



# Teori Peluang

## Oleh:

Sevi Nurafni Hj. Nanik Risnawati, Ir., M.Si. Agrivinie Rainy Firohmatillah, S.E., M.Si. M. Haris Fadhillah, S.E., M.M.



# PELUANG (P)

 $P(X) = \frac{n(X)}{n(S)}$ 

Besarnya kemungkinan terjadinya suatu peristiwa dari suatu percobaan/aktivitas.

#### Percobaan

tindakan atau kegiatan yang menghasilkan peristiwa

## Peristiwa (X)

kejadian yg diharapkan terjadi dari suatu percobaan dan merupakan himpunan bagian dari suatu ruang sampel

## Ruang Sampel (S)

kumpulan dari semua kemungkinan peristiwa yang bisa terjadi dari suatu percobaan

## **Titik Sampel**

Kemungkinan-kemungkinan yang terjadi pada suatu percobaan

## Nilai Peluang

berkisar antara 0 s/d 1

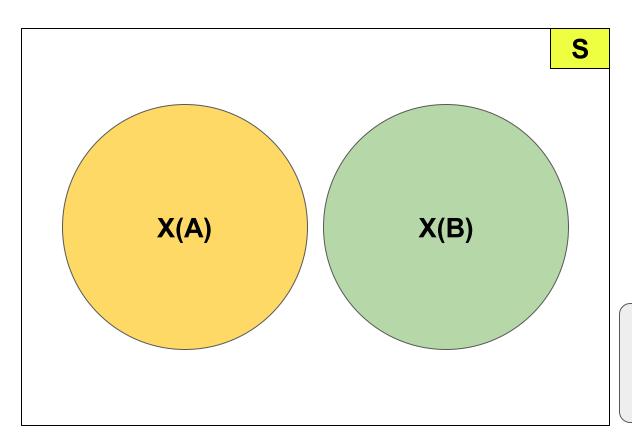
 $0 \le P \le 1$ 

**Jika P = 0**, maka peluang tidak akan terjadi

**Jika P = 1,** maka peluang pasti akan terjadi

**Jika P ≥ 0 / P ≤ 1,** maka peristiwa mungkin terjadi

# **DIAGRAM VENN**



# Keterangan

**S**: Semesta / Ruang Sampel

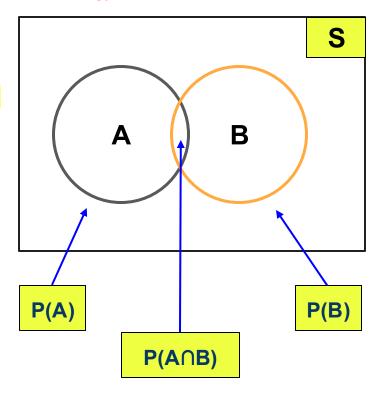
X : Kejadian / Peristiwa



Peluang untuk Peristiwa Tidak Saling Lepas (Sembarang)

Dua peristiwa, disebut peristiwa yang tidak saling lepas (sembarang) apabila peristiwa-peristiwa tersebut dapat terjadi bersamaan, namun tidak selalu terjadi bersamaan, atau memiliki bagian titik sampel yang sama (dihubungkan dengan kata "atau" / U)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$(A \cup B) = (A) + (B) - (A \cap B)$$





Peluang untuk Peristiwa Tidak Saling Lepas (Sembarang)

#### Contoh:

Dalam sebuah kelas dipilih secara acak untuk mendapatkan mata kuliah pilihan, yaitu: MK. Transportasi dan MK. audit. Dengan data sebagai berikut: jumlah siswa seluruhnya ada 60 orang, yang mendapat MK. Transportasi ada 25 mhs, MK. Audit sebanyak 20 mhs, sedangkan yang mendapatkan MK. Transportasi dan Audit ada 15 mhs. Berapakah peluang seorang mahasiswa bernama Andi, akan mendapat MK Transportasi atau Audit?!



Peluang untuk Peristiwa Tidak Saling Lepas (Sembarang)

## Diketahui

Jumlah Mahasiswa 
$$\longrightarrow$$
 S = 60 orang  $\longrightarrow$   $P(A) = \frac{25}{60}$  MK Transportasi  $\longrightarrow$  A = 25 Orang  $\longrightarrow$   $P(B) = \frac{20}{60}$  MK Audit  $\longrightarrow$  B = 20 Orang  $\longrightarrow$   $P(A \cap B) = \frac{15}{60}$  Transportasi



Peluang untuk Peristiwa Tidak Saling Lepas (Sembarang)

#### Jawaban

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{25}{60} + \frac{20}{60} - \frac{15}{60}$$

$$P(A \cup B) = \frac{30}{60} = \frac{1}{2} = 0.5$$

## **Simpulan**

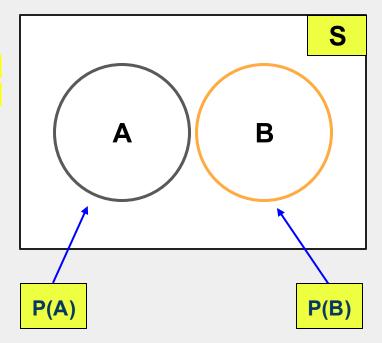
Peluang Andi akan mendapatkan MK Transportasi atau MK Audit sebesar 50% atau 0,5.



Peluang untuk Peristiwa yang Saling Lepas

Dua peristiwa dinamakan peristiwa yang saling lepas, jika peristiwa-peristiwa tersebut tidak dapat terjadi bersamaan atau memiliki titik sampel yang berbeda pada suatu ruang sampel (dihubungkan dengan kata "atau")

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$





Peluang untuk Peristiwa yang Saling Lepas

#### Contoh

Dalam sebuah kotak terdapat 20 bola, yaitu 7 bola biru, 4 bola hijau, 6 bola merah, dan sisanya putih. Berapakah peluang terambilnya bola hijau atau putih?



Peluang untuk Peristiwa yang Saling Lepas

## Diketahui

Bola Biru 
$$\longrightarrow$$
 B = 7 bola  $\longrightarrow$   $P(B) = \frac{1}{20}$ 

Bola Hijau 
$$\longrightarrow$$
 **H = 4 bola**  $\longrightarrow$   $P(H) = \frac{4}{20}$ 

Bola Merah 
$$\longrightarrow$$
 M = 6 bola  $\longrightarrow$   $P(M) = \frac{6}{20}$ 

Bola Putih 
$$\longrightarrow$$
 P = 3 bola  $\longrightarrow$   $P(P) = \frac{3}{20}$ 



Peluang untuk Peristiwa yang Saling Lepas

## **Ditanya**

Peluang terambilnya bola hijau atau putih?



#### Jawaban

$$P(H \cap P) = P(H) + P(P)$$

$$P(H \cap P) = \frac{4}{20} + \frac{3}{20} = \frac{7}{20} = 0,35$$

## **Simpulan**

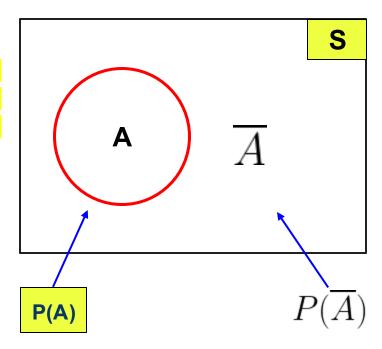
Peluang terambilnya bola hijau atau bola putih sebesar 0,35 atau 35%.



Peluang untuk Peristiwa yang Komplementer

Dua peristiwa dikatakan komplementer apabila anggota himpunan pada peristiwa yang satu bukan merupakan anggota himpunan pada peristiwa lainnya, dan jumlah dari seluruh anggota himpunan itu adalah 1.

$$P(A)=1-P(\overline{A})$$
 , atau 
$$P(\overline{A})=1-P(A)$$
 , maka 
$$P(A)+P(\overline{A})=1$$





Peluang untuk Peristiwa yang Komplementer

#### Contoh:

Peluang seorang sarjana yg melamar kerja menjadi ASN AKAN LOLOS sebesar 40 %. Maka berapakah peluang sarjana tersebut tidak terpilih menjadi pegawai ASN?



Peluang untuk Peristiwa yang Komplementer

**Diketahui:** P(A) = 0.4

Ditanya:  $P(\overline{A})$ 

## Jawaban:

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(\overline{A}) = 1 - 0.4 = 0.6$$

## **Simpulan**

Peluang sarjana tersebut tidak terpilih menjadi pegawai ASN sebesar 0,6 atau 60%.



