

# **Analysis of Variance (ANOVA)-1**

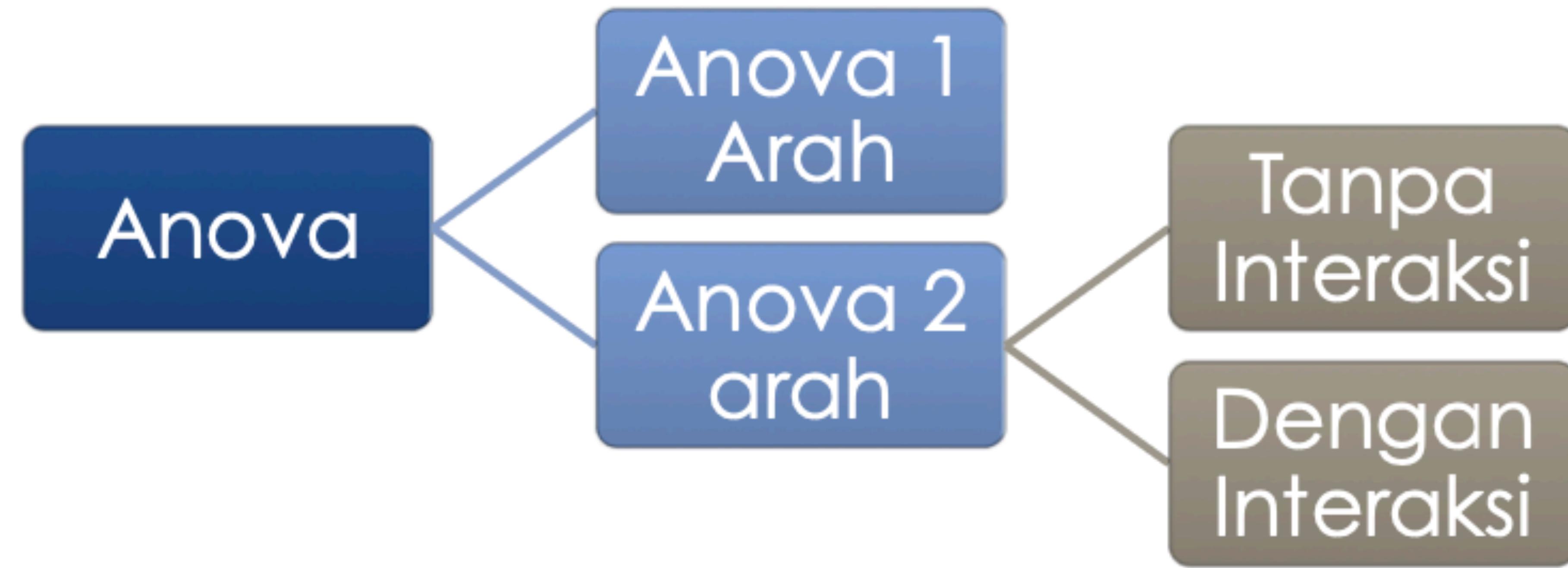
## **Bahan Kuliah Statistika**

**Sevi Nurafni**

**Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Koperasi Indonesia 2025**

# Kegunaan ANOVA

- Kontrol investigator 1 atau lebih variabel independen
- Disebut dengan faktor
- Tiap faktor mengandung 2 atau lebih level
- Mengamati efek pada variabel dependen
- Merespon level pada variabel independen
- Perencanaan eksperimen: perencanaan dengan menggunakan uji hipotesis



# ANOVA 1 Arah

# ANOVA 1 Arah

- Evaluasi perbedaan diantara 3 atau lebih mean populasi
- Contoh: Tingkat kecelakaan pada shift 1, 2 dan 3
  - Estimasi kilometer pemakaian 5 merk ban
- Asumsi:
  - Populasi berdistribusi normal
  - Populasi mempunyai variansi yang sama
  - Sampelnya random dan independen
- Terdapat :
  - 1 variabel tak bebas (dependen)
  - 1 variabel bebas (independen) → **Faktor**

