

Ukuran Gejala Pusat (UGP)

Oleh:

Sevi Nurafni

Hj. Nanik Risnawati, Ir., M.Si.

Agrivinie Rainy Firohmatillah, S.E., M.Si.

M. Haris Fadhillah, S.E., M.M.

UKURAN GEJALA PUSAT

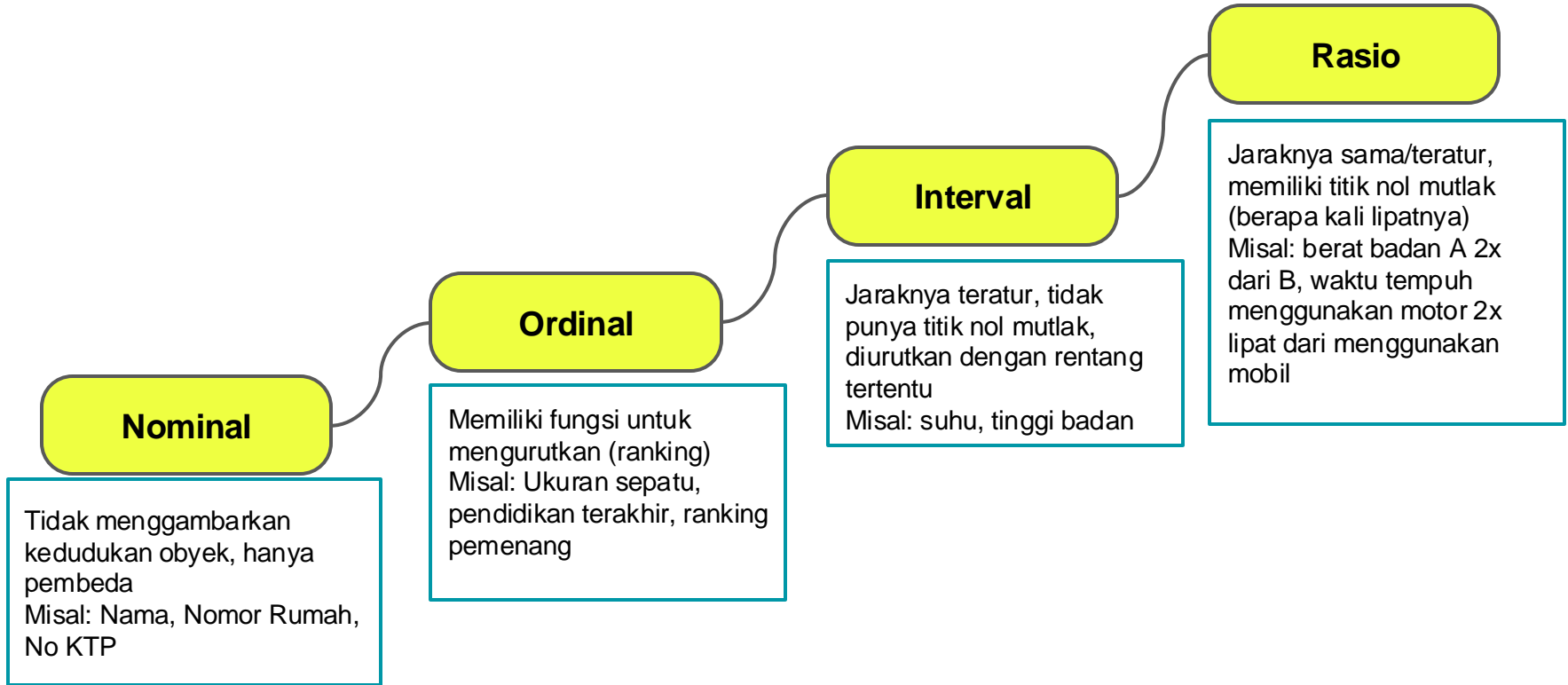
*bilangan yang digunakan
untuk mewakili sekumpulan
bilangan.*

Ukuran Gejala Pusat (UGP) adalah bilangan yang digunakan untuk mewakili sekumpulan bilangan. Ukuran Gejala Pusat biasanya nilainya dinyatakan dengan nilai rata-rata, median, kuartil, desil, persentil dan modus

Untuk menghitung ukuran gejala pusat perlu memperhatikan dua hal berikut ini :

- Bentuk data (apakah **data mentah** atau **data berkelompok**)
- Skala pengukuran datanya (apakah berskala **nominal, ordinal, interval atau rasio**).

