\{\}, \{\{\}\}\}$  dapat juga ditulis sebagai  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - $\{\emptyset\}$  bukan himpunan kosong karena ia memuat satu elemen yaitu  $\emptyset$ .

# HIMPUNAN BAGIAN (SUBSET)

- Notasi:  $A \subseteq B$
- Defenisi: Himpunan  $A$  dikatakan himpunan bagian dari himpunan  $B$  jika dan hanya jika setiap elemen  $A$  merupakan elemen dari  $B$ .
- Secara formal:  $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \rightarrow x \in B)$
- $A$  adalah subset dari  $B$ . Dalam hal ini,  $B$  dikatakan superset dari  $A$ , ditulis  $B \supseteq A$



- Contoh 8

i.  $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ii.  $\{\{1, 2, 3\}\} \subseteq \{1, 2, 3\}$

iii.  $N \subseteq Z \subseteq R \subseteq C$

iv. Jika  $A = \{(x, y) \mid x + y < 4, x \geq 0, y \geq 0\}$  dan  $B = \{(x, y) \mid 2x + y < 4, x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0\}$ , maka  $B \subseteq A$ .

v.  $A = \{3, 9\}$ ,  $B = \{5, 9, 1, 3\}$ ,  $A \subseteq B$ ? Benar

vi.  $A = \{3, 3, 3, 9\}$ ,  $B = \{5, 9, 1, 3\}$ ,  $A \subseteq B$ ? Salah

vii.  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ ,  $A \subseteq B$ ? Benar

- Perhatikan bahwa untuk sembarang himpunan tidak kosong  $A$  berlaku:

$$\emptyset \subseteq A$$

$$A \subseteq A$$

- Jadi, setiap himpunan tidak kosong dijamin memiliki paling sedikit 2 buah himpunan bagian
- $\emptyset$  dan  $A$  disebut himpunan bagian tak-sebenarnya (improper subset) dari  $A$ .
- Contoh:  $A = \{1, 2, 3\}$ , semua himpunan bagian dari  $A$  adalah  $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$ 
  - $\{1, 2, 3\}$  dan  $\emptyset$  adalah improper subset dari  $A$ .
  - $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$  adalah proper subset dari  $A$
- $A$  dikatakan himpunan bagian sejati (proper subset) dari  $B$  jika:
  - i. setiap elemen dari  $A$  juga elemen dari  $B$ , dan
  - ii. sekurang-kurangnya ada satu elemen di  $B$  yang tidak ada di  $A$

- Perhatikan bahwa penulisan  $A \subseteq B$  berbeda dengan  $A \subset B$
- 1)  $A \subset B$  : digunakan untuk menekankan bahwa  $A$  adalah himpunan bagian dari  $B$  tetapi  $A \neq B$ .
    - $A$  disebut himpunan bagian sejati (proper subset) dari  $B$ .
    - Contoh:  $\{1\}$  dan  $\{2, 3\}$  adalah proper subset dari  $\{1, 2, 3\}$   
Jadi,  $\{1\} \subset \{1, 2, 3\}$ ,  $\{2, 3\} \subset \{1, 2, 3\}$
  - 1)  $A \subseteq B$  : digunakan untuk menekankan bahwa  $A$  adalah himpunan bagian dari  $B$  yang memungkinkan  $A = B$ .
    - Contoh:  $\{1, 2, 3\} \subseteq \{ \text{himpunan bilangan asli} < 4 \}$
    - $\{1, 2, 3\}$  adalah improper subset dari  $\{ \text{himpunan bilangan asli} < 4 \}$

# LATIHAN

1. Misalkan  $A = \{5\}$  dan  $B = \{5, \{5\}\}$ .

(a) Apakah  $A \subseteq B$ ? Jelaskan!

(b) Apakah  $A \in B$ ? Jelaskan!

(c) Apakah  $A$  adalah himpunan bagian sebenarnya (proper subset) dari  $B$ ?

2. Didefinisikan  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , dan  $E$  sebagai berikut:

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 2, \{2\}, \{\{4\}\}\}$ ,

$C = \{1, \{1, 2\}, \{\{1, 2, 3\}\}\}$ ,  $D = \{1, 2, 2, 1\}$ .

Untuk tiap  $W$ ,  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  yang didefinisikan di bawah ini, nyatakan apakah ia adalah elemen atau himpunan bagian dari tiap-tiap himpunan  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ .

$W = \{1, 3, 5\}$   $X = \{1, 2, 3\}$   $Y = \{4\}$   $Z = \{2\}$

3. Tentukan apakah pernyataan di bawah ini benar atau salah:

(a)  $\{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset\}$

(b)  $\emptyset \in \{\emptyset\}$

(c)  $\{\emptyset\} \in \{\emptyset\}$

(d)  $\{a, b\} \subseteq \{a, b, \{\{a, b\}\}\}$

(e) Jika  $A \subseteq B$  dan  $B \in C$ , maka  $A \in C$

(f) Jika  $A \in B$  dan  $B \subseteq C$ , maka  $A \in C$ .