# Hipotesis ANOVA 1 Arah

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k$$

- Seluruh mean populasi adalah sama
- Tak ada efek treatment (tak ada keragaman mean dalam grup)

$$H_1 : \text{Tidak seluruh mean populasi adalah sama}$$

- Minimal ada 1 mean populasi yang berbeda
- Terdapat sebuah efek treatment
- Tidak seluruh mean populasi berbeda (beberapa pasang mungkin sama)

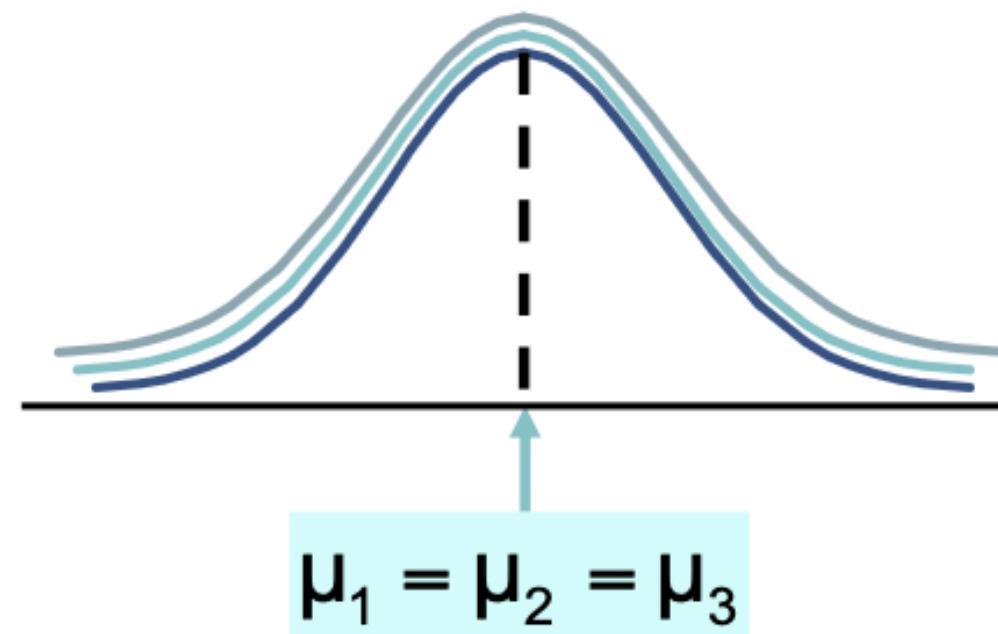
# Hipotesis ANOVA 1 Arah

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k$$

$$H_1 : \text{Tidak seluruh } \mu_i \text{ sama}$$

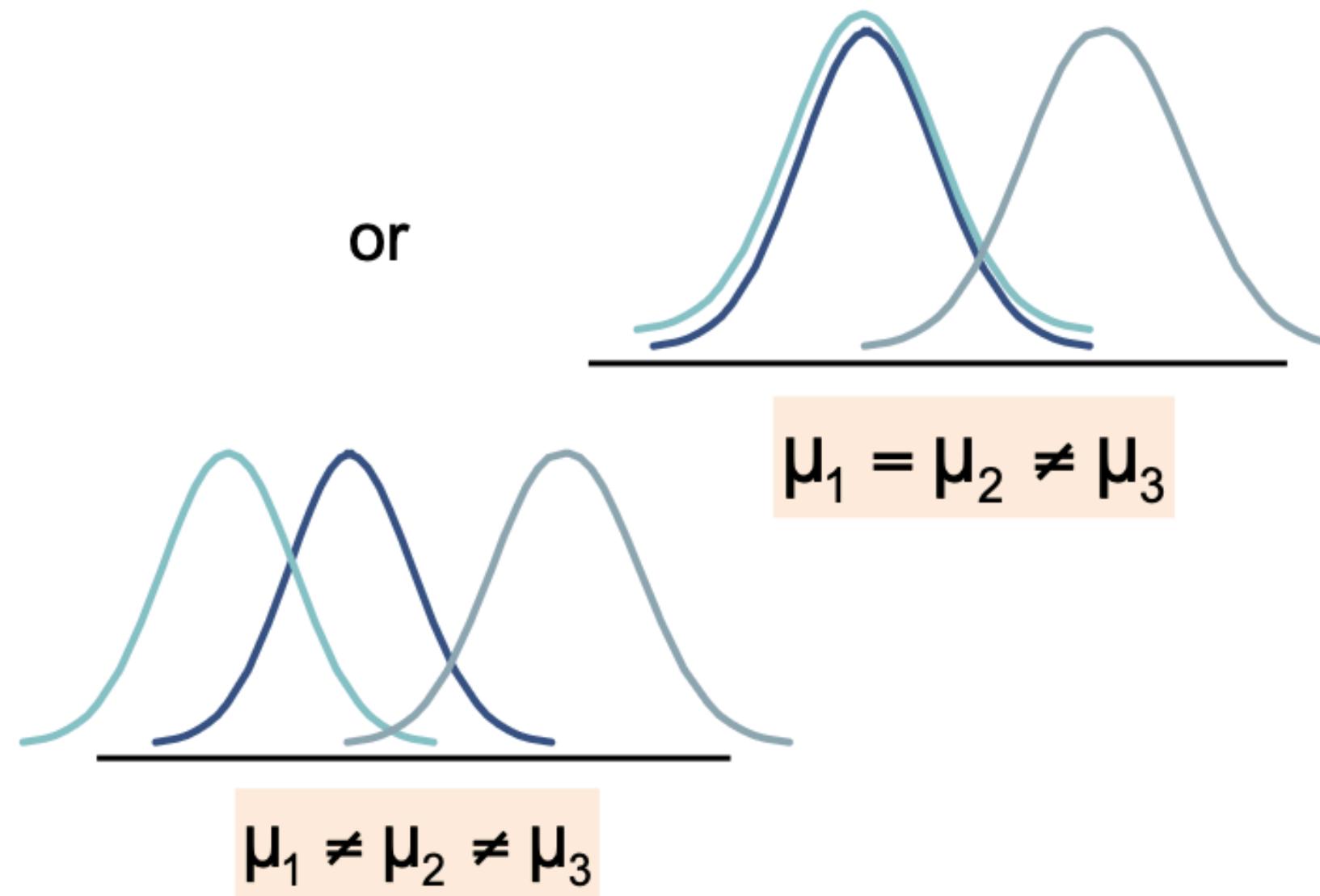
## Kondisi 1

- Semua *mean* bernilai sama
- Hipotesis nol adalah benar
- (Tak ada efek *treatment*)

