

Tugas Kelompok menghitung ulang secara manual contoh soal Y, X1, X2, X3 dan membandingkan dengan hasil sintak dari R



Dosen Pengampu : Sevi Nurafni S.T., M.Si., M.Sc

Disusun Oleh :

Silvi Nurinsan (2C2220006)

M Kamal Shidiq (2C2220003)

Herodia Mahwil (2C2220015)

Program Studi Sains Data | Fakultas Sains & Teknologi

Universitas Koperasi Indonesia

1. Hitung ulang secara manual contoh soal Y, X1, X2, X3 (Modul 4.2)
2. Bandingkan dengan hasil dari R

Contoh:
 Dari hasil penelitian diperoleh data sebagai berikut:

Y	X ₁	X ₂	X ₃
25.5	1.74	5.3	10.8
31.2	6.32	5.42	9.4
25.9	6.22	8.41	7.2
38.4	10.52	4.63	8.5
18.4	1.19	11.6	9.4
26.7	1.22	5.85	9.9
26.4	4.1	6.62	8
25.9	6.32	8.72	9.1
32	4.08	4.42	8.7
32	4.08	4.42	8.7
25.2	4.15	7.6	9.2
39.7	10.15	4.83	9.4
35.7	1.72	3.12	7.6
26.5	1.7	5.3	8.2

Persamaan regresi Y atas a:

$$(Y^T Y) = \begin{bmatrix} 25.5 & 31.2 & 25.9 & 38.4 & 18.4 & 26.7 & 26.4 & 25.9 & 32 & 32 & 25.2 & 39.7 & 35.7 & 26.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25.5 \\ 31.2 \\ 25.9 \\ 38.4 \\ 18.4 \\ 26.7 \\ 26.4 \\ 25.9 \\ 32 \\ 32 \\ 25.2 \\ 39.7 \\ 35.7 \\ 26.5 \end{bmatrix}$$

11.400,15 ←

$$(X^T X) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1.74 & 6.32 & 6.22 & 10.52 & 1.19 & 1.22 & 4.1 & 6.32 & 4.08 & 4.15 & 10.15 & 1.72 & 1.7 \\ 5.3 & 5.42 & 8.41 & 4.63 & 11.6 & 5.85 & 6.62 & 8.72 & 4.42 & 7.6 & 4.83 & 3.12 & 5.3 \\ 10.8 & 9.4 & 7.2 & 8.5 & 9.4 & 9.9 & 8 & 9.1 & 8.7 & 9.2 & 9.4 & 7.6 & 8.2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 13 & 59.43 & 81.82 & 115.14 \\ 59.43 & 394.755 & 360.641 & 522.078 \\ 81.82 & 360.641 & 576.744 & 728.31 \\ 115.14 & 522.078 & 728.31 & 1033.09 \end{bmatrix}^{-1}$$

←

1	1.74	5.3	10.8
1	6.32	5.42	9.4
1	6.22	8.41	7.2
1	10.52	4.63	8.5
1	1.19	11.6	9.4
1	1.22	5.85	9.9
1	4.1	6.62	8
1	6.32	8.72	9.1
1	4.08	4.42	8.7
1	4.15	7.6	9.2
1	10.15	4.83	9.4
1	1.72	3.12	7.6
1	1.7	5.3	8.2

$$(X^T Y) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1,74 & 6,32 & 6,22 & 10,52 & 1,19 & 1,22 & 4,1 & 6,32 & 4,08 & 4,15 & 10,15 & 1,92 & 1 \\ 5,3 & 5,42 & 8,41 & 4,63 & 11,6 & 5,85 & 6,22 & 8,72 & 4,42 & 7,2 & 4,83 & 3,12 & 5,3 \\ 10,8 & 9,4 & 7,2 & 8,15 & 9,4 & 9,9 & 8 & 9,1 & 8,7 & 9,2 & 9,4 & 7,6 & 8,2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 377,5 \\ 1.877,567 \\ 2.246,661 \\ 3.337,780 \end{bmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} 25,5 \\ 31,2 \\ 25,9 \\ 38,4 \\ 18,4 \\ 26,7 \\ 26,4 \\ 25,9 \\ 32 \\ 25,2 \\ 39,7 \\ 35,7 \\ 26,5 \end{bmatrix}$$

$$\alpha = (X^T X)^{-1} (X^T Y)$$

$$= \begin{bmatrix} 13 & 59,43 & 81,82 & 115,4 \\ 59,43 & 394,7255 & 360,6621 & 522,078 \\ 81,82 & 360,6621 & 576,7264 & 728,31 \\ 115,4 & 522,078 & 728,31 & 1035,96 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 377,5 \\ 1.877,567 \\ 2.246,661 \\ 3.337,780 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,064794635 & -0,08259270531 & -0,09419511495 & -0,7905268759 \\ -0,08259270531 & 0,008479016238 & 0,001716687178 & 0,003720620321 \\ -0,09419511495 & 0,001716687178 & 0,01662942431 & -0,002063307812 \\ -0,7905268759 & 0,003720620321 & -0,002063307812 & 0,08860128617 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 39,15734995 \\ 1,01610041 \\ -1,861649203 \\ -0,3432604922 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 377,5 \\ 1.877,567 \\ 2.246,661 \\ 3.337,780 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya Persamaan Regresinya adalah

$$\hat{y} = 39,15734995 + 1,01610041 x_1 - 1,861649203 x_2 - 0,3432604922 x_3$$

Daftar Anova yg diperoleh :

Sumber Variasi	DK	JK	RJK
Regresi pada $\beta_1, \beta_2, \beta_3 \beta_0$	3	399,451	133,1504
Residual	9	38,6797	4,2977
Total	12	438,1308	

Untuk menguji apakah koefisien regresi mempunyai arti atau tidak, maka hipotesisnya adalah :

$$1). H_0: \beta_1 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0$$

$$2). H_0: \beta_2 = 0$$

$$H_1: \beta_2 \neq 0$$

$$3). H_0: \beta_3 = 0$$

$$H_1: \beta_3 \neq 0$$

Statistik uji yang adalah

$$t = \frac{\beta_j}{\sqrt{C(j+1) \cdot (j+1) \cdot s}}$$

$$1). t = \frac{1,0161}{\sqrt{0,00848 \cdot 2,0731}} = 5,32$$

$$2). t = \frac{-1,0616}{\sqrt{0,016629 \cdot 2,0731}} = -6,96$$

$$3). t = \frac{0,3433}{\sqrt{0,088601 \cdot 2,0731}} = -0,56$$

Selangkan $t_{0,05; 9} = 1,833$

Untuk 1 dan 2 H_0 ditolak, untuk 3 H_0 diterima, berarti koefisien regresi untuk x_3 tidak mempunyai arti, sehingga model regresinya menjadi :

$$\hat{y} = 39,15734595 + 1,01610041 x_1 - 1,061649203 x_2$$

B. Konfidensi Interval

Dengan menggunakan contoh sebelumnya, tentukan konfidensi interval 95% rata-rata respon bila $x_1 = 3, x_2 = 8, x_3 = 9$.

Penyederhanaan:

Persamaan regresi yg diperoleh adalah

$$\hat{y} = 39,15734995 + 1,01610011x_1 - 1,06164203x_2 - 0,343260126x_3$$

bila didistribusikan nilai $x_1 = 3, x_2 = 8, x_3 = 9$ diperoleh $\hat{y} = 24,2322$

$$x_0^T (X^T X)^{-1} x_0 = [1 \ 3 \ 8 \ 9]$$

$$\begin{bmatrix} 0,061794635 & -0,00259270531 & -0,09419511495 & -0,790560759 \\ -0,00259270531 & 0,008470816238 & 0,001716687178 & 0,003720020321 \\ -0,09419511495 & 0,001716687178 & 0,0662942431 & -0,002063307812 \\ -0,790560759 & 0,00372002031 & -0,002063307812 & 0,08860128617 \end{bmatrix}$$

$$= 0,1267 \quad \leftarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 8 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$s^2 = 4,2977 \quad \text{maka } s = 2,0731$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0,0025;9} = 2,262$$

maka konfidensi intervalnya adalah

$$24,2322 - 2,262(2,0731)\sqrt{0,1267} < \mu_y / x_{10}, x_{20}, \dots, x_{k0} < 24,2322 + 2,262(2,0731)\sqrt{0,1267}$$

atau

$$22,5633 < \mu_y / x_{10}, x_{20}, \dots, x_{k0} < 25,9011$$

Artinya dengan tingkat kepercayaan 95% dapat kita katakan bahwa nilai $\mu_y / 3, 8, 9$ ada diantara 22,5633 hingga 25,9011

Hasil Output menggunakan R :

```
Call:
lm(formula = Y ~ X1 + X2 + X3)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.8532 -1.4495 -0.3219  0.5919  3.2121

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  39.1573     5.8871   6.651 9.36e-05 ***
X1           1.0161     0.1909   5.323 0.000479 ***
X2          -1.8616     0.2673  -6.964 6.58e-05 ***
X3          -0.3433     0.6171  -0.556 0.591572
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.073 on 9 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9117,    Adjusted R-squared:  0.8823
F-statistic: 30.98 on 3 and 9 DF,  p-value: 4.496e-05
```