(g) Jika  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ , maka  $\emptyset \in 2A$

(h) Jika  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ , maka  $\{\{\emptyset\}\} \subseteq 2A$



# HIMPUNAN YANG SAMA

- Defenisi:  $A = B$  jika dan hanya jika setiap elemen  $A$  merupakan elemen  $B$  dan sebaliknya setiap elemen  $B$  merupakan elemen  $A$ .
- $A = B$  jika  $A$  adalah himpunan bagian dari  $B$  dan  $B$  adalah himpunan bagian dari  $A$ . Jika tidak demikian, maka  $A \neq B$ .
- • Notasi :  $A = B \leftrightarrow A \subseteq B$  dan  $B \subseteq A$

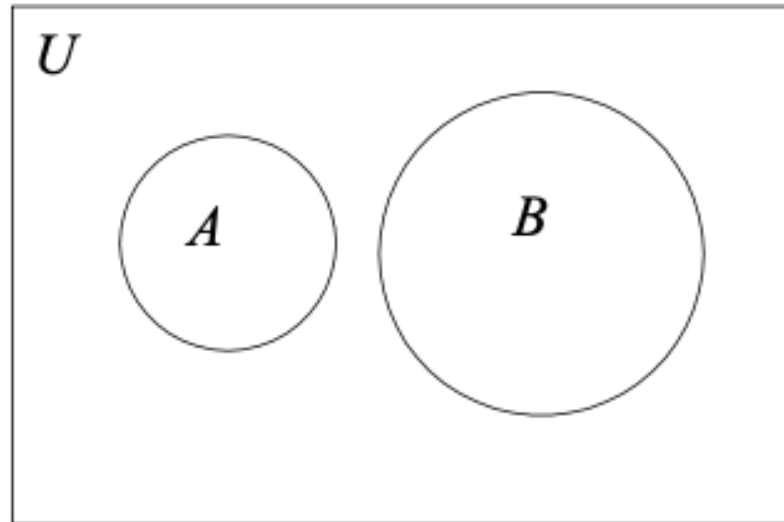
### Contoh 9.

- (i) Jika  $A = \{0, 1\}$  dan  $B = \{x \mid x(x - 1) = 0\}$ , maka  $A = B$
  - (ii) Jika  $A = \{3, 5, 8\}$  dan  $B = \{5, 3, 8\}$ , maka  $A = B$
  - (iii) Jika  $A = \{3, 5, 5, 5, 8, 8\}$  dan  $B = \{5, 3, 8\}$ , maka  $A = B$
  - (iv) Jika  $A = \{3, 5, 8, 5\}$  dan  $B = \{3, 8\}$ , maka  $A \neq B$
  - (iv) Jika  $A = \{\text{anjing, kucing, kuda}\}$ ,  $B = \{\text{kucing, kuda, tupai, anjing}\}$ , maka  $A \neq B$
- 
- Untuk tiga buah himpunan,  $A, B$ , dan  $C$  berlaku aksioma berikut:
    - (a)  $A = A$ ,  $B = B$ , dan  $C = C$
    - (b) jika  $A = B$ , maka  $B = A$
    - (c) jika  $A = B$  dan  $B = C$ , maka  $A = C$

# HIMPUNAN YANG EKIVALEN

- Defenisi: Himpunan  $A$  dikatakan ekivalen dengan himpunan  $B$  jika dan hanya jika kardinal dari kedua himpunan tersebut sama.
- Notasi :  $A \sim B \leftrightarrow |A| = |B|$
- Contoh 10. Misalkan  $A = \{ 1, 3, 5, 7 \}$  dan  $B = \{ a, b, c, d \}$ , maka  $A \sim B$
- sebab  $|A| = |B| = 4$

# HIMPUNAN SALING LEPAS



- Defenisi: Dua himpunan A dan B dikatakan saling lepas (disjoint) jika keduanya tidak memiliki elemen yang sama.
- Notasi :  $A // B$
- Diagram Venn
- Contoh 11. Jika  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  dan  $B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ , maka  $A // B$ .

# HIMPUNAN KUASA

- Defenisi: Himpunan kuasa (power set) dari himpunan  $A$  adalah himpunan yang elemennya adalah semua himpunan bagian dari  $A$ .
- Notasi:  $P(A)$  atau  $2A$
- Jika  $|A| = m$ , maka  $|P(A)| = 2^m$
- Contoh 12.
- Jika  $A = \{1, 2\}$ , maka  $P(A) = 2A = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ , dan  $|P(A)| = 2^2 = 4$
- Contoh 13.
- Himpunan kuasa dari himpunan kosong adalah  $P(\emptyset) = \{\emptyset\}$ , dan himpunan kuasa dari himpunan  $\{\emptyset\}$  adalah  $P(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ .