

Analysis of Variance (ANOVA)-2

Bahan Kuliah Statistika

Sevi Nurafni

**Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Koperasi Indonesia 2025**

ANOVA 2 Arah

ANOVA 2 Arah → tanpa interaksi

Hipotesis ANOVA 2 arah yaitu pengujian hipotesis beda tiga rata-rata atau lebih dengan 2 faktor yang berpengaruh.

Langkah-langkah ANOVA 2 Arah → Tanpa Interaksi

1. Menentukan formulasi hipotesis

A. $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \dots = \alpha_i = 0$ (pengaruh baris nol)

$H_1 : \text{sekurang-kurangnya satu } \alpha_i \text{ tidak sama dengan nol.}$

B. $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_j = 0$ (pengaruh kolom nol)

$H_1 : \text{sekurang-kurangnya satu } \beta_i \text{ tidak sama dengan nol.}$

2. Menentukan taraf nyata beserta F tabel $\rightarrow F_{\alpha}(v_1; v_2) = \dots$

Untuk baris $(v_1) = b - 1 \rightarrow (v_2) = (k - 1)(b - 1)$

Untuk kolom $(v_1) = k - 1 \rightarrow (v_2) = (k - 1)(b - 1)$

Langkah-langkah ANOVA 2 Arah → Tanpa Interaksi

3. Menentukan kriteria pengujian

H_0 diterima jika $F_0 \leq F\alpha(v_1; v_2)$

H_0 ditolak jika $F_0 > F\alpha(v_1; v_2)$

4. Membuat analisis varians dalam bentuk tabel ANOVA

Sumber Variasi	Derajat bebas	Jumlah Kuadrat	Rata-rata kuadrat	F_{hit}
Rata-rata baris	$(b - 1)$	JKB	$s_1^2 = \frac{JKB}{db}$	$f_1 = s_1^2 / s_3^2$
Rata-rata kolom	$(k - 1)$	JKK	$s_2^2 = \frac{JKK}{db}$	$f_2 = s_2^2 / s_3^2$
Eror	$(k - 1)(b - 1)$	JKE	$s_3^2 = \frac{JKE}{db}$	
Total	$(kb - 1)$	JKT		

Langkah-langkah ANOVA 2 Arah → Tanpa Interaksi

4. Membuat analisis varians dalam bentuk tabel ANOVA

$$JKT = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k x_{ij}^2 - \frac{T^2 ...}{kb}$$

5. Membuat kesimpulan
Menyimpulkan H_0 diterima atau ditolak

$$JKB = \sum_{i=1}^b T_i^2 - \frac{T^2 ..}{kb}$$

$$JKK = \sum_{j=1}^k \frac{T_j^2}{b} - \frac{T^2}{kb}$$

$$JKE = JKT - JKB - JKK$$

Contoh3

ANOVA 2 Arah: Tanpa Interaksi

Dari contoh 1, apabila minggu yang berbeda dicurigai akan memberikan hasil produksi yang berbeda → unit eksperimen dalam tiap stasiun kerja dibagi dalam minggu (2 variabel bebas, yaitu: jenis stasiun kerja & minggu ke)

Minggu ke	Stasiun kerja I	Stasiun kerja II	Stasiun kerja III	Jumlah (T_i)
1	76	72	71	219
2	63	63	54	180
3	66	65	62	193
4	83	78	76	237
5	74	69	65	208
6	53	49	50	152
Jumlah (T_j)	415	396	378	1189 = T

Contoh3

ANOVA 2 Arah: Tanpa Interaksi

1. Formulasi Hipotesis

$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_6 = 0$ (pengaruh baris nol → minggu penggeraan tidak berpengaruh terhadap jumlah hasil produksi)

$H_1 : \text{sekurang-kurangnya satu } \alpha_i \text{ tidak sama dengan nol}$

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ (pengaruh kolom nol → jenis stasiun kerja tidak berpengaruh terhadap jumlah hasil produksi)

$H_1 : \text{sekurang-kurangnya satu } \beta_j \text{ tidak sama dengan nol}$

2. Tingkat signifikansi uji : $\alpha \% = 5\%$

3. Statistik uji yang digunakan :

H_0 diterima jika $F_1 \leq F\alpha(v_1; v_2)$

H_0 ditolak jika $F_1 > F\alpha(v_1; v_2)$

Contoh3

ANOVA 2 Arah: Tanpa Interaksi

4. Tabel ANOVA

$$N = 18 \quad \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}^2 = 80201 \quad \frac{T^2}{kb} = \frac{1189^2}{18} = 78540,06$$

$$JKT = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}^2 - \frac{T^2}{kb} = 80201 - 78540,06 = 1660,94$$

$$JKB = \sum_{i=1}^b \frac{T_i^2}{k} - \frac{T^2}{kb} = \frac{219^2 + 180^2 + 193^2 + 237^2 + 208^2 + 152^2}{3} - 78540,06 = 1508,94$$

$$JKK = \sum_{j=1}^k \frac{T_j^2}{n} - \frac{T^2}{N} = \frac{415^2 + 396^2 + 378^2}{6} - 78540,06 = 114,11$$

$$JKE = JKT - JKB - JKK = 1660,94 - 1508,94 - 114,11 = 37,89$$

Contoh3

ANOVA 2 Arah: Tanpa Interaksi

SUMBER VARIASI	db	Jumlah kuadrat (JK)	Rata-rata Kuadrat	Fhitung
- Rata-rata baris	$b - 1 = 5$	1508,94	s_1^2 $= JKB/db$ $= 301,788$	$f_1 = s_1^2 / s_3^2$ $= 79,65$
- Rata-rata kolom	$k - 1 = 2$	114,11	s_2^2 $= JKK/db$ $= 57,055$	$f_2 = s_2^2 / s_3^2$ $= 15,06$
- Kesalahan / error	$(k - 1)(b - 1) = 10$	37,89	s_3^2 $= JKE/db$ $= 3,789$	
TOTAL	$kb - 1 = 17$	1660,94		

Contoh3

ANOVA 2 Arah: Tanpa Interaksi

5. Menarik Kesimpulan

- Karena $F_{hitung(f_1)} = 79,65 > F_{0,05;(5;10)} = 3,33$ maka H_0 ditolak, dimana ada pengaruh baris artinya rata-rata jumlah produk yang dihasilkan tiap minggunya untuk ketiga stasiun kerja tidak homogen (tidak sama)
- Karena $F_{hitung(f_2)} = 15,06 > F_{0,05;(2;10)} = 4,10$ maka H_0 ditolak, dimana ada pengaruh kolom artinya rata-rata jumlah produk yang dihasilkan ketiga stasiun kerja tiap minggunya tidak homogen (tidak sama)

- $F_{0,05;(5;10)} = 3,33$

Tabel Uji F

$\alpha = 0,05$	$df_1 = (k-1)$						
	$df_2 = (n-k-1)$	1	2	3	4	5	6
1	161.448	199,500	215.707	224,583	230,162	233.986	
2	18,513	19,000	19,164	19,247	19,296	19,330	
3	10,128	9,552	9,277	9,117	9,013	8,941	
4	7,709	6,944	6,591	6,388	6,256	6,163	
5	6,608	5,786	5,409	5,192	5,050	4,950	
6	5,987	5,143	4,757	4,534	4,387	4,284	
7	5,591	4,737	4,347	4,120	3,972	3,866	
8	5,318	4,459	4,066	3,838	3,687	3,581	
9	5,117	4,256	3,863	3,633	3,482	3,374	
10	4,965	4,103	3,708	3,478	3,326	3,217	
11	4,844	3,982	3,587	3,357	3,204	3,095	
12	4,747	3,885	3,490	3,259	3,106	2,996	

- $F_{0,05;(2;10)} = 4,10$

$\alpha = 0,05$			
	$df_2 = (n-k-1)$	1	2
1	161.448	199,500	215.707
2	18,513	19,000	19,164
3	10,128	9,552	9,277
4	7,709	6,944	6,591
5	6,608	5,786	5,409
6	5,987	5,143	4,757
7	5,591	4,737	4,347
8	5,318	4,459	4,066
9	5,117	4,256	3,863
10	4,965	4,103	3,708
11	4,844	3,982	3,587
12	4,747	4,747	4,000

ANOVA 2 Arah Tanpa Interaksi: Excel

The screenshot shows the Microsoft Excel ribbon with the 'Data' tab selected (highlighted by a red box). In the 'Analysis Tools' group, the 'Data Analysis' button is also highlighted with a red box. A data table is visible on the left, and a 'Data Analysis' dialog box is open in the center, listing various statistical tools. The 'Anova: Two-Factor Without Replication' option is selected and highlighted with a red box. The dialog box includes 'OK' and 'Cancel' buttons.

	A	B	C	D
1	Minggu ke	Stasiun Kerja 1	Stasiun Kerja 2	Stasiun Kerja 3
2	1	76	72	71
3	2	63	63	54
4	3	66	65	62
5	4	83	78	76
6	5	74	69	65
7	6	53	49	50
8				

Data → Data Analysis → Anova: Two-Factor Without Replication → OK

Screenshot of Microsoft Excel showing the Data tab selected. A dialog box titled "Anova: Two-Factor Without Replication" is open, overlaid on the worksheet. The input range is set to \$B\$2:\$D\$7 and the output range is set to \$A\$10. The dialog box has "OK" and "Cancel" buttons.

	A	B	C	D	E
1	Minggu ke	Stasiun Kerja 1	Stasiun Kerja 2	Stasiun Kerja 3	
2	1	76	72	71	
3	2	63	63	54	
4	3	66	65	62	
5	4	83	78	76	
6	5	74	69	65	
7	6	53	49	50	
8					
9					

Masukan Input Range → Masukan Output Range → OK

AutoSave Home Insert Draw Page Layout Formulas Data Review View Automate Book1 Search (Cmd + Ctrl + U)
Get Data (Power Query) Refresh All Properties Workbook Links Stocks Currencies Sort Filter Advanced Text to Columns Flash Fill Data Validation Consolidate What-If Analysis Group Ungroup Subtotal Analysis Tools Reapply Remove Duplicates Consolidate Analysis Tools Subtotal Solver

G7 fx | A B C D E F G H I J K

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
9											
10	Anova: Two-Factor Without Replication										
11											
12	SUMMARY	Count	Sum	Average	Variance						
13	Row 1	3	219	73	7						
14	Row 2	3	180	60	27						
15	Row 3	3	193	64,333333333	4,33333						
16	Row 4	3	237	79	13						
17	Row 5	3	208	69,333333333	20,3333						
18	Row 6	3	152	50,666666667	4,33333						
19											
20	Column 1	6	415	69,166666667	114,167						
21	Column 2	6	396	66	97,6						
22	Column 3	6	378	63	97,6						
23											
24											
25	ANOVA										
26	Source of Variation	SS	df	MS	F	P-value	F crit				
27	Rows	1508,944444	5	301,7888889	79,651	1,003E-07	3,3258345				
28	Columns	114,1111111	2	57,05555556	15,0587	0,0009624	4,102821				
29	Error	37,88888889	10	3,788888889							
30											
31	Total	1660,944444	17								
32											

Sheet1 Ready Accessibility: Good to go 160%

ANOVA 2 Arah

Dengan interaksi

ANOVA 2 Arah → dengan interaksi

Pengujian hipotesis Anova dua arah adalah pengujian beda tiga rata-rata atau lebih dengan 2 faktor yang berpengaruh (Pengaruh interaksi kedua faktor tersebut diperhitungkan)

Langkah-langkah ANOVA 2 Arah → Dengan Interaksi

1. Menentukan formulasi hipotesis

A. $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \dots = \alpha_i = 0$ (pengaruh baris nol)

$H_1 : \text{sekurang-kurangnya satu } \alpha_i \text{ tidak sama dengan nol.}$

B. $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_j = 0$ (pengaruh kolom nol)

$H_1 : \text{sekurang-kurangnya satu } \beta_i \text{ tidak sama dengan nol.}$

C. $H_0 : (\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = (\alpha\beta)_{13} = \dots = (\alpha\beta)_{ij} = 0$ (pengaruh interaksi antara baris dan klolom nol)

$H_1 : \text{sekurang-kurangnya satu } (\alpha\beta)_{ij} \text{ tidak sama dengan nol.}$