SKALA DATA



UGP

Data Tidak Berkelompok

Mean (Rata-rata)

Median

Modus

Kuartil

Desil

Persentil

- Rata-rata Hitung
- Rata-rata Tertimbang
- Rata-rata Ukur

Data Berkelompok

Mean (Rata-rata)

Median

Modus

Kuartil

Desil

Persentil

LAMBANG PARAMETER & STATISTIK

Besaran	Parameter (Populasi)	Statistik (Sampel)
Jumlah Observasi	N	n
Rata-rata	μ	\bar{x}
Varians	σ^2	S^2
Simpangan Baku	σ	S
Proporsi	P	p

UGP DATA TIDAK BERKELOMPOK

RATA-RATA

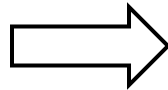


Rata-rata Hitung (*Arithmetic Mean*)

Rata-rata hitung adalah ukuran gejala pusat untuk data tidak berkelompok, jika datanya mempunyai ciri-ciri sebagai berikut :

- Datanya berskala interval
- Datanya relatif homogen (tidak mengandung bilangan ekstrim atau outlier)

Rata-rata Hitung (untuk Populasi)



$$\mu = \frac{\Sigma X}{N}$$

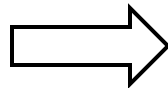
Keterangan :

ΣX : Jumlah data

N : Banyaknya data untuk populasi

n : Banyaknya data untuk sampel

Rata-rata Hitung (untuk Sampel)



$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{n}$$

RATA-RATA



Rata-rata Hitung (*Arithmetic Mean*)

Nilai matematika dari 15 mahasiswa di kelas H adalah sebagai berikut: 80, 75, 85, 70, 85, 75, 80, 75, 70, 85, 80, 80, 75, 80, dan 75. Berapakah rata-rata nilai matematika mahasiswa di kelas tersebut?

$$n = 15$$

$$\sum x = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = 80 + 75 + 85 + 70 + 85 + 75 + 80 + 75 + 70 + 85 + 80 + 80 + 75 + 80 + 75 = 1170$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{1170}{15} = 78$$

Jadi, rata-rata nilai matematika 15 mahasiswa di kelas H adalah 78

RATA-RATA



Rata-rata Tertimbang (*Weight Mean*)

Rata-rata tertimbang adalah ukuran gejala pusat untuk data tidak berkelompok, jika datanya mempunyai ciri-ciri sebagai berikut :

- Datanya berskala interval
- Datanya mempunyai bobot yang berbeda

Rumus  $\bar{X} = \frac{\sum B_i X_i}{\sum B_i}$ *atau* $\bar{X} = \frac{B_1 X_1 + B_2 X_2 + \dots + B_k X_k}{B_1 + B_2 + \dots + B_k}$

Keterangan:

B_i = Bobot Data

X_i = Nilai variabel yang dihitung rata-ratanya

Contoh :

Untuk meningkatkan penjualan, Toko Cicato sering memberikan potongan yang menarik kepada pembeli yang melakukan pembelian dalam jumlah banyak. Pada hari pertama bulan Maret 2010, jumlah pembeli yang melakukan pembelian pada toko tersebut ditunjukkan pada tabel berikut.

Pembeli	Harga/Kg	Volume /Kg	Nilai Penjualan
Koh Denis	Rp 2.500,00	375	= Rp 2.500 x 375 = Rp 937.500,00
Ci Meli	Rp 2.250,00	400	= Rp 2.250 x 400 = Rp 900.000,00
Nou	Rp 2.700,00	300	= Rp 2.700 x 300 = Rp 810.000,00
Nina	Rp 2.000,00	500	= Rp 2.000 x 500 = Rp 1.000.000,00
Edys	Rp 2.750,00	225	= Rp 2.750 x 225 = Rp 618.750,00
Total Nilai Penjualan			= Rp 937.500 + Rp 900.000 + Rp 810.000 + Rp 1.000.000 + Rp 618.750 = Rp.4.266.250,00

$$\bar{X} = \frac{\sum (B_i X_i)}{\sum B_i} = \frac{4.266.250,00}{(375 + 400 + 300 + 500 + 225)} = \frac{4\ 266\ 250,00}{(1.800)}$$

$$= \text{Rp } 2.370,138 \approx \text{Rp } 2.370$$

RATA-RATA

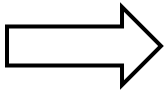


Rata-rata Ukur (Geometric Mean)

