MAKALAH STUDI KASUS
"MENGERJAKAN ULANG SOAL MATERI REGRESI LINIER MULTIPLE BAGIAN PENGUJIAN HIPOTESIS DAN INTERVAL TAKSIRAN TENTANG KOEFISIEN REGRESI MULTIPLE RATA-RATA RESPON DAN NILAI RESPON TUNGGAL"

Makalah ini dibuat untuk memenuhi penilaian mata kuliah
Pengantar Model Linier semester 4

Dosen Pengampu :
Sevi Nurafni ST., M.Si., M.Sc.

Oleh :

Catherine Vanya P.	**2C2220008**
Mulyati Eka S.	**2C2220009**
Ester S.	**2C2220016**

PROGRAM STUDI S1 SAINS DATA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

A. Perhitungan Manual dengan Metode Statistika

No.

Date . .

Modul 4.2

Menghitung ulang secara manual contoh soal Y, X1, X2, X3

Dari hasil penelitian diperoleh data sebagai berikut :

Y	X1	X2	X3
25,5	1,74	5,3	10,8
31,2	6,32	5,42	0,4
25,0	6,22	8,41	7,2
38,4	10,52	4,63	8,5
18,4	1,10	11,6	0,4
26,7	1,22	5,85	0,0
26,4	4,1	6,62	8
25,0	6,32	8,72	0,1
32	4,08	4,42	8,7
25,2	4,15	7,6	0,2
30,7	10,15	4,83	0,4
35,7	1,72	3,12	7,6
26,5	1,7	5,3	8,2

Apakah koefisien regresi mempunyai arti atau tidak ?

Penyelesaian :

$$Y = \begin{bmatrix} 25,5 \\ 31,2 \\ 25,0 \\ 38,4 \\ 18,4 \\ 26,7 \\ 26,4 \\ 25,0 \\ 32 \\ 25,2 \\ 30,7 \\ 35,7 \\ 26,5 \end{bmatrix} \quad X123 = \begin{bmatrix} 1,74 & 5,3 & 10,8 \\ 6,32 & 5,42 & 0,4 \\ 6,22 & 8,41 & 7,2 \\ 10,52 & 4,63 & 8,5 \\ 1,10 & 11,6 & 0,4 \\ 1,22 & 5,85 & 0,0 \\ 4,1 & 6,62 & 8 \\ 6,32 & 8,72 & 0,1 \\ 4,08 & 4,42 & 8,7 \\ 4,15 & 7,6 & 0,2 \\ 10,15 & 4,83 & 0,4 \\ 1,72 & 3,12 & 7,6 \\ 1,7 & 5,3 & 8,2 \end{bmatrix}$$

No.

Date

$$(X^TY) = \begin{bmatrix} 25.5 & 31.2 & 25.0 & 38.4 & 18.4 & 26.7 & 26.4 & 25.0 & 32 & 25.2 & 30.7 & 35.7 & 26.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25.5 \\ 31.2 \\ 25.0 \\ 38.4 \\ 18.4 \\ 26.7 \\ 26.4 \\ 25.0 \\ 32 \end{bmatrix}$$

$$= 11400.15$$

$$(X^TX) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1.74 & 6.32 & 6.22 & 10.52 & 1.10 & 1.22 & 4.1 & 6.32 & 4.08 & 4.15 & 10.15 & 1.72 & 1.7 \\ 5.3 & 5.42 & 8.41 & 4.63 & 11.6 & 5.85 & 6.62 & 8.72 & 4.42 & 7.6 & 4.83 & 3.12 & 5.3 \\ 10.8 & 9.4 & 7.2 & 8.5 & 9.4 & 9.0 & 8 & 9.1 & 8.7 & 9.2 & 9.4 & 7.6 & 8.2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1.74 & 5.3 & 10.8 \\ 1 & 6.32 & 5.42 & 9.4 \\ 1 & 6.22 & 8.41 & 7.2 \\ 1 & 10.52 & 4.63 & 8.5 \\ 1 & 1.10 & 11.6 & 9.4 \\ 1 & 1.22 & 5.85 & 9.0 \\ 1 & 4.1 & 6.62 & 8 \\ 1 & 6.32 & 8.72 & 9.1 \\ 1 & 4.08 & 4.42 & 8.7 \\ 1 & 4.15 & 7.6 & 9.2 \\ 1 & 10.15 & 4.83 & 9.4 \\ 1 & 1.72 & 3.12 & 7.6 \\ 1 & 1.7 & 5.3 & 8.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 50.43 & 81.82 & 115.4 \\ 50.43 & 304.7255 & 360.6621 & 522.078 \\ 81.82 & 360.6621 & 576.7269 & 728.31 \\ 115.4 & 522.078 & 728.31 & 1035.96 \end{bmatrix}$$

$$(X^TY) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1.74 & 6.32 & 6.22 & 10.52 & 1.10 & 1.22 & 4.1 & 6.32 & 4.08 & 4.15 & 10.15 & 1.72 & 1.7 \\ 5.3 & 5.42 & 8.41 & 4.63 & 11.6 & 5.85 & 6.62 & 8.72 & 4.42 & 7.6 & 4.83 & 3.12 & 5.3 \\ 10.8 & 9.4 & 7.2 & 8.5 & 9.4 & 9.0 & 8 & 9.1 & 8.7 & 9.2 & 9.4 & 7.6 & 8.2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 25.5 \\ 31.2 \\ 25.0 \\ 38.4 \\ 18.4 \\ 26.7 \\ 26.4 \\ 25.0 \\ 32 \\ 25.2 \\ 30.7 \\ 35.7 \\ 26.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 377.5 \\ 1877.567 \\ 2246.661 \\ 3337.780 \end{bmatrix}$$

No.

Date . .

Untuk menentukan persamaan regresi multiple, maka nilai β :

$$\beta = (X^T X)^{-1} (X^T Y)$$

$$= \begin{bmatrix} 13 & 59.43 & 81,82 & 115.4 \\ 59,43 & 309,7255 & 360,6621 & 522,078 \\ 81,82 & 360,6621 & 576,7269 & 728,31 \\ 115,4 & 522,078 & 728,31 & 1035,96 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 377,5 \\ 1877,567 \\ 2246,661 \\ 3337,780 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8,069704635 & -0,08259270531 & -0,009109511495 & -0,7905268759 \\ -0,08259270531 & 0,008979816238 & 0,001716687178 & 0,003720020321 \\ -0,009109511495 & 0,001716687178 & 0,01662092431 & -0,002063307812 \\ -0,7905268759 & 0,003720020321 & -0,002063307812 & 0,08860128617 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 377,5 \\ 1877,567 \\ 2246,661 \\ 3337,780 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 39,15739005 \\ 1,016100491 \\ -1,861649203 \\ -0,3432604926 \end{bmatrix}$$

Maka persamaan regresinya adalah

$$\hat{Y} = 39,15739005 + 1,016100491 X_1 - 1,861649203 X_2 - 0,3432604926 X_3$$

No.

Date . .

Daftar Anova yg diperoleh

Sumber Variasi	Dk	Jk	RJk
Regresipd $\beta_1, \beta_2 \mid \beta_0$	$k = 3$	399,45436501143	133,15145500381
Kekelirvan	$n-k-1$	38,676404219564	4,2973782466182
	$13-3-1 = 9$		
Total	$n-1$	438,130769231	
	$13-1 = 12$		

∴ Jk Regresi $= \beta^T(X^TY) - (\sum y_i)^2/n$

$= \begin{bmatrix} 30,157340995 & 1,016100941 & -1,861649203 & -0,3432609926 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 377,5 \\ 1877,567 \\ 2246,661 \\ 3337,780 \end{bmatrix} - \frac{(377,5)^2}{13}$

$= 11361,473595780436 - 10962,019230769$

$= 399,45436501143$

∴ RJk Regresi $= \frac{\text{Jk Regresi}}{k}$

$= \frac{399,45436501143}{3} = 133,15145500381$

∴ Jk kekelirvan $= (Y^TY) - \beta^T(X^TY)$

$11400,15 - 11361,473595780436$

$= 38,676404219564$

∴ RJk kekelirvan $= \frac{\text{Jk kekeliruan}}{n-k-1}$

$= \frac{38,676404219564}{9} = 4,2973782466182$

∴ Total $= (Y^TY) - \frac{(\sum Y_i)^2}{n} = 11400,15 - 10962,019230769 = 438,130769231$

No.

Date . .

Untuk menguji signifikansi keseluruhan model regresi

Hipotesis

H_0 : $\beta_j = 0$ (variabel dependen tdk mempunyai hubungan linear dan variabel independen

H_1 : min ada satu $\beta_j \neq 0$ (variabel dependen mempunyai hubungan linear dan variabel independen)

Statistik uji

$$F_{hitung} = \frac{RJK\ regresi}{RJK\ residu}$$

$$= \frac{133,15145500381}{4,2973782466182} = 30,984346120473$$

$F_{tabel} = F_{0.05;3;9} = 3,86$

$F_{tabel} < F_{hitung}$ maka h_1 diterima

No.

Date . .

Untuk menguji apakah koefisien regresi mempunyai arti atau tidak, maka hipotesisnya adalah

1) $H_0 : \beta_1 = 0 \quad H_1 : \beta_1 \neq 0$

2) $H_0 : \beta_2 = 0 \quad H_1 : \beta_2 \neq 0$

3) $H_0 : \beta_3 = 0 \quad H_1 : \beta_3 \neq 0$

Statistik uji :

$$t = \frac{\beta_j}{\sqrt{C_{(j+1),(j+1)}}\,\delta}$$

1) $t = \frac{1.0161}{\sqrt{0.00848}\ 25.0731} = 5.32$

2) $t = \frac{-1.8616}{\sqrt{0.016629}\ 2.0731} = -6.06$

3) $t = \frac{0.3433}{\sqrt{0.088601}\ 2.0731} = -0.56$

$t_{0.05 : 9} = 1.833 \Rightarrow$ T tabel

Untuk 1 dan 2 Ho ditolak, untuk 3 Ho diterima, berarti koefisien regresi untuk X_3 tidak mempunyai arti, sehingga model regresinya menjadi :

$\hat{y} = 39.15734995 + 1.016100441\,X_1 + 1.861649203\,X_2$

No.

Date . .

Konfedensi Interval

1) Rata-rata respon

Jika rata-rata respon $X_1 = 3$, $X_2 = 8$, $X_3 = 9$,

Konfidensi interval 95% :

Persamaan regresi Yang diperoleh :

$\hat{y} = 30,15734995 + 1,016100441 X_1 - 1,861649203 X_2 - 0,3432609926 X$

bila disubtitusikan nilai $X_1 = 3$, $X_2 = 8$, $X_3 = 9$, diperoleh

$\hat{y} = 30,15734995 + 1,016100441(3) - 1,86164920(8) - 0,3432609926(9)$

$= 30,15734995 + 3,048301323 - 14,8931936 - 3,0893499334$

$= 24,2322$

$X_0^T (X^T X)^{-1} X_0 = [1\ 3\ 8\ 9]$

$$\begin{bmatrix} 8,064794635 & -0,08259270531 & -0,09419511495 & -0,79052687509 \\ -0,08259270531 & 0,008479816238 & 0,001716687178 & 0,003720020321 \\ -0,09419511495 & 0,001716687178 & 0,01662942431 & -0,002063307812 \\ -0,79052687509 & 0,003720020321 & -0,002063307812 & 0,08860128617 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 8 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$= 0,1267$

$\sigma^2 = 4,2077$, $\sigma = 2,0731$

$t_{\alpha/2} = t_{0,0025;9} = 2,262$

maka Konfidensi intervalnya :