Langkah-langkah ANOVA 2 Arah → Dengan Interaksi

2. Menentukan taraf nyata beserta F tabel $\rightarrow F\alpha(v_1; v_2) = \dots$

Untuk baris $(v_1) = b - 1 \rightarrow (v_2) = (kb)(n - 1)$

Untuk kolom $(v_1) = k - 1 \rightarrow (v_2) = (kb)(n - 1)$

Untuk interaksi $(v_1) = (k - 1)(b - 1) \rightarrow (v_2) = (kb)(n - 1)$

3. Menentukan kriteria pengujian untuk barik, kolom, dan interaksi

H_0 diterima jika $F_0 \leq F\alpha(v_1; v_2)$

H_0 ditolak jika $F_0 > F\alpha(v_1; v_2)$

Langkah-langkah ANOVA 2 Arah → Dengan Interaksi

4. Membuat analisis varians dalam bentuk tabel ANOVA

Sumber Variasi	Derajat bebas	Jumlah Kuadrat	Rata-rata kuadrat	F_{hit}
Rata-rata baris	(b-1)	JKB	$s_1^2 = \frac{JKB}{db}$	$f_1 = s_1^2 / s_4^2$
Rata-rata kolom	(k-1)	JKK	$s_2^2 = \frac{JKK}{db}$	$f_2 = s_2^2 / s_4^2$
Interaksi	(b-1)(k-1)	JKI	$s_3^2 = \frac{JKI}{db}$	
Eror	bk(n-1)	JKE	$s_4^2 = \frac{JKE}{db}$	$f_3 = s_3^2 / s_4^2$
Total	bkn - 1	JKT		

Langkah-langkah ANOVA 2 Arah → Dengan Interaksi

4. Membuat analisis varians dalam bentuk tabel ANOVA

$$JKT = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k \sum_{c=1}^n x_{ijc}^2 - \frac{T^2}{bkn}$$

5. Membuat kesimpulan

Menyimpulkan H_0
diterima atau ditolak

$$JKB = \frac{\sum_{i=1}^b T_i^2}{kn} - \frac{T^2}{bkn}$$

$$JKK = \frac{\sum_{j=1}^k T_j^2}{bn} - \frac{T^2}{bkn}$$

$$JKI = \frac{\sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k T_{ij}^2}{n} - \frac{\sum_{i=1}^b T_i^2}{kn} - \frac{\sum_{j=1}^k T_j^2}{bn} + \frac{T^2}{bkn}$$

$$JKE = JKT - JKB - JK - JKI$$

Contoh4

ANOVA 2 Arah: Dengan Interaksi

Empat varietas padi hendak dibandingkan hasilnya (dalam kg) dengan memberikan pupuk. Percobaan dilakukan dengan menggunakan 8 petak yang seragam, masing-masing di 4 lokasi yang berbeda. Di setiap lokasi, dicobakan pada 2 petak yang ditentukan secara acak. Hasilnya (dalam kg) per petak adalah sbb:

Jenis pupuk	Varietas Padi			
	V1	V2	V3	V4
P1	60	59	70	55
	58	62	63	61
P2	75	61	68	70
	71	54	73	69
P3	57	58	53	62
	41	61	59	53

Contoh4

ANOVA 2 Arah: Dengan Interaksi

Dengan taraf nyata 1% ujilah hipotesis berikut ini!

- a. Tidak ada beda rata-rata hasil padi dg menggunakan ketiga jenis pupuk
- b. Tidak ada beda rata-rata hasil padi dg menggunakan keempat varietas padi
- c. Tidak ada interaksi antara jenis pupuk yang diberikan dg varietas padi yang digunakan

Contoh4

ANOVA 2 Arah: Dengan Interaksi

Dengan taraf nyata 1% ujilah hipotesis berikut ini!

- a. Tidak ada beda rata-rata hasil padi dg menggunakan ketiga jenis pupuk
- b. Tidak ada beda rata-rata hasil padi dg menggunakan keempat varietas padi
- c. Tidak ada interaksi antara jenis pupuk yang diberikan dg varietas padi yang digunakan

Contoh4

ANOVA 2 Arah: Dengan Interaksi

$$b = 3 \quad k = 4 \quad n = 2$$

1. Formulasi hipotesis:

a. $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$

$H_1 : \text{sekurang-kurangnya satu } \alpha_i \neq 0$

b. $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$

$H_1 : \text{sekurang-kurangnya satu } \beta_j \neq 0$

c. $H_0 : (\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = \dots = (\alpha\beta)_{34} = 0$

$H_1 : \text{sekurang-kurangnya satu } (\alpha\beta)_{ij} \neq 0$

2. Taraf nyata (α) dan F tabel:

$$\alpha = 1\% = 0,01$$

a. Untuk baris : $v_1 = 2, v_2 = 3 \cdot 4 \cdot (1) = 12, F_{0,01(2;12)} = 6,93$

b. Untuk kolom : $v_1 = 3, v_2 = 3 \cdot 4 \cdot (1) = 12, F_{0,01(3;12)} = 5,95$

c. Untuk interaksi : $v_1 = 6, v_2 = 3 \cdot 4 \cdot (1) = 12, F_{0,01(6;12)} = 4,82$