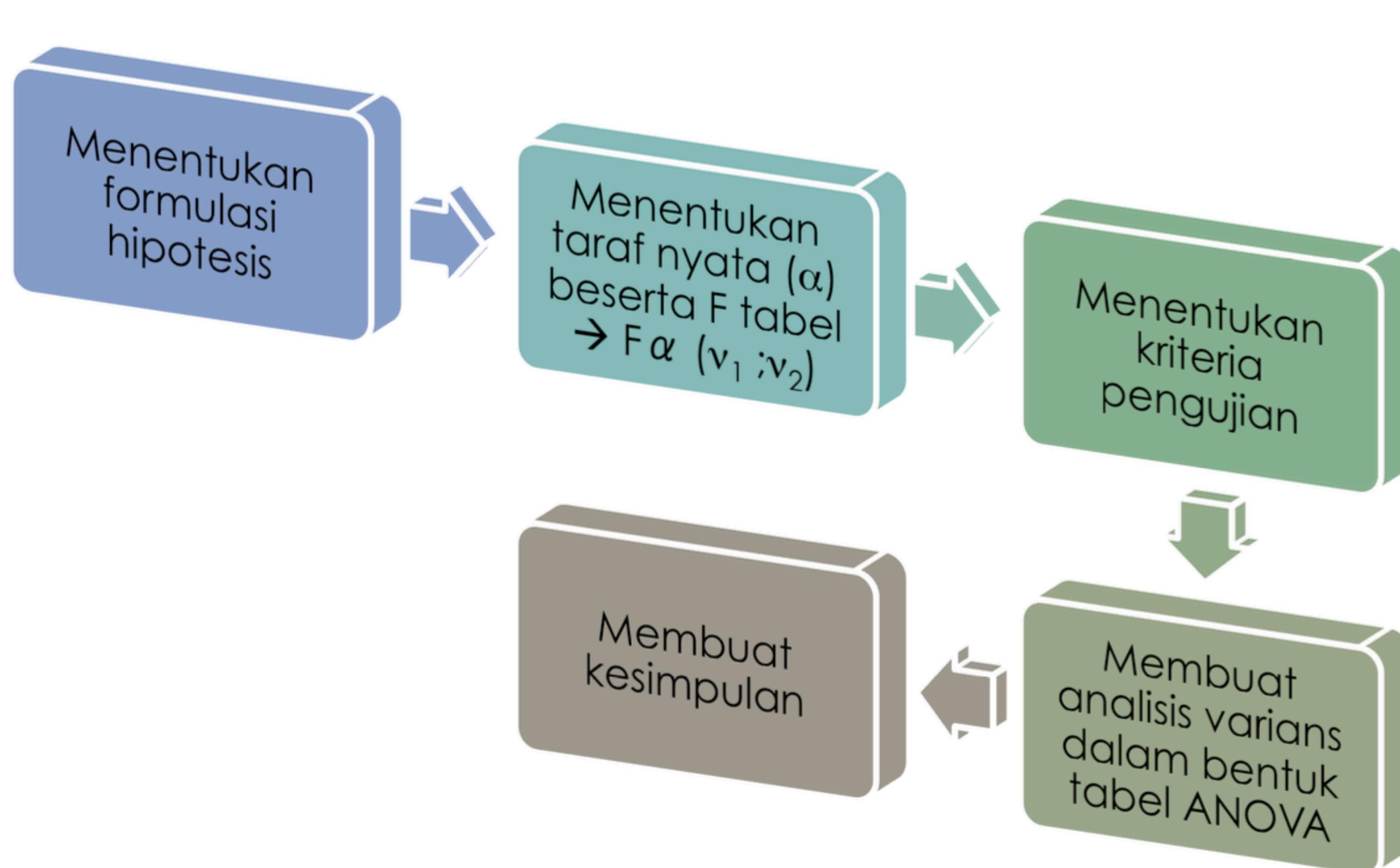


## Kondisi 2

- Minimal ada 1 *mean* yg berbeda
- Hipotesis nol tidak benar
- (Terdapat efek *treatment*)



# Langkah-langkah ANOVA 1 Arah



# Langkah-langkah ANOVA 1 Arah

1. Menentukan formulasi hipotesis

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \dots \neq \mu_k$$

2. Menentukan taraf nyata  $\alpha$  beserta F tabel  $\rightarrow F\alpha(v_1; v_2) = \dots$

$$\text{Derajat pembilang } (v_1) = k - 1$$

$$\text{Derajat penyebut } (v_2) = k(n - 1)$$

3. Menentukan kriteria pengujian

$$H_0 \text{ diterima jika } F_0 \leq F\alpha(v_1; v_2)$$

$$H_0 \text{ ditolak jika } F_0 > F\alpha(v_1; v_2)$$

# Langkah-langkah ANOVA 1 Arah

## 4. Membuat analisis varians dalam bentuk tabel ANOVA

Sumber Variasi	Derajat bebas	Jumlah Kuadrat	Rata-rata kuadrat =Jmh kuadrat / derajat bebas	$F_{hit}$
Rata-rata kolom	$(k - 1)$	JKK	$s_1^2 = \frac{JKK}{(k - 1)}$	$s_1^2/s_2^2$
Eror	$k(n - 1)$	JKE	$s_2^2 = \frac{JKE}{k(n - 1)}$	
Total	$(nk - 1)$	JKT		