Rata-rata ukur adalah ukuran gejala pusat untuk data tidak berkelompok, jika datanya mempunyai ciri-ciri sebagai berikut :

- Datanya berskala interval
- Untuk mengukur rata-rata pertumbuhan atau rata-rata pertambahan atau rata-rata kenaikan

Rumus



$$\bar{X} = \left\{ \left(n \sqrt{\frac{P_n}{P_0}} \right) - 1 \right\} 100\%$$

Keterangan:

- \bar{X} = Rata-rata kenaikan/pertambahan/pertumbuhan
 P_n = Jumlah data pada periode akhir (periode ke-n)
 P_0 = Jumlah data pada periode awal (periode ke-0)
 n = Lama periode (periode ke-n - periode ke-0)

Rate of Growth yaitu rata-rata ukur untuk menghitung rata-rata pertumbuhan/kenaikan, baik dalam bidang ekonomi, biologi, maupun kependudukan.

RATA-RATA



Rata-rata Ukur (*Geometric Mean*)

Apabila ingin mengetahui kuantitas pada periode ke-n. Rumus :

$$P_n = P_0 (1 + \bar{X})^n$$

Apabila ingin mengetahui kuantitas pada periode ke-0 atau periode awal. Rumus :

$$P_0 = \frac{P_n}{(1 + \bar{X})^n}$$

Keterangan:

- \bar{X} = Rata-rata kenaikan/pertambahan/pertumbuhan
- P_n = Jumlah data pada periode akhir (periode ke-n)
- P_0 = Jumlah data pada periode awal (periode ke-0)
- n = Lama periode (periode ke-n - periode ke-0)

RATA-RATA



Rata-rata Ukur (Geometric Mean)

Sebuah perusahaan ABC mempunyai data penjualan susu tahun 2020 sebesar 35 juta rupiah dan pada tahun 2024 menjadi 50 juta rupiah. Berapakah rata-rata persentase kenaikan penjualan susu perusahaan ABC per tahun?

Diketahui :

P0 = Rp 35.000.000

Pn = Rp 50.000.000

n = 4 tahun (2020 sampai 2024)

$$\bar{X} = \left[\sqrt[4]{\frac{50.000.000}{35.000.000}} - 1 \right] \times 100\%$$

= $[1,09326 - 1] \times 100\% = 0,09326 \times 100\% = 9,326 \% \approx 9 \%$ Jadi, rata-rata persentase kenaikan jumlah penjualan susu di perusahaan ABC per tahun adalah 9

$$\bar{X} = \left\{ \left(n \sqrt{\frac{P_n}{P_0}} \right) - 1 \right\} 100\%$$

MEDIAN

- Median adalah bilangan yang membagi sederetan bilangan yang sudah diurutkan menjadi 2 bagian yang sama.
- Median juga merupakan rata-rata untuk data yang mempunyai skala pengukuran ordinal.
- Disamping itu Median dapat juga digunakan untuk mengukur rata-rata, jika datanya berskala interval tetapi di dalamnya mengandung bilangan ekstrim atau outlier.

Cara menghitung median untuk data tidak berkelompok:

1. **Buat array (urutkan datanya)**
2. **Cari letak median dengan rumus:**

$$LM = \frac{(n+1)}{2}$$

3. **Hitung Nilai Median.**

MODUS

Modus adalah nilai yang paling sering muncul (memiliki frekuensi paling besar).

Contoh:

12, 15, 18, 12, 20, 15, 12, 25, 18. modus = 12

4, 4, 6, 6, 7, 8, 6, 9, 9, 7, 9. modus = 6 dan 9

KUARTIL

- Kuartil adalah bilangan yang membagi sederetan bilangan yang sudah diurutkan menjadi 4 bagian yang sama.
- Nilai kuartil ada 3, yaitu Kuartil 1 (K_1), Kuartil 2 (K_2), dan Kuartil 3 (K_3).

