

Nama: Bertrand Athari Q D.F
 NRP: 202220001

No. _____
 Date . . .

Perbaikan UTS Regresi Linear

Soal 11

x	y	x ²	
25	1,74	625	$\sum y_i = 59,43$
31	6,32	961	$\sum x_i = 371$
25	6,22	625	$\sum y_i^2 = 394,72$
38	10,52	1444	$\sum x_i^2 = 11027$
18	1,19	324	$\sum x_i y_i = 1846,98$
26	1,22	676	$\bar{x} = 28,53$
26	1,1	676	$\bar{y} = 4,57$
25	6,32	625	
32	4,58	1024	Tabel Anova
25	14,15	625	Sumber
39	10,15	1521	Regresi (b/a)
35	1,72	1225	Kekeliruan
26	1,7	676	Total

	JK	Jk	RJK
Regresi (b/a)	1	317,15	-
Kekeliruan	11	77,57	7,05
Total	12	394,72	-

a) Hitung Var(b)

$$= \frac{\sigma^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{7,05}{(371 - 28,53)^2}$$

$$= \frac{7,05}{117285,7009} = 0,000601096$$

b) Hitung Var(a)

$$= \frac{\sigma^2 \sum x_i^2}{n \sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{7,05 \cdot 11027}{13 (371 - 28,53)^2}$$

$$= \frac{77740,35}{13 (117285,7009)} = \frac{77740,35}{1524714,117} = 0,0509868$$

1) Hitung Var(y) jika dik $x=20$

$$= 0^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right]$$

$$= 7,05 \left[\frac{1}{13} + \frac{(20 - 28,53)^2}{(371 - 28,53)^2} \right]$$

$$= 7,05 \left[\frac{1}{13} + \frac{72,7609}{117285,7009} \right]$$

$$= 70,5 \left[\frac{1}{3} + 0,000620373 \right]$$

$$= 7,05 (0,0775421)$$

$$= 454,668697$$

2. a) Regresi Linear Sederhana adalah metode Statistik yang memodelkan hubungan antara satu variabel dependen (y) dan satu variabel (x) dengan persamaan linear:

$$y = a + bx$$

Contoh: memprediksi nilai ujian (y) berdasarkan jam belajar (x):

$$y = 50 + 5x$$

Artinya, nilai dasar adalah 50, dan setiap tambah satu jam belajar menambah nilai ujian sebesar 5 poin.

⇒ Regresi linier berganda adalah metode statistik yg memodelkan hubungan antara satu variabel independen (x_1, x_2, \dots) dengan persamaan linier:

$$y = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_n x_n$$

Contoh: memprediksi gaji (y) berdasarkan tingkat pendidikan (x_1) dan pengalaman kerja (x_2)

$$y = 3000 + 500x_1 + 200x_2$$

Artinya, gaji dasar adalah 3000, setiap tahun pendidikan menambah gaji 500, dan setiap tahun pengalaman menambah gaji 200.

- b) • Variabel Independen : Faktor atau Prediktor yang digunakan untuk memprediksi nilai variabel lain. Ini adalah variabel yang dikontrol atau dimanipulasi dalam penelitian.
- Variabel dependen : Variabel yang diprediksi atau dijabarkan oleh variabel independen. Ini adalah hasil atau respons yg diukur dalam penelitian.
- koefisien regresi : Angka yang menunjukkan seberapa besar dan ke arah mana variabel independen mempengaruhi variabel dependen. Ini adalah nilai yang memperlihatkan perubahan pada variabel independen.

$$3. a) \quad Y = \begin{bmatrix} 3,5 \\ 3,2 \\ 3 \\ 2,9 \\ 4 \\ 2,5 \\ 2,3 \end{bmatrix} \quad X_i = \begin{bmatrix} 3,1 \\ 3,4 \\ 3 \\ 3,2 \\ 3,9 \\ 2,8 \\ 2,2 \end{bmatrix} \quad Y_2 = \begin{bmatrix} 30 \\ 25 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \\ 25 \\ 30 \end{bmatrix}$$

$$(Y^T Y) = [3,5 \ 3,2 \ 3 \ 2,9 \ 4 \ 2,5 \ 2,3] \begin{bmatrix} 3,5 \\ 3,2 \\ 3 \\ 2,9 \\ 4 \\ 2,5 \\ 2,3 \end{bmatrix} = [67,44]$$

$$(X^T X) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3,1 & 3,4 & 3 & 3,2 & 3,9 & 2,8 & 2,2 \\ 30 & 25 & 20 & 30 & 40 & 25 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3,1 & 30 \\ 1 & 3,4 & 25 \\ 1 & 3 & 20 \\ 1 & 3,2 & 30 \\ 1 & 3,9 & 40 \\ 1 & 2,8 & 25 \\ 1 & 2,2 & 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 21,6 & 200 \\ 21,6 & 68,3 & 626 \\ 200 & 626 & 5990 \end{bmatrix}$$

$$(X^T Y) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3,1 & 3,4 & 3 & 3,2 & 3,9 & 2,8 & 2,2 \\ 30 & 25 & 20 & 30 & 40 & 25 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3,5 \\ 3,2 \\ 3 \\ 2,9 \\ 4 \\ 2,5 \\ 2,3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21,4 \\ 67,67 \\ 623,5 \end{bmatrix}$$