Peluang untuk Peristiwa Independen atau Percobaan dengan Pengembalian

Dua peristiwa atau lebih dikatakan independen apabila peristiwa yang satu tidak mempengaruhi peristiwa yang lainnya (dihubungkan dengan kata "dan" / ∩). Atau dalam percobaan dilakukan dengan pengembalian.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

#### Contoh:

Dalam sebuah kotak terdapat 13 bola hijau dan 7 bola ungu. Berapakah peluang terambilnya 1 bola hijau dan 1 bola ungu dalam dua kali pengambilan dengan pengembalian setiap selesai pengambilan yg pertama?



Peluang untuk Peristiwa Independen atau Percobaan dengan Pengembalian

## Diketahui

Bola Hijau 
$$\longrightarrow$$
 H = 13 bola  $\longrightarrow$   $P(H) = \frac{10}{20}$ 

Bola Hijau 
$$\longrightarrow$$
 H = 13 bola  $\longrightarrow$   $P(H) = \frac{13}{20}$  Bola Ungu  $\longrightarrow$  U = 7 bola  $\longrightarrow$   $P(U) = \frac{7}{20}$ 

**P(H∩U)?** Ditanya:



Peluang untuk Peristiwa Independen atau Percobaan dengan Pengembalian

#### **Jawaban**

$$P(H \cap U) = \frac{13}{20} x \frac{7}{20} = \frac{91}{400} = 0,2275 \approx 0,23$$

## Simpulan

Peluang terambilnya bola hijau dan bola biru dalam 2 kali pengembalian dengan pengembalian sebesar 0,23 atau 23%.



Peluang untuk Peristiwa Bersyarat (Dependen)

Peristiwa Bersyarat berarti suatu peristiwa yang merupakan syarat bagi peristiwa lainnya. Jadi, suatu peristiwa akan mempengaruhi peluang dari peristiwa lainnya. Dicirikan dengan percobaan yang tanpa pengembalian.

## Peluang terjadinya Peristiwa A, jika Peristiwa B diketahui telah terjadi

$$P(A|B) = rac{P(A\cap B)}{P(B)}$$
 , maka

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A|B)$$

## Peluang terjadinya Peristiwa B, jika Peristiwa A diketahui telah terjadi

$$P(B|A) = rac{P(B\cap A)}{P(A)}$$
 , maka

$$P(B \cap A) = P(A) \times P(B|A)$$



Peluang untuk Peristiwa Bersyarat (Dependen)

#### Contoh

Pada sebuah kantong terdapat 14 kelereng merah dan 11 kelereng putih. Berapakah peluang terambilnya kelereng putih dengan syarat terlebih dahulu terambil kelereng merah?



Peluang untuk Peristiwa Bersyarat (Dependen)

#### Diketahui:

Jumlah seluruh Kelereng 
$$\longrightarrow$$
 S = 25

Jumlah seluruh Kelereng setelah diambil kelereng Merah  $\longrightarrow$  S' = 25 - 1 = 24

Kelereng Merah  $\longrightarrow$  P(M) = 14/25

Kelereng Putih setelah diambil kelereng merah  $\longrightarrow$  P(P|M) = 11/24

Ditanya: P(P|M)?



Peluang untuk Peristiwa Bersyarat (Dependen)

#### Jawaban

$$P(P|M) = P(P \cap M) / P(M)$$

$$P(P \cap M) = P(M) \times P(P) = 14/25 \times 11/24 = 154/600$$

$$P(P|M) = 154/600 / 14/25$$

$$P(P|M) = 154/600 \times 25/14$$

$$P(P|M) = 3850/8400 = 0,458333 \approx 0,46$$

## Simpulan

Peluang terambilnya kelereng putih setelah terambilnya kelereng merah sebesar 0,46 atau 46%



## Total Peluang

Hukum Probabilitas Total membantu kita menghitung peluang **terjadinya suatu kejadian** A dengan **menjumlahkan semua kemungkinan terjadinya** A **melalui** berbagai **kejadian**  $B_i$ , yang **masing-masing dikalikan dengan peluang terjadinya**  $B_i$ .

$$P(A) = P(B_1) \cdot P(A|B_1) + P(B_2) \cdot P(A|B_2) + \ldots + P(B_n) \cdot P(A|B_n)$$

atau

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + \cdots + P(A \cap B_n)$$



Peluang Total

#### Contoh

Sebuah toko memiliki 2 gudang penyimpanan barang:

- Gudang A berisi 60% dari total barang.
- Gudang B berisi 40% dari total barang.

#### Diketahui bahwa:

- 10% barang di Gudang A adalah barang rusak.
- 5% barang di Gudang B adalah barang rusak.

