



# Logika (Logic)

Sevi **Nurafni**

Bahan Kuliah Matematika

Diskrit

Program Studi Sistem Informasi

# Logika

---

Logika adalah ilmu yang membantu kita dalam berpikir dan menalar (reasoning)

---

Menalar artiya mencapai Kesimpulan dari berbagai pernyataan

Perhatikan argument di bawah ini:

Jika anda mahasiswa Informatika maka anda tidak sulit belajar Bahasa Java. Jika anda tidak suka begadang maka anda bukan mahasiswa Informatika. Tetapi, anda sulit belajar Bahasa Java dan anda tidak suka begadang. Jadi, anda bukan mahasiswa Informatika

Apakah penarikan kesimpulan dari argumen di atas valid?

Alat bantu untuk memahami argumen tsb adalah Logika

- Perhatikan urutan pernyataan di bawah ini:

Indra, Ical, Parry adalah sekelompok pembunuh. Mereka tertangkap dan sedang diinterogasi oleh polisi dengan poligraph:

Indra berkata : “Ical bersalah dan Parry tidak bersalah”

Ical berkata : “Jika indra bersalah maka Parry bersalah”

Parry berkata : “Saya tidak bersalah, tetapi Ical atau Indra bersalah”.

Tentukan siapa sajakah yang bersalah bila tes poligraph menunjukkan bahwa Ical telah berbohong, sementara kedua temannya mengatakan kebenaran!

Alat bantu untuk menjawab pertanyaan ini adalah adalah Logika



Contoh:

```
if x > y then  
  begin  
    temp:=x;  
    x:=y;  
    y:=temp;  
  end;
```

Bahkan, logika  
adalah pondasi  
dasar algoritma  
dan  
pemrograman.



# Proposisi

---

Logika didasarkan pada pada hubungan antara kalimat atau pernyataan (statement).

---

Hanya kalimat yang bernilai benar atau salah saja yang menjadi tinjauan → proposisi

---

Proposisi: pernyataan yang bernilai benar (true) atau salah (false), tetapi tidak keduanya.

## Contoh-contoh proposisi:

- Gajah lebih besar daripada tikus (**benar**)
- $520 < 111$  (**salah**)
- Sekarang tahun 2024 dan  $99 < 50$  (**salah**)
- $x + y = y + x$  untuk semua  $x, y \in \mathbb{R}$  (**benar**)

## Bukan proposisi:

- Tolong tutup jendela itu! (**kalimat perintah**)
- Jam berapa kuliah Matdis? (**kalimat tanya**)
- $x > 10$  (**kalimat terbuka**)
- $y = 2x + 5$  (**kalimat terbuka**)

Kesimpulan: Proposisi adalah kalimat berita



Proposisi dilambangkan  
dengan huruf kecil  $p, q, r, \dots$

Contoh:

$p$  : 13 adalah bilangan ganjil.

$q$  : Soekarno adalah alumnus  
UGM.

$r$  :  $2 + 2 = 4$

# Bentuk-bentuk Proposisi

Proposisi dapat dinyatakan dalam empat bentuk:

1. Proposisi atomik
2. Proposisi majemuk
3. Implikasi
4. Bi-implikasi

# Proposisi Atomik

Proposisi Tunggal

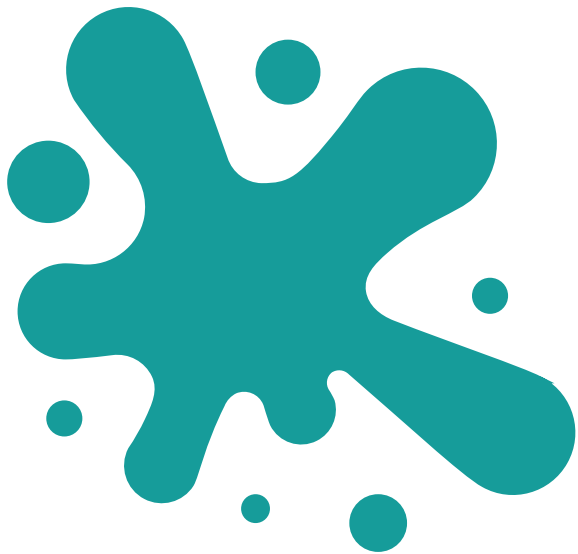
Contoh:

- Sistem Informasi dibentuk tahun 1982
- $2n$  selalu genap untuk  $n = 0, 1, 2, \dots$
- Ibukota Maluku Utara adalah Ternate

# Proposisi Majemuk

- Misalkan  $p$  dan  $q$  adalah proposisi atomik.
- Ada empat macam proposisi majemuk:
  1. Konjungsi (conjunction):  $p$  dan  $q$   
Notasi  $p \wedge q$ ,
  2. Disjungsi (disjunction):  $p$  atau  $q$   
Notasi:  $p \vee q$ ,
  3. Ingkaran (negation) dari  $p$ : tidak  $p$   
Notasi:  $\sim p$
  4. Disjungsi eksklusif:  $p$  atau  $q$  tapi bukan keduanya  
Notasi:  $p \oplus q$

# Contoh- contoh proposisi Majemuk



$p$  : Hari ini hujan

$q$  : Siswa masuk sekolah

$p \wedge q$  : Hari ini hujan dan siswa tetap masuk sekolah

semakna dengan

(i) Hari ini hujan namun siswa masuk sekolah

(ii) Hari ini hujan tetapi siswa masuk sekolah  $\square$

$\sim p$  : Tidak benar hari ini hujan

semakna dengan

Hari ini tidak hujan

$p$  : Pemilih dalam Pilkada harus berusia 17 tahun

$q$  : Pemilih dalam Pilkada sudah menikah

$p \vee q$ : Pemilih dalam Pilkada harus berusia 17 tahun atau sudah menikah

**Latihan. Diketahui proposisi-proposisi berikut:**

$p$  : Pemuda itu tinggi

$q$  : Pemuda itu tampan

Nyatakan dalam bentuk simbolik:

- (a) Pemuda itu tinggi dan tampan
- (b) Pemuda itu tinggi tapi tidak tampan
- (c) Pemuda itu tidak tinggi maupun tampan



# Tabel Kebenaran

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p$	$q$	$p \vee q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T
F	T	F	F	T	T
F	F	F	F	F	F



# Disjungsi Eksklusif


Kata “atau” (*or*) dalam operasi logika digunakan dalam salah satu dari dua cara:



## 1. Inclusive *or*

“atau” berarti “p atau q atau keduanya”

Contoh: “Tenaga IT yang dibutuhkan harus menguasai Bahasa C++ atau Java”.



## 2. Exclusive *or*

“atau” berarti “p atau q tetapi bukan keduanya”.

Contoh: “Ia dihukum 5 tahun atau denda 10 juta”.

# Tabel Kebenaran

$p$	$q$	$p \oplus q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

- Operator logika disjungsi eksklusif: *xor*
- Notasi:  $\oplus$

- Nilai kebenaran proposisi majemuk dapat ditentukan dengan menggunakan “tabel kebenaran”
- Contoh proposisi majemuk  $(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge r)$

## Tabel kebenaran

$p$	$q$	$r$	$p \wedge q$	$\sim q$	$\sim q \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge r)$
T	T	T	T	F	F	T
T	T	F	T	F	F	T
T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	F	F	F	F
F	T	F	F	F	F	F
F	F	T	F	T	T	T
F	F	F	F	T	F	F

Proposisi majemuk  
disebut **tautologi** jika ia  
benar untuk semua  
kemungkinan kasus

Proposisi majemuk  
disebut **kontradiksi** jika  
ia salah untuk semua  
kemungkinan kasus.