Cara menghitung kuartil untuk data tidak berkelompok:

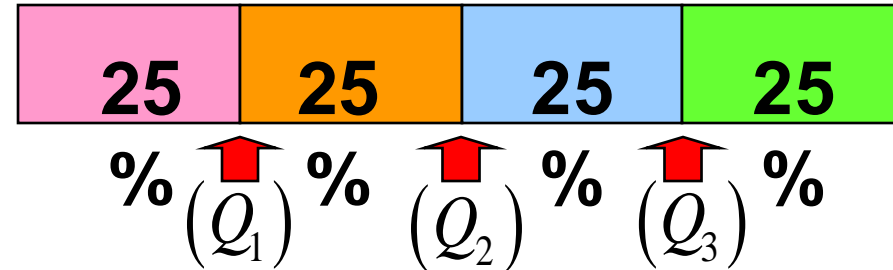
- Buat array (urutkan datanya)
- Cari letak kuartil dengan rumus:

$$LK_i = \frac{i(n+1)}{4}$$

i = letak kuartil
yang ditanyakan

- Hitung Nilai Kuartil.

Nilai K_i = bilangan letak K_i + pecahan (bilangan diatas K_i – bilangan letak K_i)



SOAL LATIHAN

Berikut ini data tentang penilaian konsumen / nasabah yang diberikan terhadap pelayanan sebuah Bank Pemerintah. Data diperoleh dari sampel yang berukuran 10 orang nasabah, yang terpilih secara acak. Hasil pengukuran dengan menggunakan kuesioner memberikan data sebagai berikut :

75 58 67 83 68 52 77 80 55 86

Pertanyaan:

- 1) Tentukan nilai median.
- 2) Tentukan nilai modus.
- 3) Tentukan nilai kuartil-3.

JAWABAN

Data di-array (diurutkan) terlebih dahulu.

52, 55, 58, 67, 68, 75, 77, 80, 83, 86

Diketahui : $n = 10$

1 Median

$$LM = \frac{(n+1)}{2} = \frac{(10+1)}{2} = 5,5 \rightarrow \text{Letak median berada di antara data ke 5 dan 6 (68 \& 75)}$$

$$\text{Nilai Median} \rightarrow M = \frac{(68+75)}{2} = 71,5$$

Artinya 50% tabungan karyawan nasabah Bank Pemerintah menilai pelayanan yang diberikan oleh Bank lebih kecil dari 71,5, sedangkan sisanya 50% nasabah lainnya menilai pelayanan Bank Pemerintah dengan nilai di atas 71,5.

UGP TIDAK BERKELOMPOK

2 Modus

Tidak ada

Data di-array (diurutkan) terlebih dahulu.

52, 55, 58, 67, 68, 75, 77, 80, 83, 86

Diketahui : $n = 10$

3 Kuartil 3

$$LK_3 = \frac{3(10 + 1)}{4} = \frac{33}{4} = 8,25$$

Letak kuartil 3 berada pada data ke 8,25.

Nilai Kuartil 3

$$NK_3 = \text{data ke-8} + 0,25 (\text{data ke-9} - \text{data ke-8})$$

$$NK_3 = 80 + 0,25 (83 - 80)$$

$$NK_3 = 80 + 0,25 (3)$$

$$NK_3 = 80 + 0,75 = 80,75$$

Artinya 75% tabungan karyawan nasabah Bank Pemerintah menilai pelayanan yang diberikan oleh Bank lebih kecil dari 80,75, sedangkan sisanya 25% nasabah lainnya menilai pelayanan Bank Pemerintah dengan nilai di atas 80,75.



UGP DATA BERKELOMPOK

Tabel Distribusi Frekuensi Besarnya
Tabungan per Bulan (%) dari Pendapatan

K I	U K	X i	Fi	Fi Xi
18 - 24	17,5 – 24,5	21	10	210
25 – 31	24,5 – 31,5	28	8	224
32 – 38	31,5 – 38,5	35	5	175
39 – 45	38,5 – 45,5	42	10	420
46 – 52	45,5 – 52,5	49	7	343
53 – 59	52,5 – 59,5	56	8	448
60 - 66	59,5 – 66,5	63	2	126
Jumlah			50	1946

RATA-RATA

$$\bar{X} = \frac{\sum F_i X_i}{\sum F_i}$$

Keterangan:

\bar{X} = Rata-rata

F_i = Frekuensi ke-i

X_i = Nilai Tengah

Kelas-i

Σ = Penjumlahan

Maka:

$$\bar{X} = \frac{1946}{50} = 38,92$$

Jadi rata-rata besarnya tabungan karyawan per bulan sebesar 38,92 % dari pendapatannya

MEDIAN

Cara menghitung median untuk data berkelompok:

1. Cari letak median dengan rumus: $LM = \frac{n}{2}$

2. Hitung Nilai Median dengan rumus:

$$N_{Me} = b + p \left(\frac{\frac{n}{2} - \sum F_{Me}}{F_{Me}} \right)$$

Maka:

$$\frac{50}{2} = 25 \longrightarrow \text{Letak median terdapat pada data ke-25}$$

$$\begin{aligned} N_{Me} &= 38,5 + 7 \left(\frac{25 - 23}{10} \right) \\ &= 38,5 + 7(0,2) \\ &= 38,5 + 1,4 = 39,9 \end{aligned}$$

Artinya 50 % dari karyawan, besar tabungannya di bawah 39,9 % dari pendapatannya dan sisanya 50 % karyawan lainnya, besar tabungannya di atas 39,9% dari pendapatannya

Keterangan:

n	= Jumlah Frekuensi
b	= Batas bawah UK
P	= Panjang kelas
ΣF_{Me}	= Jumlah frekuensi sebelumnya
F_{Me}	= Data frekuensi terpilih

K I	U K	X i	Fi	Fi Xi
18 - 24	17,5 – 24,5	21	10	210
25 – 31	24,5 – 31,5	28	8	224
32 – 38	31,5 – 38,5	35	5	175
39 – 45	38,5 – 45,5	42	10	420
46 – 52	45,5 – 52,5	49	7	343
53 – 59	52,5 – 59,5	56	8	448
60 - 66	59,5 – 66,5	63	2	126
Jumlah			50	1946

MODUS

Cara menghitung Modus untuk data berkelompok:

1. Cari letak modus dengan melihat frekuensi paling banyak
2. Hitung Nilai modus dengan rumus:

$$M_o = b + p \left(\frac{b_1}{b_1 + b_2} \right)$$

Maka:

Letak Modus → terdapat di kelas ke-1 (terdapat 2 modus)

$$M_o = 17,5 + 7 \left(\frac{10}{10 + 2} \right) = 17,5 + 7 \left(\frac{10}{12} \right)$$

$$M_o = 17,5 + 7 (0,833) = 17,5 + 5,833$$

$$M_o = 23,333$$

Sebagian besar karyawan mempunyai tabungan, sebesar 23,33% dari pendapatan.

Keterangan:

n	= Jumlah Frekuensi
b	= Batas bawah UK terpilih
P	= Panjang kelas
b₁ sebelumnya	= selisih di kelas modus dengan di kelas sebelumnya
b₂ setelahnya	= selisih di kelas modus dengan di kelas setelahnya

K I	U K	X i	Fi	Fi Xi
18 - 24	17,5 – 24,5	21	10	210
25 – 31	24,5 – 31,5	28	8	224
32 – 38	31,5 – 38,5	35	5	175
39 – 45	38,5 – 45,5	42	10	420
46 – 52	45,5 – 52,5	49	7	343
53 – 59	52,5 – 59,5	56	8	448
60 - 66	59,5 – 66,5	63	2	126
Jumlah			50	1946

MODUS

Cara menghitung Modus untuk data berkelompok:

1. Cari letak modus dengan melihat frekuensi paling banyak
2. Hitung Nilai modus dengan rumus:

$$M_o = b + p \left(\frac{b_1}{b_1 + b_2} \right)$$

Maka:

Letak Modus → terdapat di ke-4 (terdapat 2 modus)

$$M_o = 38,5 + 7 \left(\frac{(10-5)}{(10-5)+(10-7)} \right) = 38,5 + 7 \left(\frac{5}{5+3} \right)$$

$$M_o = 38,5 + 7 \left(\frac{5}{8} \right) = 38,5 + 7 (0,625)$$

$$M_o = 38,5 + 4,375 = 42,875$$

Sebagian besar karyawan mempunyai tabungan, sebesar 42,875% dari pendapatan.

Keterangan:

n	= Jumlah Frekuensi
b	= Batas bawah UK terpilih
P	= Panjang kelas
b₁ sebelumnya	= selisih di kelas modus dengan di kelas sebelumnya
b₂ setelahnya	= selisih di kelas modus dengan di kelas setelahnya

K I	U K	X i	Fi	Fi Xi
18 - 24	17,5 – 24,5	21	10	210
25 – 31	24,5 – 31,5	28	8	224
32 – 38	31,5 – 38,5	35	5	175
39 – 45	38,5 – 45,5	42	10	420
46 – 52	45,5 – 52,5	49	7	343
53 – 59	52,5 – 59,5	56	8	448
60 - 66	59,5 – 66,5	63	2	126
Jumlah			50	1946