# Langkah-langkah ANOVA 1 Arah

Untuk ukuran sampel yang sama banyak

$$JKT = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n x_{ij}^2 - \frac{T^2}{nk} \dots$$

$$JKK = \frac{\sum_{i=1}^k T_i^2}{n} - \frac{T^2}{nk}$$

$$JKE = JKT - JKK$$

k = kolom, n = baris

Untuk ukuran sampel yang tidak sama banyak

$$JKT = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n x_{ij}^2 - \frac{T^2}{N} \dots$$

$$JKK = \sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i} - \frac{T^2}{N}$$

$$JKE = JKT - JKK$$

Derajat bebas error = N – k

N = jumlah sampel

## 5. Membuat Kesimpulan

Menyimpulkan  $H_0$  diterima atau ditolak

# Contoh1: Ukuran sampel sama banyak

Akan diuji apakah rata-rata jumlah produk yang dihasilkan per minggu dari 3 buah stasiun paralel adalah homogen?

Diambil sampel random dari pengamatan 6 minggu untuk setiap stasiun kerja

Minggu ke	Stasiun kerja 1 (unit)	Stasiun kerja 2 (unit)	Stasiun kerja 3 (unit)
1	76	72	71
2	63	63	54
3	66	65	62
4	83	78	76
5	74	69	65
6	53	49	50

## 1. Formulasi Hipotesis

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

- Rata-rata perlakuan homogen (tidak ada pengaruh perlakuan atau tidak ada pengaruh variabel bebas terhadap variabe tak bebas)

$$H_1 : \text{tidak semua } \mu_i \text{ sama}$$

- Rata-rata perlakuan tidak homogen (ada pengaruh perlakuan)

## 2. Tingkat Signifikan Uji:

$$\alpha \% \rightarrow F\alpha(v_1; v_2) = F_{0,05(2;15)} = 3,682$$

## 3. Statistik uji yang digunakan:

$H_0$  diterima jika  $F_0 \leq 3,682$

$H_0$  ditolak jika  $F_0 > 3,682$

**Tabel Uji F**

$\alpha = 0,05$	$df_1 = (k-1)$							
	$df_2 = (n - k - 1)$	1	2	3	4	5	6	7
1	161,448	199,500	215,707	224,583	230,162	233,986	236,768	238,883
2	18,513	19,000	19,164	19,247	19,296	19,330	19,353	19,371
3	10,128	9,552	9,277	9,117	9,013	8,941	8,887	8,845
4	7,709	6,944	6,591	6,388	6,256	6,163	6,094	6,041
5	6,608	5,786	5,409	5,192	5,050	4,950	4,876	4,818
6	5,987	5,143	4,757	4,534	4,387	4,284	4,207	4,147
7	5,591	4,737	4,347	4,120	3,972	3,866	3,787	3,726
8	5,318	4,459	4,066	3,838	3,687	3,581	3,500	3,438
9	5,117	4,256	3,863	3,633	3,482	3,374	3,293	3,230
10	4,965	4,103	3,708	3,478	3,326	3,217	3,135	3,072
11	4,844	3,982	3,587	3,357	3,204	3,095	3,012	2,948
12	4,747	3,885	3,490	3,259	3,106	2,996	2,913	2,849
13	4,667	3,806	3,411	3,179	3,025	2,915	2,832	2,767
14	4,600	3,739	3,344	3,112	2,958	2,848	2,764	2,699
15	4,543	3,682	3,287	3,056	2,901	2,790	2,707	2,641
16	4,494	3,634	3,239	3,007	2,852	2,741	2,657	2,591