$p \vee \sim(p \wedge q)$  adalah sebuah tautologi

$p$	$q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$p \vee \sim(p \wedge q)$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	F	T	T
F	F	F	T	T

$(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$  adalah sebuah kontradiksi

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$
T	T	T	F	F	<b>F</b>
T	F	F	T	F	<b>F</b>
F	T	F	T	F	<b>F</b>
F	F	F	F	T	<b>F</b>

- Dua buah proposisi majemuk,  $P(p, q, \dots)$  dan  $Q(p, q, \dots)$  disebut **ekivalen** secara logika jika keduanya mempunyai tabel kebenaran yang identik.
- Notasi:  $P(p, q, \dots) \Leftrightarrow Q(p, q, \dots)$

Contoh. Hukum De Morgan  $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$

$p$	$q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T	T

# Hukum-hukum Logika

Disebut juga hukum-hukum aljabar proposisi.

1. Hukum identitas: <ul style="list-style-type: none"><li>- <math>p \vee \mathbf{F} \Leftrightarrow p</math></li><li>- <math>p \wedge \mathbf{T} \Leftrightarrow p</math></li></ul>	2. Hukum <i>null</i> /dominasi: <ul style="list-style-type: none"><li>- <math>p \wedge \mathbf{F} \Leftrightarrow \mathbf{F}</math></li><li>- <math>p \vee \mathbf{T} \Leftrightarrow \mathbf{T}</math></li></ul>
3. Hukum negasi: <ul style="list-style-type: none"><li>- <math>p \vee \sim p \Leftrightarrow \mathbf{T}</math></li><li>- <math>p \wedge \sim p \Leftrightarrow \mathbf{F}</math></li></ul>	4. Hukum idempoten: <ul style="list-style-type: none"><li>- <math>p \vee p \Leftrightarrow p</math></li><li>- <math>p \wedge p \Leftrightarrow p</math></li></ul>
5. Hukum involusi (negasi ganda): <ul style="list-style-type: none"><li>- <math>\sim(\sim p) \Leftrightarrow p</math></li></ul>	6. Hukum penyerapan (absorpsi): <ul style="list-style-type: none"><li>- <math>p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p</math></li><li>- <math>p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p</math></li></ul>



<p>7. Hukum komutatif:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>p \vee q \Leftrightarrow q \vee p</math></li> <li>- <math>p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p</math></li> </ul>	<p>8. Hukum asosiatif:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r</math></li> <li>- <math>p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r</math></li> </ul>
<p>9. Hukum distributif:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)</math></li> <li>- <math>p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)</math></li> </ul>	<p>10. Hukum De Morgan:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q</math></li> <li>- <math>\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q</math></li> </ul>

**Latihan.** Tunjukkan bahwa  $p \vee \sim(p \vee q) \Leftrightarrow p \vee \sim q$

Latihan. Tunjukkan bahwa  $p \vee \sim(p \vee q) \Leftrightarrow p \vee \sim q$

Penyelesaian

$$\begin{aligned} p \vee \sim(p \vee q) &\Leftrightarrow p \vee (\sim p \wedge \sim q) && \text{(Hukum De Morgan)} \\ &\Leftrightarrow (p \vee \sim p) \wedge (p \vee \sim q) && \text{(Hukum distributif)} \\ &\Leftrightarrow T \wedge (p \vee \sim q) && \text{(Hukum negasi)} \\ &\Leftrightarrow p \vee \sim q && \text{(Hukum identitas)} \end{aligned}$$

# Implikasi

- Disebut juga proposisi bersyarat
- Bentuk proposisi: “jika  $p$ , maka  $q$ ”
- Notasi:  $p \rightarrow q$
- $p$  disebut hipotesis, antesenden, premis, atau kondisi
- $q$  disebut konklusi (atau konsekuen).

# Contoh-contoh Implikasi

- a. Jika saya lulus ujian, maka saya mendapat hadiah motor dari Ayah
- b. Jika suhu mencapai 80 °C, maka alarm akan berbunyi
- c. Jika anda tidak mendaftar ulang, maka anda dianggap mengundurkan diri

**Tabel Kebenaran Implikasi**

$p$	$q$	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

- Perhatikan bahwa dalam implikasi yang dipentingkan nilai kebenaran premis dan konsekuen, bukan hubungan sebab dan akibat diantara keduanya.
- Beberapa implikasi di bawah ini valid meskipun secara bahasa tidak mempunyai makna:
  - “Jika  $1 + 1 = 2$  maka Paris ibukota Perancis”
  - “Jika  $n$  bilangan bulat maka hari ini hujan”

