Mulyati Eka saputri

2C2220009

Perbaikan UTS Regresi linear

Soal 1 : Regresi linear sederhana

X	Y	X^2
25	1,74	625
31	6,32	961
25	6,22	625
38	10,52	1444
18	1,19	324
26	1,22	676
26	4,1	676
25	6,32	625
32	4,08	1024
25	4,15	625
39	10,15	1521
35	1,72	1225
26	1,7	676

Σx : 371 $\quad \Sigma y$: 59,43

Σx^2 : 11027 $\quad \Sigma y^2$: 394,72

$\Sigma \bar{x}$ = 28,53 $\quad \Sigma \bar{y}$: 4,57

Σxy = 1846,98

Tabel Anova

Sumber	Dk	JK	RJK
Regresi (b/a)	1	317,15	-
Kekeliruan	11	77,57	7,05
Total	12	394,72	-

σ^2 = RJK Kekeliruan

a. Hitunglah Var (b)

$$\text{Var}(b) = \frac{\sigma^2}{\Sigma(x_i - \bar{x}_i)^2}$$

$$= \frac{7,05}{(371 - 28,53)^2} = \frac{7,05}{117285,7009} = 0,000601096$$

b. Hitunglah var (a)

$$\text{Var}(a) = \frac{\sigma^2 \Sigma x_i^2}{n\Sigma(x_i - \bar{x}_i)^2}$$

$$= \frac{7,05\,(11027)}{13(371 - 28,53)^2} = \frac{77740,35}{13\,(117285,7009)} = \frac{77740,35}{1524714,1117} = 0,0509868$$

c. Hitunglah Var (Y) jika diketahui x = 20

$$\text{Var}(y) = \sigma^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\Sigma(x_i - \bar{x}_i)^2}\right]$$

$$= 7,05 \left[\frac{1}{13} + \frac{(20 - 28,53)^2}{(371 - 28,53)^2}\right]$$

$$= 7,05 \left[\frac{1}{13} + \frac{72,7609}{117285,7009}\right]$$

$$= 7,05 \left[\frac{1}{13} + 0,000620373\right]$$

$$= 7,05\,(0,0775434)$$

$$= 0,54668097$$

SiDU

Soal 2 : Teori

a. Apa Yang dimaksud dgn regresi linear sederhana dan regresi linear berganda ? Berikan contoh utk masing-masing.

∵ Regresi Linier sederhana adalah metode statistik yg memodelkan hubungan antara satu Variabel dependen (Y) dan satu variabel independen (x) dengan persamaan linier :

$Y = a + bX$. Contoh : Memprediksi nilai ujian (Y) berdasarkan jam belajar (x) : $Y = 50 + 5x$

Artinya, nilai dasar adalah 50, dan setiap tambahan satu jam belajar menambah nilai ujian sebesar 5 poin.

∵ Regresi Linier Berganda adalah metode statistik Yang memodelkan hubungan antara satu Variabel dependen (Y) dan dua atau lebih Variabel independen ($X_1, X_2, \ldots$) dgn persamaan linier :

$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 + \ldots + b_nX_n$. Contoh : Memprediksi gaji (Y) berdasarkan tingkat pendidikan (X_1) dan pengalaman kerja (X_2) : $Y = 3000 + 500X_1 + 200X_2$

Artinya, gaji dasar adalah 3000, setiap tahun pendidikan menambah gaji 500, dan setiap tahun pengalaman menambah gaji 200.

b. Jelaskan istilah-istilah berikut Variabel Independen, Variabel dependen, dan koefisien regresi dalam konteks analisis regresi.

∵ Variabel Independen : Faktor atau prediktor yg digunakan utk memprediksi nilai variabel lain. Ini adalah variabel yg dikontrol atau dimanipulasi dalam penelitian. Contoh : Jumlah Jam belajar.

∵ Variabel Dependen : Variabel Yang diprediksi atau dijelaskan oleh variabel independen. Ini adalah hasil atau respons yg diukur dlm penelitian. Contoh : nilai ujian siswa.

∵ Koefisien Regresi : Angka yg Menunjukkan seberapa besar dan ke arah mana Variabel independen mempengaruhi variabel dependen. Ini adalah nilai yg memperlihatkan perubahan pada Variabel dependen utk setiap satu unit perubahan pd Variabel indepen.

Soal 3 : Regresi Linear Multiple

Y	X_1	X_2
3,5	3,1	30
3,2	3,4	25
3	3	20
2,9	3,2	30
4	3,9	40
2,5	2,8	25
2,3	2,2	30

$$Y = \begin{bmatrix} 3,5 \\ 3,2 \\ 3 \\ 2,9 \\ 4 \\ 2,5 \\ 2,3 \end{bmatrix} \quad X_1 = \begin{bmatrix} 3,1 \\ 3,4 \\ 3 \\ 3,2 \\ 3,9 \\ 2,8 \\ 2,2 \end{bmatrix} \quad X_2 = \begin{bmatrix} 30 \\ 25 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \\ 25 \\ 30 \end{bmatrix}$$

