Nama : Silvi Nurinsan
NRP : 2C2220006
Perbaikan UTS Regresi Linear

Soal I

X	Y	X^2
25	1,74	625
31	6.32	961
25	6,22	625
38	10,52	1444
18	1,19	324
26	1,22	676
26	4,1	676
25	6,32	625
32	4.08	1024
25	4,15	625
39	10,15	1521
35	1,72	1225
26	1,7	676

$\Sigma y_i = 59,43$
$\Sigma x_i = 371$
$\Sigma y_i^2 = 394,72$
$\Sigma x_i^2 = 11027$
$\Sigma x_i y_i = 1846,98$
$\bar{x} = 28,53$
$\bar{y} = 4,57$

Tabel Anova

Sumber	DK	JK	RJK
Regresi (b/a)	1	317,15	-
Kekeliruan	11	77,57	7,05
Total	12	394,72	-

a) Hitung Var (b)

$$= \frac{\sigma^2}{(x_i - \bar{x})^2} = \frac{7,05}{(371 - 28,53)^2}$$

$$= \frac{7,05}{117285,7009} = 0,00006011096$$

b). Hitung Var (a)

$$= \frac{\sigma^2 \, \Sigma x_i^2}{n \Sigma (x_i - \bar{x})^2} = \frac{7,05 \cdot 11027}{13\,(371 - 28,53)^2}$$

$$= \frac{77740,35}{13\,(117285,7009)} = \frac{77740,35}{1524714,1117} = 0,0509868$$

c). Hitung Var (Y) jika diketahui $x = 20$

$$= \sigma^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{\Sigma (x_i - \bar{x})^2} \right]$$

$$= 7,05 \left[\frac{1}{13} + \frac{(20 - 28,53)^2}{(371 - 28,53)^2} \right]$$

$$= 7,05 \left[\frac{1}{13} + \frac{72,7609}{117285,7009} \right] = 7,05 \left[\frac{1}{3} + 0,00620373 \right]$$

$$= 7,05\,(0,0775431)$$

$$= 0,54668097$$

SiDU

2. a) → Regresi linear sederhana adalah metode statistik yang memodelkan hubungan antara satu variabel dependen (Y) dan satu variabel (X) dengan persamaan linier :

$Y = a + bX$

contoh : memprediksi nilai ujian (Y) berdasarkan jam belajar (X) :

$Y = 50 + 5X$

Artinya, nilai dasar adalah 50, dan setiap tambahan satu jam belajar menambah nilai ujian sebesar 5 poin

⇒ Regresi Linier Berganda adalah metode statistik yg memodelkan hubungan antara satu variabel independen (X_1, X_2 ..) dengan persamaan linier :

$Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_n X_n$

contoh : Memprediksi gaji (Y) berdasarkan tingkat pendidikan (X_1) dan pengalaman kerja (X_2)

$Y = 3000 + 500X_1 + 200X_2$

Artinya, gaji dasar adalah 3000, setiap tahun pendidikan menambah gaji 500, dan setiap tahun pengalaman menambah gaji 200.

b). - Variabel Independen = Faktor atau prediktor yg digunakan untuk memprediksi nilai variabel lain. Ini adalah variabel yg dikontrol atau dimanipulasi dalam penelitian.

- Variabel dependen = Variabel yg diprediksi atau dijelaskan oleh variabel independen. Ini adalah hasil atau respons yg diukur dalam penelitian.

- Koefisien regresi = Angka yang menunjukkan seberapa besar dan ke arah mana variabel independen mempengaruhi variabel dependen. Ini adalah nilai yang memperlihatkan perubahan pada variabel dependen untuk setiap satu unit perubahan pada variabel independen.

3. a) $Y = \begin{bmatrix} 3,5 \\ 3,2 \\ 3 \\ 2,9 \\ 4 \\ 2,5 \\ 2,3 \end{bmatrix}$ $Y_1 = \begin{bmatrix} 3,1 \\ 3,4 \\ 3 \\ 3,2 \\ 3,9 \\ 2,8 \\ 2,2 \end{bmatrix}$ $Y_2 = \begin{bmatrix} 30 \\ 25 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \\ 25 \\ 30 \end{bmatrix}$

$$(Y^T Y) = \begin{bmatrix} 3,5 & 3,2 & 3 & 2,9 & 4 & 2,5 & 2,3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3,5 \\ 3,2 \\ 3 \\ 2,9 \\ 4 \\ 2,5 \\ 2,3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 67,44 \end{bmatrix}$$