#### 4. Tabel ANOVA

Minggu ke	S.kerja I	S.kerja II	S.kerja III	Total
1	76	72	71	
2	63	63	54	
3	66	65	62	
4	83	78	76	
5	74	69	65	
6	53	49	50	
Jumlah ( $X_i$ )	415	396	378	1189

Diketahui:

$$N = 18$$

$$n = 6 \quad k = 3$$

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_j} x_{ij}^2 = 76^2 + 63^2 + \dots + 50^2 = 80201$$

$$\frac{T^2}{N} = \frac{1189^2}{18} = 78540,056$$



$$JKT = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}^2 - \frac{T^2}{N} = 80201 - 78540,056 = 1660,944$$

$$JKK = \frac{415^2 + 396^2 + 378^2}{6} - 78540,056 = 114,111$$

$$JKE = JKT - JK = 1660,944 - 114,111 = 1546,833$$

<b>SUMBER VARIASI</b>	<b>Derajat bebas</b>	<b>Jumlah kuadrat (JK)</b>	<b>Rata-rata kuadrat</b>	<b>F<sub>hitung</sub></b>
Kelas/perlakuan				
JKK	3-1=2	114,111	$s_1^2 = 57,055$	$F = 0,55$
JKE	3(6-1)= 15	1546,833	$s_2^2 = 103,122$	
TOTAL	18-1= 17	1660,944		

## 5. Menarik Kesimpulan

$$F_{hitung} = 0,55$$

$$F_{0,05(2;15)} = 3,682$$

Kesimpulan  $F_{hitung} < F_{0,05(2;15)}$  maka  $H_0$  diterima, dimana rata-rata jumlah produk yang dihasilkan ketiga stasiun tiap minggunya homogen atau tidak ada pengaruh jenis stasiun kerja terhadap jumlah produksi per minggu

# ANOVA dengan Excel

The screenshot shows the Microsoft Excel ribbon with the 'Data' tab selected (highlighted with a red box). In the bottom right corner of the ribbon, the 'Analysis Tools' button is also highlighted with a red box. A data analysis dialog box is displayed in the foreground, listing various statistical tools under 'Analysis Tools'. The 'Anova: Single Factor' option is highlighted with a pink rectangle and has a red box around it. The 'OK' button in the dialog box is also highlighted with a red box.

Analysis Tools

- Anova: Single Factor
- Anova: Two-Factor With Replication
- Anova: Two-Factor Without Replication
- Correlation
- Covariance
- Descriptive Statistics

OK Cancel

	A	B	C	D
1	Minggu ke-	Statiun Kerja 1	Statiun Kerja 2	Statiun Kerja 3
2	1	76	72	71
3	2	63	63	54
4	3	66	65	62
5	4	83	78	76
6	5	74	69	65
7	6	53	49	50
8				
9				
10				

Pilih Data → Data Analysis → Anova: Single Factor

Book2

AutoSave  Home Insert Draw Page Layout Formulas Data Review View Automate

Queries & Connections Refresh All Workbook Links Stocks Currencies Sort Filter Advanced Text to Columns Flash Fill Data Validation What-If Analysis

Anova: Single Factor

Input Range: \$B\$1:\$D\$7

Grouped By: Columns

Labels in first row

Alpha: 0,05

Output options: Output Range: \$A\$9

OK Cancel

	A	B	C	D	E
1	Minggu ke-	Statiun Kerja 1	Statiun Kerja 2	Statiun Kerja 3	
2	1	76	72	71	
3	2	63	63	54	
4	3	66	65	62	
5	4	83	78	76	
6	5	74	69	65	
7	6	53	49	50	
8					
9					
10					

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet titled "Book2". The ribbon menu is visible at the top, with the "Home" tab selected. The main content area displays a data table and some statistical results.