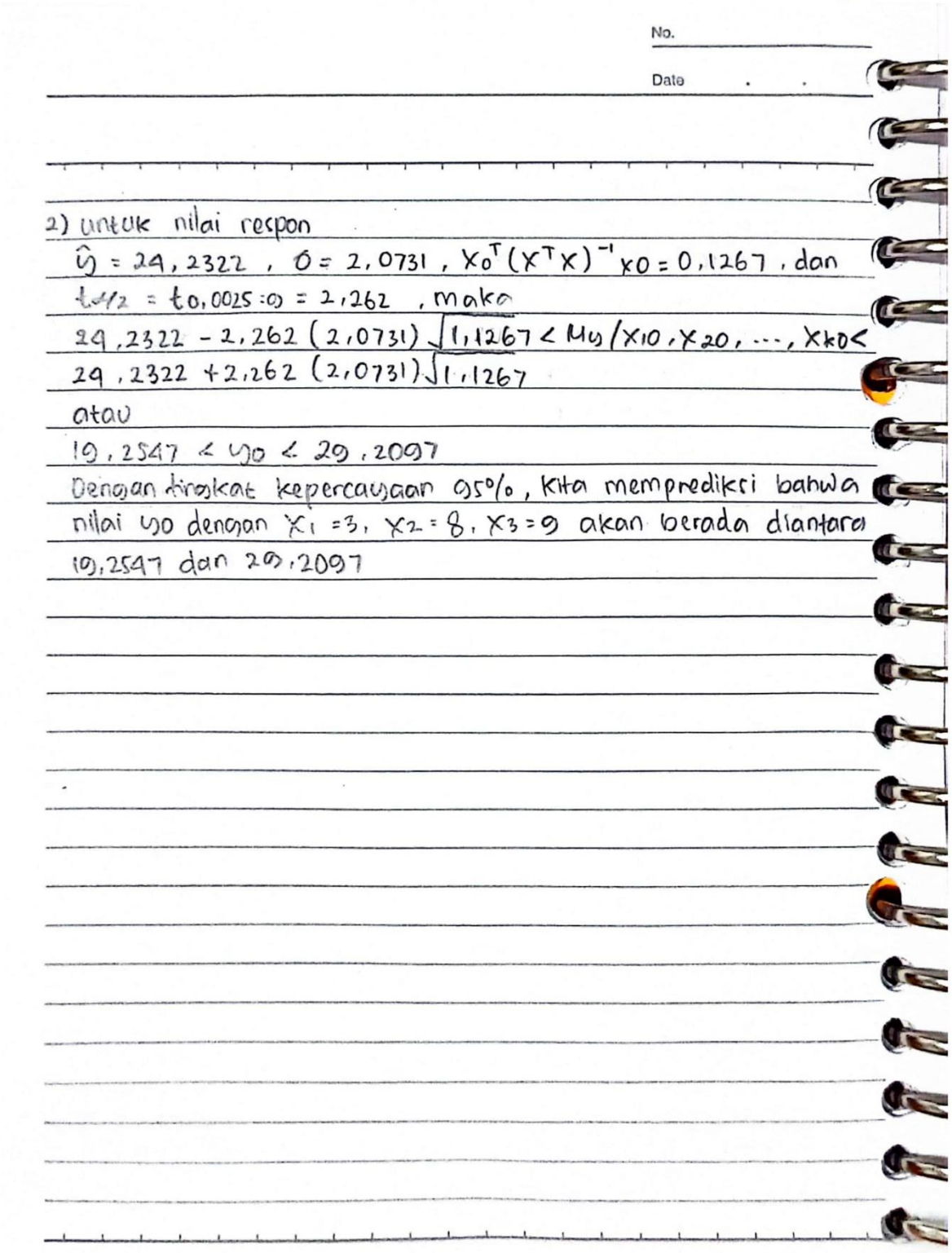
$24,2322 - 2,262(2,0731)\sqrt{0,1267} < \mu_{y/X_{10}, X_{20}, \ldots, X_{k0}} <$

$24,2322 + 2,262(2,0731)\sqrt{0,1267}$

atau

$22,5633 < \mu_{y/X_{10}, X_{20}, \ldots, X_{k0}} < 25,9011$

Dengan tingkat kepercayaan 95% dpt dikatakan bahwa nilai $\mu_{y/3,8,9}$ ada diantara 22,5633 hingga 25,9011


No.

Date . .

2) untuk nilai respon

$\hat{y} = 29,2322$, $\hat{\sigma} = 2,0731$, $x_0^T (X^T X)^{-1} x_0 = 0,1267$, dan

$t_{\alpha/2} = t_{0,0025;9} = 2,262$, maka

$29,2322 - 2,262\,(2,0731)\sqrt{1,1267} < \mu_{y/x_{10}, x_{20}, \ldots, x_{k0}} <$

$29,2322 + 2,262\,(2,0731)\sqrt{1,1267}$

atau

$19,2547 < y_0 < 29,2097$

Dengan tingkat kepercayaan 95%, kita memprediksi bahwa nilai y_0 dengan $x_1 = 3$, $x_2 = 8$, $x_3 = 9$ akan berada diantara 19,2547 dan 29,2097

B. Perhitungan dengan Sintaks Bahasa Pemrograman R

Sintaks:

```
#a. Memuat data regresi linier multiple
data <- read.csv("C:/Users/Lenovo/Documents/Pengantar Model Linear/R
Studio/Data Input/data_regresi_multiple.csv", sep = ";")
data

#b. Membuat model persamaan regresi linier multiple
model <- lm(data$Y ~ data$X1 + data$X2 + data$X3)
model
summary(model)

#c. Membuat Tabel Uji ANOVA
# Persamaan regresi
y_hat <- coef(model)[1] + coef(model)[2]*data$X1 +
coef(model)[3]*data$X2 + coef(model)[4]*data$X3

# Menghitung SSR
SSR <- sum((y_hat - mean(data$Y))^2)

# Menghitung SSE
SSE <- sum(model$residuals^2)

# Menghitung SST
SST <- sum((data$Y - mean(data$Y))^2)

# Menghitung Df
Df_reg <- length(coefficients(model)) - 1
Df_err <- length(data$Y) - length(coefficients(model))
Df_total <- length(data$Y) - 1

# Menghitung Jk
Jk_reg <- SSR
Jk_err <- SSE
Jk_total <- SST

# Menghitung Rjk
RJk_reg <- Jk_reg / Df_reg
RJk_err <- Jk_err / Df_err

# Membuat tabel ANOVA
ANOVA_table <- data.frame(
  "Sumber Variasi" = c("Regresi pada β1,β2,β3|β0", "Kekeliruan",
"Total"),
  "Df" = c(Df_reg, Df_err, Df_total),
  "Jk" = c(Jk_reg, Jk_err, Jk_total),
  "Rjk" = c(RJk_reg, RJk_err, "-"),
  row.names = NULL
)
```

```
# Menampilkan tabel ANOVA
print("Tabel ANOVA:")
print(ANOVA_table)
```