a.) Tentukan persamaan regresi multiple

$$(Y^TY) = \begin{bmatrix} 3{,}5 & 3{,}2 & 3 & 2{,}9 & 4 & 2{,}5 & 2{,}3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3{,}5 \\ 3{,}2 \\ 3 \\ 2{,}9 \\ 4 \\ 2{,}5 \\ 2{,}3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 67{,}44 \end{bmatrix}$$

$$(X^TX) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3{,}1 & 3{,}4 & 3 & 3{,}2 & 3{,}9 & 2{,}8 & 2{,}2 \\ 30 & 25 & 20 & 30 & 40 & 25 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3{,}1 & 30 \\ 1 & 3{,}4 & 25 \\ 1 & 3 & 20 \\ 1 & 3{,}2 & 30 \\ 1 & 3{,}9 & 40 \\ 1 & 2{,}8 & 25 \\ 1 & 2{,}2 & 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 21{,}6 & 200 \\ 21{,}6 & 68{,}3 & 626 \\ 200 & 626 & 5950 \end{bmatrix}$$

$$(X^TY) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3{,}1 & 3{,}4 & 3 & 3{,}2 & 3{,}9 & 2{,}8 & 2{,}2 \\ 30 & 25 & 20 & 30 & 40 & 25 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3{,}5 \\ 3{,}2 \\ 3 \\ 2{,}9 \\ 4 \\ 2{,}5 \\ 2{,}3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21{,}4 \\ 67{,}67 \\ 623{,}5 \end{bmatrix}$$

Untuk menentukan persamaan regresi multiple

$$\beta = (X^TX)^{-1}(X^TY)$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & 21{,}6 & 200 \\ 21{,}6 & 68{,}3 & 626 \\ 200 & 626 & 5950 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 21{,}4 \\ 67{,}67 \\ 623{,}5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6{,}68309534 & -1{,}52924919 & -0{,}06374942 \\ -1{,}52924919 & 0{,}76001842 & -0{,}02855826 \\ -0{,}06374942 & -0{,}02855826 & 0{,}00531552 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 21{,}4 \\ 67{,}67 \\ 623{,}5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0{,}213815781 \\ 0{,}898438705 \\ 0{,}017451677 \end{bmatrix} \begin{matrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{matrix}$$

Maka persamaan regresi multiple :

$$\hat{y} = -0{,}213815781 + 0{,}898438705x_1 + 0{,}017451677x_2$$

6.) Ujilah keberartian koefisien regresi

Tabel Anova

Sumber variasi	DK	JK	RJK
Regresi pd X_1, X_2	$k=2$	67.10281006	33.55140503
Residu	$n-k-1$ $7-2-1=4$	0.33718994	0.084297485
Total	$n-1$ $7-1=6$	67.44	

∵ JK Regresi $= \beta^T (X^T Y)$

$$= \begin{bmatrix} -0.213815781 & 0.898438705 & 0.017451677 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 21.4 \\ 67.67 \\ 623.5 \end{bmatrix}$$

$= 67.10281006$

∵ JK Residu $= (Y^T Y) - \beta^T (X^T Y)$

$= 67.44 - 67.10281006 = 0.33718994$

∵ RJK Regresi $= \dfrac{\text{JK Regresi}}{k}$

$= \dfrac{67.10281006}{2} = 33.55140503$

∵ RJK Residu $= \dfrac{\text{JK Residu}}{n-k-1}$

$= \dfrac{0.33718994}{4} = 0.084297485$

$F_{hitung} = \dfrac{\text{RJK Regresi}}{\text{RJK Residu}}$

$= \dfrac{33.55140503}{0.084297485} = 398.0103392661$

Uji Hipotesis

$H_0 : \hat{Y} = \alpha_0 + \varepsilon$

$H_1 : \hat{Y} = \alpha X + \varepsilon$

$F_{tabel} = F_{0.05;\,2;\,4} = 6.94$

Kesimpulan:

$F_{tabel} < F_{hitung}$ maka H_1 diterima, persamaan yang dipakai $\alpha X + \varepsilon$ sehingga variabel X memengaruhi variabel Y, terdapat kaitan koefisien arah regresi memiliki arti.

No
Date

c. Apakah koefisien regresi memiliki arti (t tabel $= 2.015$)?

Uji Hipotesis

1) $H_0 : \beta_1 = 0$
   $H_1 : \beta_1 \neq 0$
2) $H_0 : \beta_2 = 0$
   $H_1 : \beta_2 \neq 0$

- Statistik uji

$$t = \frac{\beta_j}{\sqrt{c(j+1).(j+1)6}}$$

1) $t = \frac{X_1}{\sqrt{0,76001842}} = \frac{0,898438705}{\sqrt{0,871190753}}$
$= 1,030567385$

2) $t = \frac{X_2}{\sqrt{0,0531552}} = \frac{0,017451677}{\sqrt{0,0531552}}$
$= 0,239367006$

t hitung $X_1 < t$ tabel $=$ Ho diterima
$-2,015 < 1,030567385 < 2,015$
t hitung $X_2 < t$ tabel $=$ Ho diterima
$-2,015 < 0,239367006 < 2,015$

maka baik koefisien X_1 dan X_2 tidak berarti, model regresi yg diterima hanya $\hat{y} = X_0$
$\hat{y} = 0,213815781$

Kesimpulan : X_1 tidak berarti
X_2 tidak berarti