**Data Table:**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
2	1	76	72	71								
3	2	63	63	54								
4	3	66	65	62								
5	4	83	78	76								
6	5	74	69	65								
7	6	53	49	50								
8												
9	a: Single Factor											
10												
11	MARY											
12	Groups	Count	Sum	Average	Variance							
13	Jan Kerja 1	6	415	69,16666667	114,166667							
14	Jan Kerja 2	6	396	66	97,6							
15	Jan Kerja 3	6	378	63	97,6							
16												
17												
18	VA											
19	Source of Variation	SS	df	MS	F	P-value	F crit					
20	Between Groups	114,1111111	2	57,05555556	0,5532809	0,58635836	3,68232034					
21	Within Groups	1546,8333333	15	103,1222222								
22												
23		1660,944444		17								
24												

**Statistical Results:**

Source of Variation	SS	df	MS	F	P-value	F crit
Between Groups	114,1111111	2	57,05555556	0,5532809	0,58635836	3,68232034
Within Groups	1546,8333333	15	103,1222222			
	1660,944444		17			

At the bottom, there are tabs for Sheet1, Sheet2, Sheet4, Sheet3, and a new sheet icon. The status bar shows "Ready" and "Accessibility: Investigate".

## Contoh2: Ukuran sampel tidak sama banyak

Untuk menguji apakah operator berbeda akan mempengaruhi waktu proses (dalam menit) untuk membuat suatu produk, dilakukan pengamatan secara bersamaan terhadap 4 orang operator (A, B, C, D). Berikut hasil pengamatannya

Operator A	Operator B	Operator C	Operator D
62	63	68	56
60	67	66	62
63	71	71	60
59	64	67	61
	65	68	63
	69	68	64
			63
			59

Tingkat signifikansi uji :  
 $\alpha = 5\%$

**Tabel Uji F**

1. Formulasi Hipotesis

$$H_0 : \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D$$

- Rata-rata waktu proses keempat operator sama atau tidak ada pengaruh operator terhadap waktu proses

$$H_1 : \text{tidak semua } \mu_i \text{ sama}$$

- Rata-rata waktu proses keempat operator tidak sama semua atau ada pengaruh operator terhadap waktu proses

2. Tingkat Signifikan Uji:

$$\alpha \% \rightarrow F\alpha(\nu_1; \nu_2) = F_{0,05(3;20)} = 3,098$$

3. Statistik uji yang digunakan:

$$H_0 \text{ diterima jika } F_0 \leq 3,098$$

$$H_0 \text{ ditolak jika } F_0 > 3,098$$

$\alpha = 0,05$	$df_1 = (k-1)$							
	$df_2 = (n-k-1)$	1	2	3	4	5	6	7
1	161,448	199,500	215,707	224,583	230,162	233,986	236,768	238,883
2	18,513	19,000	19,164	19,247	19,296	19,330	19,353	19,371
3	10,128	9,552	9,277	9,117	9,013	8,941	8,887	8,845
4	7,709	6,944	6,591	6,388	6,256	6,163	6,094	6,041
5	6,608	5,786	5,409	5,192	5,050	4,950	4,876	4,818
6	5,987	5,143	4,757	4,534	4,387	4,284	4,207	4,147
7	5,591	4,737	4,347	4,120	3,972	3,866	3,787	3,726
8	5,318	4,459	4,066	3,838	3,687	3,581	3,500	3,438
9	5,117	4,256	3,863	3,633	3,482	3,374	3,293	3,230
10	4,965	4,103	3,708	3,478	3,326	3,217	3,135	3,072
11	4,844	3,982	3,587	3,357	3,204	3,095	3,012	2,948
12	4,747	3,885	3,490	3,259	3,106	2,996	2,913	2,849
13	4,667	3,806	3,411	3,179	3,025	2,915	2,832	2,767
14	4,600	3,739	3,344	3,112	2,958	2,848	2,764	2,699
15	4,543	3,682	3,287	3,056	2,901	2,790	2,707	2,641
16	4,494	3,634	3,239	3,007	2,852	2,741	2,657	2,591
17	4,451	3,592	3,197	2,965	2,810	2,699	2,614	2,548
18	4,414	3,555	3,160	2,928	2,773	2,661	2,577	2,510
19	4,381	3,522	3,127	2,895	2,740	2,628	2,544	2,477
20	4,351	3,493	3,098	2,866	2,711	2,599	2,514	2,447
21	4,325	3,467	3,072	2,840	2,685	2,573	2,488	2,420