Output:

```
> #a. Memuat data regresi linier multiple
> data <- read.csv("C:/Users/Lenovo/Documents/Pengantar Model Linear/R Studio/Data Input/
              data_regresi_multiple.csv", sep = ";")
> data
      Y    X1    X2   X3  X X.1 X.2 X.3
1  25.5  1.74  5.30 10.8 NA  NA  NA  NA
2  31.2  6.32  5.42  9.4 NA  NA  NA  NA
3  25.9  6.22  8.41  7.2 NA  NA  NA  NA
4  38.4 10.52  4.63  8.5 NA  NA  NA  NA
5  18.4  1.19 11.60  9.4 NA  NA  NA  NA
6  26.7  1.22  5.85  9.9 NA  NA  NA  NA
7  26.4  4.10  6.62  8.0 NA  NA  NA  NA
8  25.9  6.32  8.72  9.1 NA  NA  NA  NA
9  32.0  4.08  4.42  8.7 NA  NA  NA  NA
10 25.2  4.15  7.60  9.2 NA  NA  NA  NA
11 39.7 10.15  4.83  9.4 NA  NA  NA  NA
12 35.7  1.72  3.12  7.6 NA  NA  NA  NA
13 26.5  1.70  5.30  8.2 NA  NA  NA  NA
>
> #b. Membuat model persamaan regresi linier multiple
> model <- lm(data$Y ~ data$X1 + data$X2 + data$X3)
> model

Call:
lm(formula = data$Y ~ data$X1 + data$X2 + data$X3)

Coefficients:
(Intercept)      data$X1      data$X2      data$X3
    39.1573       1.0161      -1.8616      -0.3433

> summary(model)

Call:
lm(formula = data$Y ~ data$X1 + data$X2 + data$X3)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-1.8532 -1.4495 -0.3219  0.5919  3.2121

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  39.1573     5.8871   6.651 9.36e-05 ***
data$X1       1.0161     0.1909   5.323 0.000479 ***
data$X2      -1.8616     0.2673  -6.964 6.58e-05 ***
data$X3      -0.3433     0.6171  -0.556 0.591572
---
```

```
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 2.073 on 9 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9117,  Adjusted R-squared:  0.8823
F-statistic: 30.98 on 3 and 9 DF,  p-value: 4.496e-05

>
> #c. Membuat Tabel Uji ANOVA
> # Persamaan regresi
> y_hat <- coef(model)[1] + coef(model)[2]*data$X1 + coef(model)[3]*data$X2 +
coef(model)[4]*data$X3
>
> # Menghitung SSR
> SSR <- sum((y_hat - mean(data$Y))^2)
>
> # Menghitung SSE
> SSE <- sum(model$residuals^2)
>
> # Menghitung SST
> SST <- sum((data$Y - mean(data$Y))^2)
>
> # Menghitung Df
> Df_reg <- length(coefficients(model)) - 1
> Df_err <- length(data$Y) - length(coefficients(model))
> Df_total <- length(data$Y) - 1
>
> # Menghitung Jk
> Jk_reg <- SSR
> Jk_err <- SSE
> Jk_total <- SST
>
> # Menghitung Rjk
> RJk_reg <- Jk_reg / Df_reg
> RJk_err <- Jk_err / Df_err
>
> # Membuat tabel ANOVA
> ANOVA_table <- data.frame(
+   "Sumber Variasi" = c("Regresi pada β1,β2,β3|β0", "Kekeliruan", "Total"),
+   "Df" = c(Df_reg, Df_err, Df_total),
+   "Jk" = c(Jk_reg, Jk_err, Jk_total),
+   "Rjk" = c(RJk_reg, RJk_err, "-"),
+   row.names = NULL
+ )
>
> # Menampilkan tabel ANOVA
> print("Tabel ANOVA:")
[1] "Tabel ANOVA:"
> print(ANOVA_table)
            Sumber.Variasi Df       Jk              Rjk
1 Regresi pada β1,β2,β3|β0  3 399.4544 133.151455724816
2               Kekeliruan  9  38.6764 4.29737800625774
3                    Total 12 438.1308                -
```