Sekarang, jika kita mengambil satu barang secara acak dari seluruh persediaan, berapa peluang barang itu rusak?



Peluang Total

## Diketahui:

Barang Gudang A A = 0,6

Barang Gudang B  $\rightarrow$  B = 0,4

Barang Rusak di Gudang A  $\rightarrow$  P(R|A) = 0,10

Barang Rusak di Gudang B P(R|B) = 0.05

Ditanya: P(R)?



Peluang untuk Peristiwa Bersyarat (Dependen)

#### **Jawaban**

$$P(R) = P(A) \times P(R|A) + P(B) \times P(R|B)$$

$$P(R) = (0.6 \times 0.10) + (0.4 \times (0.05))$$

$$P(R) = 0.06 + 0.02 = 0.08$$

## Simpulan

Peluang barang yang diambil rusak sebesar 0,08 atau 8%



Dalil Bayes

Dalil bayes digunakan untuk menghitung peluang bersyarat dari 2 kejadian atau lebih. Dengan syarat masing-masing kejadian sudah diketahui peluangnya.

$$P(X|G) = \frac{P(X \cap G)}{P(G)}, \text{ dimana } P(X \cap G) = P(X) \text{ . } P(G|X) \text{ atau } P(X \cap G) = P(G) \text{ . } P(X|G)$$

$$dan P(G) = P(X_1 \cap G) + P(X_2 \cap G) + \dots P(X_n \cap G)$$



Dalil Bayes

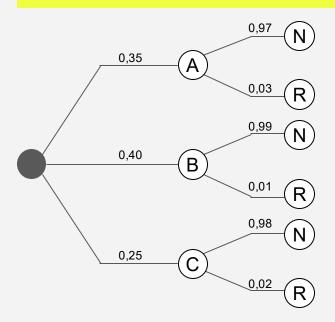
#### Contoh:

Sebuah usaha fotocopy memiliki 3 mesin; mesin A, mesin B, dan mesin C yang digunakan setiap harinya untuk mencetak 1000 lembar, dengan kapasitas : 35% lembar dihasilkan mesin A, 40% dihasilkan mesin B, dan 25% dihasilkan mesin C. Peluang cetakan rusak jika di mesin A = 3%, mesin B = 1%, dan mesin C = 2%. Salah satu teknisi mengambil hasil cetakan secara acak, dan ternyata ia mengambil cetakan yang rusak. Berapakah peluang cetakan yang terambil dan ternyata rusak tersebut merupakan hasil cetakan oleh mesin C?



Dalil Bayes

## **Diagram Pohon Dalil Bayes**



Keterangan:

A = Mesin A

B = Mesin B

C = Mesin C

N = Hasil Baik (Normal)

R = Hasil Rusak



Dalil Bayes

## **Diketahui**

Mesin A  $\rightarrow$  P(A) = 35%  $\approx$  0,35 Peluang Mesin A Rusak : P(R|A) = 3%  $\approx$  0,03

Mesin B  $\rightarrow$  P(B) = 40%  $\approx$  0,40 Peluang Mesin B Rusak : P(R|B) = 1%  $\approx$  0,01

Mesin C  $\rightarrow$  P(C) = 25%  $\approx$  0,25 Peluang Mesin C Rusak : P(R|C) = 2%  $\approx$  0,02

Ditanya: P(C|R)?



## Dalil Bayes

#### Jawaban

$$P(C|R) = \frac{P(C \cap R)}{P(R)}$$

$$P(R) = P(A \cap R) + P(B \cap R) + P(C \cap R)$$

$$P(A \cap R) = P(A) \times P(R|A) = 0.35 \times 0.03 = 0.0105$$

$$P(B \cap R) = P(B) \times P(R|B) = 0.40 \times 0.01 = 0.004$$

$$P(C \cap R) = P(C) \times P(R|C) = 0.25 \times 0.02 = 0.005$$

$$P(R) = 0.0195$$

$$P(C|R) = \frac{0,005}{0,0195}$$

$$P(C|R) = 0,256410256 \approx 0,26$$

## Simpulan

(+)

Peluang cetakan rusak yang dihasilkan dari mesin c sebesar 0,26 atau 26%.





Permutasi merupakan penyusunan kumpulan angka/objek dalam berbagai urutan-urutan yang berbeda tanpa ada pengulangan. Dalam permutasi urutan objek diperhatikan. Sehingga AB≠BA.