Contoh4

ANOVA 2 Arah: Dengan Interaksi

3. Statistik uji yang digunakan:

a. H_0 diterima jika $f_1 < F_{0,01(2;12)} = 6,93$

H_0 ditolak jika $f_1 > F_{0,01(6;12)} = 6,93$

b. H_0 diterima jika $f_2 < F_{0,01(3;12)} = 5,95$

H_0 ditolak jika $f_2 > F_{0,01(6;12)} = 5,95$

c. H_0 diterima jika $f_3 < F_{0,01(6;12)} = 4,82$

H_0 ditolak jika $f_3 > F_{0,01(6;12)} = 4,82$

Contoh4

ANOVA 2 Arah: Dengan Interaksi

4. Tabel ANOVA

Jenis Pupuk	Varietas Padi				Total
	V1	V2	V3	V4	
P1	60	59	70	55	488
	58	62	63	61	
P2	75	61	68	70	541
	71	54	73	69	
P3	57	58	53	62	444
	41	61	59	53	
Total	362	355	386	370	1473

Contoh4

ANOVA 2 Arah: Dengan Interaksi

4. Tabel ANOVA

$$JKT = 60^2 + 58^2 + \dots + 53^2 - \frac{1.473^2}{24}$$

$$= 91.779 - 90.405,4 = 1.373,6$$

$$JKB = \frac{488^2 + 541^2 + 444^2}{8} - \frac{1.473^2}{24}$$

$$= 90.995,1 - 90.405,4 = 589,7$$

$$JKK = \frac{362^2 + 355^2 + 386^2 + 370^2}{6} - \frac{1.473^2}{24}$$

$$JKI = \frac{118^2 + 121^2 + \dots + 115^2}{2} - 90.995,1 - 90.494,2 + \\ 90.405,4 = 409,6$$

$$JKE = 1.373,6 - 589,7 - 88,8 - 409,6 = 285,5$$

Sumber Varians	Jumlah Kuadrat	Derajat Bebas	Rata-rata Kuadrat	Fo
Rata-rata baris	589,7	2	294,9	$f_1=12,4$
Rata-rata kolom	88,8	3	29,6	$f_2=1,24$
Interaksi	409,6	6	68,3	$f_3=2,87$
Error	285,5	12	23,8	
Total	1.373,6	23		

Contoh4

ANOVA 2 Arah: Dengan Interaksi

5. Menarik Kesimpulan

- Karena $f_1=12,4 > F_{0,01(2;12)} = 6,93$, maka H_0 ditolak. Jadi ada perbedaan hasil rata-rata untuk pemberian ketiga jenis pupuk.
- Karena $f_2=1,24 < F_{0,01(3;12)} = 5,95$, maka H_0 diterima. Jadi tidak ada perbedaan hasil rata-rata untuk keempat varietas padi yang digunakan.
- Karena $f_3=2,87 < F_{0,01(6;12)} = 4,82$, maka H_0 diterima. Jadi tidak ada interaksi antara jenis pupuk yang diberikan dengan varietas padi yang digunakan.

ANOVA 2 Arah Dengan Interaksi: Excel

AutoSave Home Insert Draw Page Layout Formulas **Data** Review View Automate

Queries & Connections Properties Workbook Links

Get Data (Power Query) Refresh All Workbook Links

Stocks Currencies

A Z Z A Z Sort Filter Advanced

Text to Columns Flash Fill Data Validation

Remove Duplicates Consolidate What-If Analysis

Group Ungroup Subtotal Solver

E1 f_x | V4

	A	B	C	D	E
1	Jenis Pupuk	V1	V2	V3	V4
2	P1	60	59	70	55
3		58	62	63	61
4	P2	75	61	68	70
5		71	54	73	69
6	P3	57	58	53	62
7		41	61	59	53
8					
9					