KUARTIL

Cara menghitung kuartil untuk data berkelompok:

1. Cari letak kuartil dengan rumus: $LK_i = \frac{i(n)}{4}$

2. Hitung Nilai Kuartil dengan rumus:

$$K_i = b + p \left(\frac{\frac{in}{4} - \sum Fk_i}{Fk_i} \right)$$

Maka:

$$LK_3 = \frac{3(50)}{4} = \frac{150}{4} = 37,5 \rightarrow$$

$$\begin{aligned} NK_3 &= 45,5 + 7 \left(\frac{37,5 - 33}{7} \right) \\ &= 45,5 + 7 \left(\frac{4,5}{7} \right) = 45,5 + 7 (0,6) \\ &= 45,5 + (4,2) = 49,7 \end{aligned}$$

Letak
kuartil
terdapat
pada data
ke-37,5

Artinya 75 % dari karyawan, besar tabungannya di bawah 49,7% dari pendapatan dan sisanya 25% karyawan lainnya, besar tabungannya di atas 49,7% dari pendapatannya

Keterangan:

i = Kuartil yang ditanya

n = Jumlah Frekuensi

b = Batas bawah UK

ΣF_{K_i} = Jumlah frekuensi kuartil sebelum

F_{K_i} = Data frekuensi kuartil terpilih

K I	U K	X i	Fi	Fi Xi
18 - 24	17,5 – 24,5	21	10	210
25 – 31	24,5 – 31,5	28	8	224
32 – 38	31,5 – 38,5	35	5	175
39 – 45	38,5 – 45,5	42	10	420
46 – 52	45,5 – 52,5	49	7	343
53 – 59	52,5 – 59,5	56	8	448
60 - 66	59,5 – 66,5	63	2	126
Jumlah			50	1946

SOAL LATIHAN

Sebuah lembaga penelitian mengadakan survei mengenai jumlah tabungan per bulan dari pendapatan Karyawan BUMN di Jakarta. Penelitian dilakukan terhadap 20 karyawan sebagai sampel dan hasilnya dinyatakan dalam % yang hasilnya sebagai berikut :

KI	UK	X_i	F_i	$F_i \cdot X_i$
24 - 30	23,5 - 30,5	27	6	162
31 - 37	30,5 - 37,5	34	3	102
38 - 44	37,5 - 44,5	41	4	164
45 - 51	44,5 - 51,5	48	4	192
52 - 57	51,5 - 57,5	55	3	165
Jumlah			20	785

Pertanyaan:

Tentukan nilai rata-rata, median, modus, kuartil 1, dan kuartil 3.

JAWABAN

1 Rata-rata

$$\bar{X} = \frac{\sum FiXi}{\sum Fi} = \frac{785}{20}$$
$$\bar{X} = 39,25$$

Rata-rata besarnya tabungan per bulan karyawan BUMN di Jakarta sebesar 39,25%.

KI	UK	Xi	Fi	Fi.Xi
24 - 30	23,5 - 30,5	27	6	162
31 - 37	30,5 - 37,5	34	3	102
38 - 44	37,5 - 44,5	41	4	164
45 - 51	44,5 - 51,5	48	4	192
52 - 57	51,5 - 57,5	55	3	165
Jumlah			20	785

UGP BERKELOMPOK

2 Median

Letak Median

$$L_{Me} = \frac{n}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

Nilai Median

$$N_{Me} = b + p \left(\frac{\frac{n}{2} - \sum F_{Me}}{F_{Me}} \right)$$

$$N_{Me} = 37,5 + 7 \left(\frac{10 - 9}{4} \right)$$

$$N_{Me} = 37,5 + 7(0,25) = 37,5 + 1,75$$

$$N_{Me} = 39,25$$

Artinya 50% dari karyawan BUMN, besar tabungannya di bawah 39,25% dari pendapatannya dan sisanya 50% karyawan lainnya, besar tabungannya di atas 39,25% dari pendapatannya.

3 Modus

$$M_0 = b + p \left(\frac{b_1}{b_1 + b_2} \right)$$

$$b = 23,5$$

$$p = 5$$

$$b_1 = 6$$

$$b_2 = 3$$

$$Mo = 23,5 + 5 \left(\frac{6}{6+3} \right)$$

$$Mo = 23,5 + 5(0,67)$$

$$Mo = 23,5 + 3,35$$

$$Mo = 26,86$$



Thank You