## Jenis-jenis Permutasi

- 1. Permutasi dari n objek Seluruhnya
- 2. Permutasi sebanyak r dari n Objek yang Berbeda (Tanpa Pemulihan/ Pengembalian) Tidak Boleh Berulang
- 3. Permutasi Keliling
- 4. Permutasi sebanyak r dari n Objek (Dengan Pemulihan/ Pengembalian) Boleh Berulang
- 5. Banyaknya Permutasi Jika ada Unsur yang Sama



## nPr! = n!

dimana, r≤n dan merupakan bilangan bulat positif.

#### Keterangan:

P = Jml. Permutasi cara objek disusun

n = Jml. objek yang disusun

r= Jml. objek yang digunakan pada saat bersamaan (ruang)

! = faktorial

#### Contoh:

Ada berapa susunan yang dapat disusun dari kata "ABC"?



# Permutasi dari n Objek Seluruhnya

#### Diketahui:

n = 3 (A, B, C)

r = 3 huruf

Ditanya: nPr! = n!

## Jawaban

$$3P3 = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

Objek yang dapat disusun dari kata "ABC" sebanyak 6 susunan.

## **Pembuktian**

1 A B C

2 A C B

3 B A C

4 B C A

5 C A B

6 C B A



Permutasi sebanyak r dari n Objek yang Berbeda (Tanpa Pemulihan/ Pengembalian) Tidak Boleh Berulang

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

#### Keterangan:

P = Jml. Permutasi cara objek disusun

n = Jml. objek yang disusun

r= Jml. objek yang digunakan pada saat bersamaan (ruang)

! = faktorial

#### Contoh:

Ada berapa susunan yang dapat disusun dari kata "ABC", jika yang dibutuhkan hanya 2 huruf?



# Permutasi sebanyak r dari n Objek yang Berbeda (Tanpa Pemulihan/ Pengembalian) Tidak Boleh Berulang

## Diketahui:

$$n = 3 (A, B, C)$$

r = 2 huruf

## Ditanya:

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

## Jawaban

$$_{3P_2} = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3 \times 2 \times 1}{1} = \frac{6}{1} = 6$$

## **Pembuktian**

1	Α	В
---	---	---



#### Keterangan:

P = Jml. Permutasi cara objek disusun

n = Jml. objek yang disusun

! = faktorial

#### Contoh:

Si D, E, F ingin melakukan diskusi ringan pada suatu meja bundar, berapa banyak susunan tempat duduk yang diisi oleh mereka?



## Permutasi Keliling



## Diketahui:

$$n = 3 (D, E, F)$$

Ditanya: 
$$P_{keliling} = (n-1)!$$

#### Jawaban

$$P_{\text{keliling}} = (3-1)! = 2! = 2 \times 1 = 2$$

Susunan pada tempat duduk yang dapat diisi sebanyak 2 susunan

## **Pembuktian**

Bukti 1

D

Ε

F

Bukti 2

D

F

Ε



Permutasi sebanyak r dari n Objek (Dengan Pemulihan/ Pengembalian) Boleh Berulang

# nPr = n<sup>r</sup>

dimana, r ≤ n dan merupakan bilangan bulat positif.

#### Keterangan:

P = Jml. Permutasi cara objek disusun

n = Jml. objek yang disusun

r= Jml. objek yang digunakan pada saat bersamaan (ruang)

! = faktorial

#### Contoh:

Ada berapa susunan yang dapat disusun dari kata "A" & "Z", jika huruf yang digunakan dapat berulang?



## Permutasi sebanyak r dari n Objek (Dengan Pemulihan/ Pengembalian) Boleh Berulang

### Diketahui:

$$n = 2 (A,Z)$$

r = 2 huruf

Ditanya: nPr = nr

#### **Jawaban**

$$_{2}P_{2} = 2^{2} = 2 \times 2 = 4$$

Huruf yang dapat disusun dari kata "A" dan "Z" secara berulang sebanyak 4 susunan.



## Banyaknya Permutasi Jika ada Unsur yang Sama

Banyaknya permutasi yang berlainan dari n benda bila n1 diantaranya berjenis pertama, n2 berjenis kedua sampai nk berjenis ke-k.

$$\mathbf{P}(\mathbf{n}, \mathbf{1}, \mathbf{2}, ..., \mathbf{k}) = \frac{\mathbf{n}!}{\mathbf{n}\mathbf{1}! \ \mathbf{x} \ \mathbf{n}\mathbf{2}! \ \mathbf{x} ... \ \mathbf{x} \ \mathbf{n}\mathbf{k}!}$$

#### Keterangan:

P = Jml. Permutasi cara objek disusun

k = jumlah objek yang disusun saat bersamaan

#### Contoh:

Ada berapa susunan yang dapat disusun dari kata "LABA" jika semua hurufnya digunakan?