Data Analysis

Analysis Tools

Anova: Two-Factor With Replication

Anova: Two-Factor Without Replication

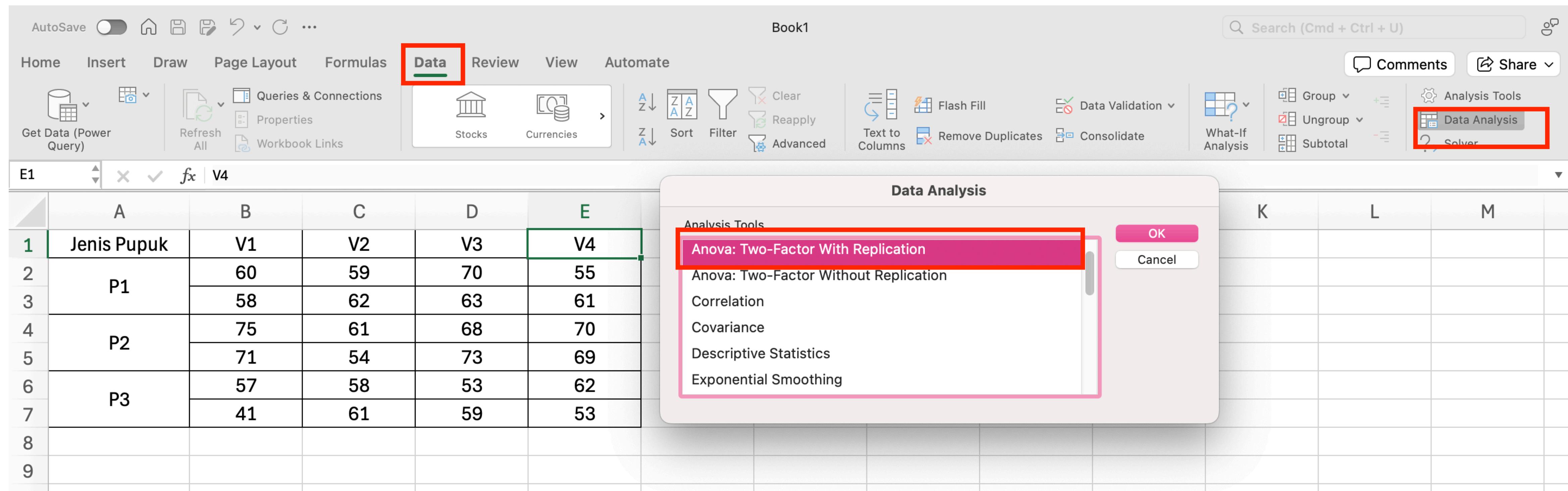
Correlation

Covariance

Descriptive Statistics

Exponential Smoothing

OK Cancel



Data → Data Analysis → Anova: Two-Factor With Replication → OK

Anova: Two-Factor With Replication

Input

Input Range: \$A\$1:\$E\$7

Rows per sample: 2

Alpha: 0,05

Output options

Output Range: \$A\$11

New Worksheet Ply:

New Workbook

OK Cancel

	A	B	C	D	E
1	Jenis Pupuk	V1	V2	V3	V4
2	P1	60	59	70	55
3		58	62	63	61
4	P2	75	61	68	70
5		71	54	73	69
6	P3	57	58	53	62
7		41	61	59	53
8					
9					
10					

Masukan Input Range → Rows per sample →Masukan Output Range → OK

SUMMARY	V1	V2	V3	V4	Total	
<i>P1</i>						
Count	2	2	2	2	8	
Sum	118	121	133	116	488	
Average	59	60,5	66,5	58	61	
Variance	2	4,5	24,5	18	19,4285714	
<i>P2</i>						
Count	2	2	2	2	8	
Sum	146	115	141	139	541	
Average	73	57,5	70,5	69,5	67,625	
Variance	8	24,5	12,5	0,5	47,4107143	
<i>P3</i>						
Count	2	2	2	2	8	
Sum	98	119	112	115	444	
Average	49	59,5	56	57,5	55,5	
Variance	128	4,5	18	40,5	45,1428571	
<i>Total</i>						
Count	6	6	6	6		
Sum	362	355	386	370		
Average	60,3333333	59,1666667	64,3333333	61,6666667		
Variance	143,8666667	8,56666667	55,8666667	48,6666667		
ANOVA						
Source of Variation	SS	df	MS	F	P-value	F crit
Sample	589,75	2	294,875	12,3940455	0,0012046	3,88529383
Columns	88,7916667	3	29,5972222	1,24401635	0,33701922	3,49029482
Interaction	409,583333	6	68,2638889	2,86923526	0,05679367	2,99612038
Within	285,5	12	23,7916667			
Total	1373,625	23				

**SELAMAT
BELAJAR**