$$(X^T X) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3,1 & 3,4 & 3 & 3,2 & 3,9 & 2,8 & 2,2 \\ 30 & 25 & 20 & 30 & 40 & 25 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3,1 & 30 \\ 1 & 3,4 & 25 \\ 1 & 3 & 20 \\ 1 & 3,2 & 30 \\ 1 & 3,9 & 40 \\ 1 & 2,8 & 25 \\ 1 & 2,2 & 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 21,6 & 200 \\ 21,6 & 68,3 & 626 \\ 200 & 626 & 5950 \end{bmatrix}$$

$$(X^T Y) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3,1 & 3,4 & 3 & 3,2 & 3,9 & 2,8 & 2,2 \\ 30 & 25 & 20 & 30 & 40 & 25 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3,5 \\ 3,2 \\ 3 \\ 2,9 \\ 4 \\ 2,5 \\ 2,3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21,4 \\ 67,67 \\ 623,5 \end{bmatrix}$$

Untuk menentukan persamaan regresi multiple, maka nilai β

$\beta = (X^T X)^{-1} (X^T Y)$

$$\begin{bmatrix} 7 & 21,6 & 200 \\ 21,6 & 68,3 & 626 \\ 200 & 626 & 5950 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 21,4 \\ 67,67 \\ 623,5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6.68309534 & -1.52924919 & -0.06374942 \\ -1.52924919 & 0.76001842 & -0.02855826 \\ -0.06374942 & -0.02855826 & 0.00531552 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 21.4 \\ 67.67 \\ 623.5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0.213815781 \\ 0.898438705 \\ 0.017451677 \end{bmatrix} \begin{matrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{matrix}$$

Hipotesis : H_0 : model yg dipakai $\alpha_0 + \varepsilon$

H_1 : model yg dipakai $\alpha x + \varepsilon$

Taraf nyata $\alpha = 5\%$

Maka Persamaan Regresi Multiple : $\hat{y} = -0.213815781 + 0.898438705 x_1 + 0.017451677 x_2$

b). Menguji keberartian koefisien regresi

Daftar Anova :

Sumber Variasi	DK	JK	RJK
Regresi pada $B_1, B_2 \mid B_0$	2	57.75668761	28.878344381
Kekeliruan	4	0.33718994	0.084297485
Total	6	58.09387755	

Langkah menghitung :

Regresi JK $= \beta^T (X^T Y) - \dfrac{(\Sigma y_i)^2}{n} = \begin{bmatrix} -0.213815781 & 0.898438705 & 0.017451677 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 21.4 \\ 67.67 \\ 623.5 \end{bmatrix} - \left(\dfrac{21.4}{7}\right)^2$

$= 67.10281006 - 9.346122440$

$= 57.75668761$

Regresi RJK $= \dfrac{\text{JK Regresi}}{k} = \dfrac{57.75668761}{2} = 28.87834381$

Kekeliruan JK $= (Y^T Y) - \beta^T (X^T Y)$

$= 67.44 - 67.10281006$

$= 0.33718994$

Kekeliruan RJK $= \dfrac{\text{JK kekeliruan}}{n-k-1} = \dfrac{0.33718994}{4} = 0.084297485$

Total $= (Y^T Y) - \dfrac{(\Sigma y_i)^2}{n} = 67.44 - 9.346122449$

$= 58.09387755$

$F_{hitung} = \dfrac{\text{RJK regresi } x_1 x_2}{\text{RJK Residu}} = \dfrac{28.878344381}{0.1084297485}$

$F_{tab} = F_{0.05;\,2;\,4} = 6.94$

Maka $F_{tab} < F_{hit}$ maka H_1 diterima. Persamaan yg dipakai $\alpha x + \varepsilon$ sehingga variabel x mempengaruhi variabel Y. Terdapat kaitan koefisien arah regresi memiliki arti.

No.

Date

c). Koefisien regresi memiliki arti (t-tabel = 2015)

Hipotesis

$H_0 : \beta_1 = 0$ $H_1 : \beta_1 \neq 0$

$H_0 : \beta_2 = 0$ $H_1 : \beta_2 \neq 0$

Statistik uji :

$$t = \frac{\beta_j}{\sqrt{C(j+1).(j+1)\,\delta}}$$

1). $t = \frac{x_1}{\sqrt{0,76001842}} = \frac{0,890438705}{0,871796753} = 1,030567385$

2). $t = \frac{x_2}{\sqrt{0,0531552}} = \frac{0,017451677}{\sqrt{0,0531552}} = 0,239367006$

t hitung x_1 < t tabel = H_0 diterima

$-2,015 < 1,30567385 < 2,015$

t hitung x_2 < t tabel = H_0 diterima

$-2,015 < 0,239367006 < 2,015$

Maka baik koefisien x_1 dan x_2 tidak berarti, model regresi yang diterima hanya $\hat{y} = x_0$

$\hat{y} = 0,213815781$

Kesimpulan : x_1 tidak berarti

x_2 tidak berarti