Untuk Menentukan Persamaan Regresi Multiple, Maka Nilai B.

$$B = (X^T X)^{-1} (X^T Y)$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 21,6 & 200 \\ 21,6 & 68,3 & 626 \\ 200 & 626 & 5990 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 21,4 \\ 67,67 \\ 623,5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6,68309534 & -1,52924919 & -0,06374942 \\ -1,52924919 & 0,76001842 & -0,02855826 \\ -0,06374942 & -0,02855826 & 0,00531552 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 21,4 \\ 67,67 \\ 623,5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0,213815781 \\ 0,898438705 \\ 0,017451677 \end{bmatrix} \begin{matrix} B_0 \\ B_1 \\ B_2 \end{matrix} \text{ Hipotesis: } H_0 = \text{Model tidak valid} + \epsilon \\ H_1 = \text{Model valid} + \epsilon$$

Taraf nyata $\alpha = 5\%$

Maka Persamaan Regresi Multiple: $\hat{y} = -0,213815781 + 0,898438705x_1 + 0,017451677x_2$

B) menguji kebenaran koefisien Regresi

Daftar Anova:

Sumber Variasi	Dk	JK	RJK
Regresi Pada $B_1, B_2 B_0$	2	57,75668761	28,878344381
Kekeliruan	4	0,33718994	0,084297485
Total	6	58,09387755	

Langkah Menghitung:

$$\text{Regresi JK} = \text{BT} (x^T y) - \frac{(\sum y_i)^2}{n} = \left[-0,213815781 \quad 0,898438765 \right. \\ \left. \quad \quad \quad 0,017451677 \right]$$

$$\begin{bmatrix} 21,4 \\ 67,67 \\ 623,5 \end{bmatrix} - \left[\frac{21,4}{7} \right]^2$$

$$= 67,10281006 - 9,346122440 \\ = 57,75668761$$

$$\text{Regresi RJK} = \frac{\text{JK Regresi}}{k} = \frac{57,75668761}{2} = 28,87834381$$

$$\text{Kekeliruan JK} = (y^T y) - \text{BT} (x^T y) \\ = 67,44 - 67,10281006 \\ = 0,33718994$$

$$\text{Kekeliruan RJK} = \frac{\text{JK Kekeliruan}}{n-k-1} = \frac{0,33718994}{4} = 0,084297485$$

$$\text{Total} = (y^T y) - \frac{(\sum y_i)^2}{n} = 67,44 - 9,346122449 \\ = 58,09387755$$

$$F_{\text{hitung}} = \frac{\text{RJK Regresi } x_1, x_2}{\text{RJK Residu}} = \frac{28,878344381}{0,084297485}$$

$$F_{\text{tab}} = F_{0,05; 2; 4} = 6,94$$

Maka $F_{\text{tab}} < F_{\text{net}}$ maka H_0 diterima persamaan yg dipakai dpt & sehingga variabel x memengaruhi variabel y , terdapat koefisien dari regresi memiliki arah.

c) Koefisien regresi memiliki arti (+ tabel = 2015)

Hipotesis

$$H_0: \beta_1 = 0 \quad H_1: \beta_1 \neq 0$$

$$H_0: \beta_2 = 0 \quad H_1: \beta_2 \neq 0$$

Statistik Uji

$$t = \frac{B_j}{\sqrt{(j+1) \cdot (j+1) S}}$$

$$1) t = x_1 = \frac{0,848938765}{\sqrt{0,76001842}} = 1,030567385$$

$$2) t = x_2 = \frac{0,017451677}{\sqrt{0,0531552}} = 0,239367006$$

t hitung x_1 < t tabel = H_0 diterima

$$-2,015 < 1,30567385 < 2,015$$

t hitung x_2 < t tabel = H_0 diterima

$$-2,015 < 0,239367006 < 2,015$$

Maka baik koefisien x_1 dan x_2 tidak berarti, model regresi yang diterima hanya $\hat{y} = x_0$

$$\hat{y} = 0,213815781$$

Kesimpulan : x_1 tidak berarti

x_2 tidak berarti