Berbagai sintaks kalimat yang mengekspresikan implikasi  $p \rightarrow q$ :

- Jika  $p$ , maka  $q$  (if  $p$ , then  $q$ )
- Jika  $p, q$  (if  $p, q$ )
- $p$  mengakibatkan  $q$  ( $p$  implies  $q$ )
- $q$  jika  $p$  ( $q$  if  $p$ )
- $p$  hanya jika  $q$  ( $p$  only if  $q$ )
- $p$  syarat cukup untuk  $q$  ( $p$  is sufficient condition for  $q$ )
- $q$  syarat perlu bagi  $p$  ( $q$  is necessary condition for  $q$ )
- $q$  bilamana  $p$  ( $q$  whenever  $p$ )
- $q$  mengikuti dari  $p$  ( $q$  follows from  $p$ )



Contoh. Proposisi-proposisi berikut adalah implikasi dalam berbagai bentuk:

- Jika hari hujan, maka tanaman akan tumbuh subur.
- Jika tekanan gas diperbesar, mobil melaju kencang.
- Es yang mencair di kutub mengakibatkan permukaan air laut naik.
- Orang itu mau berangkat jika ia diberi ongkos jalan. 5
- Ahmad bisa mengambil matakuliah Teori Bahasa Formal hanya jika ia sudah lulus matakuliah Matematika Diskrit.
- Syarat cukup agar pom bensin meledak adalah percikan api dari rokok.
- Syarat perlu bagi Indonesia agar ikut Piala Dunia adalah dengan mengontrak pemain asing kenamaan.
- Banjir bandang terjadi bilamana hutan ditebangi.

Latihan.

Ubahlah proposisi di bawah ini dalam bentuk standard “jika  $p$  maka  $q$ ”:

- 1) Syarat cukup agar pom bensin meledak adalah percikan api dari rokok.
- 2) 2) Syarat perlu bagi Indonesia agar ikut Piala Dunia adalah dengan mengontrak pemain asing kenamaan.

## Jawaban

- 1) Syarat cukup agar pom bensin meledak adalah percikan api dari rokok.

Ingat:  $p \rightarrow q$  dapat dibaca  $p$  syarat cukup untuk  $q$

Susun sesuai format:

Percikan api dari rokok adalah syarat cukup agar pom bensin meledak.

Identifikasi proposisi atomik:

$p$  : Api memercik dari rokok

$q$  : Pom bensin meledak

Notasi standard: Jika  $p$ , maka  $q$

Jika api memercik dari rokok, maka pom bensin meledak.

2) Syarat perlu bagi Indonesia agar ikut Piala Dunia adalah dengan mengontrak pemain asing kenamaan.

Ingat:  $p \rightarrow q$  dapat dibaca  $q$  syarat perlu untuk  $p$

Susun sesuai format:

Mengontrak pemain asing kenamaan adalah syarat perlu bagi Indonesia agar ikut Piala Dunia

Identifikasi proposisi atomik:

$q$ : Indonesia mengontrak pemain asing kenamaan

$p$ : Indonesia ikut Piala Dunia

Notasi standard: Jika  $p$ , maka  $q$

Jika Indonesia ikut Piala Dunia, maka Indonesia mengontrak pemain asing kenamaan.

# Bi-implikasi

- Bentuk proposisi: “ $p$  jika dan hanya jika  $q$ ”
- Notasi:  $p \leftrightarrow q$

$p$	$q$	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

---

Contoh. Proposisi  
majemuk berikut  
adalah bi-implikasi:

$1 + 1 = 2$  jika dan hanya jika  $2 + 2 = 4$ .

---

Syarat cukup dan syarat perlu agar hari hujan adalah kelembaban udara tinggi.

---

Jika anda orang kaya maka anda mempunyai banyak uang, dan sebaliknya.

---

Bandung terletak di Jawa Barat iff Jawa Barat adalah sebuah propinsi di Indonesia.

---