## Banyaknya Permutasi Jika ada Unsur yang Sama

Diketahui:

n = 4 (L,A,B,A)

Huruf L(n1) = 1; Huruf A(n2) = 2; dan Huruf B(n3) = 1

**Ditanya:** P(n,1,2,...,k)

Jawaban

$$P = \frac{4!}{1! \times 2! \times 1!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 1 \times 1} = \frac{24}{2} = 12$$

Huruf yang dapat disusun dari kata "LABA" sebanyak 12 susunan



## Banyaknya Permutasi Jika ada Unsur yang Sama

## **Contoh (lanjutan)**

1 L A B A
-----------

5	В	Α	Α	L
---	---	---	---	---

9	Α	L	В	Α
	I			ı



Kombinasi merupakan penyusunan kumpulan angka/objek dalam berbagai urutan-urutan yang berbeda tanpa ada pengulangan. Dalam kombinasi urutan objek tidak diperhatikan. Sehingga AB = BA

$$\mathbf{nCr} = \frac{\mathbf{n}!}{\mathbf{r}!(\mathbf{n}-\mathbf{r})!}$$

#### Keterangan:

C = Jml. Kombinasi atau cara objek disusun

n = Jml. objek yang disusun

r= Jml. objek yang digunakan pada saat bersamaan (ruang)

! = faktorial



#### Contoh

Dari 3 orang mahasiswa dan 3 orang mahasiswi akan dibentuk suatu kelompok. Berdasarkan hal tersebut tentukanlah pembentukan kelompok jika:

- a. Kelompok terdiri dari 3 orang.
- b. Kelompok terdiri dari 3 orang dengan 2 orang mahasiswi



## Contoh (Menjawab Soal a)

### Diketahui:

n = 3 org mahasiswa + 3 org mahasiswi = 6 orang; r = 3 orang

Ditanya: nCr?

#### Jawaban:

$$6\text{C3} \ = \ \tfrac{6!}{3!(6-3)!} \ = \ \tfrac{6\ x\ 5\ x\ 4\ x\ 3\ x\ 2\ x\ 1}{3\ x\ 2\ x\ 1.(3\ x\ 2\ x\ 1)}$$

$$6C3 = \frac{720}{6(6)} = \frac{720}{36} = 20$$

Kombinasi yang dapat disusun pada suatu kelompok yang terdiri dari 3 orang sebanyak 20 susunan



## Contoh soal a (lanjutan)

Asumsi:

3 Orang Mahasiswa = a, b, c; 3 Orang Mahasiswi = x, y, z

1	А	В	С	6	А	С	Y	1	11	В	С	Х	16	В	Υ	Z
2	А	В	Х	7	Α	С	Z	1	12	В	С	Υ	17	С	Х	Y
3	А	В	Y	8	А	x	Υ	1	13	В	С	Z	18	С	х	Z
4	А	В	Z	9	А	Х	Z	1	14	В	Х	Υ	19	С	Υ	Z
5	А	С	Х	10	Α	Υ	Z	1	15	В	X	Z	20	Х	Υ	Z



## **Contoh (Menjawab Soal b)**

### Diketahui:

n1 (mahasiswa) = 3; r1 (mahasiswa dalam kelompok) = 1 n2 (mahasiswi) = 3; r2 (mahasiswi dalam kelompok) = 2

Ditanya: nCr?

## Jawaban:

$$n_1Cr_1 \times n_2Cr_2 = 3C1 \times 3C2$$

$$\frac{3!}{1!(3-1)!} \times \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{6}{2} \times \frac{6}{2} = 36 / 4 = 9$$

Kombinasi kelompok yang dapat disusun dengan 1 orang mahasiswa dan 2 orang mahasiswi sebanyak 9 susunan



## **Contoh soal b (lanjutan)**

Asumsi:

3 Orang Mahasiswa = a, b, c; 3 Orang Mahasiswi = x, y, z

1	Α	Х	Υ	4	В	X	Z		7	Α	Υ	Z
		<b>T</b>				_	1	1				
2	Α	Х	Z	5	С	X	Υ		8	В	Υ	Z
								1				
•	ח	V	V				7			_	V	7

# Thank You