## 4. Tabel ANOVA

	<b>Operator A</b>	<b>Operator B</b>	<b>Operator C</b>	<b>Operator D</b>	
	62	63	68	56	
	60	67	66	62	
	63	71	71	60	
	59	64	67	61	
		65	68	63	
		69	68	64	
				63	
				59	
$n_i$	4	6	6	8	$N = 24$
$X_i$ (total)	244	399	408	488	$T = 1539$
$\bar{X}_i$ (rata2)	61	66,5	68	61	

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \bar{X}_{ij}^2 = 99049$$

→  $JKT = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \bar{X}_{ij}^2 - \frac{T^2}{N} = 99049 - 98688,38 = 360,625$

$$JKK = \left( \frac{244^2}{4} + \frac{399^2}{6} + \frac{408^2}{6} + \frac{488^2}{8} \right) - 98688,38 = 241,125$$

$$JKE = JKT - JK = 360,625 - 241,125 = 119,5$$

SUMBER VARIASI	db	Jumlah kuadrat (JK)	Rata-rata kuadrat / kuadrat tengah	$F_{hitung}$
Kelas/perlakuan				
JKK	$k-1 = 3$	241,125	$s_1^2 = 80,375$	13,452
JKE	$N-k = 20$	119,5	$s_2^2 = 5,975$	
TOTAL	$N-1=23$	360,625		

## 5. Menarik Kesimpulan

$$F_{hitung} = 13,452$$

$$F_{0,05(2;15)} = 3,098$$

Kesimpulan  $F_{hitung} > F_{0,05(2;15)}$  maka  $H_0$  ditolak, dimana rata-rata waktu proses keempat operator tidak semua sama atau ada pengaruh operator terhadap waktu proses

# ANOVA dengan Excel

The screenshot shows a Microsoft Excel interface with the following details:

- Top Menu Bar:** Home, Insert, Draw, Page Layout, Formulas, **Data**, Review, View, Automate.
- Data Tab Options:** Get Data (Power Query), Refresh All, Workbook Links, Stocks, Currencies, Sort, Filter, Advanced, Text to Columns, Flash Fill, Data Validation, Remove Duplicates, Consolidate, What-If Analysis, Group, Ungroup, Subtotal, Solver.
- Analysis Tools:** Data Analysis (highlighted with a red box).
- Excel Window:** Book2, A1 cell selected, Operator A formula bar.
- Data Table:** Rows 1-11, Columns A-D. Row 1 headers: Operator A, Operator B, Operator C, Operator D. Data values:

	A	B	C	D
1	Operator A	Operator B	Operator C	Operator D
2	62	63	68	56
3	60	67	66	62
4	63	71	71	60
5	59	64	67	61
6		65	68	63
7		69	68	64
8				63
9				59
10				
11				
- Data Analysis Dialog:** Title: Data Analysis. Subtitle: Analysis Tools. Options: Anova: Single Factor (highlighted with a red box), Anova: Two-Factor With Replication, Anova: Two-Factor Without Replication, Correlation, Covariance, Descriptive Statistics. Buttons: OK, Cancel.

Pilih Data → Data Analysis → Anova: Single Factor

AutoSave  Home Insert Draw Page Layout Formulas Data Review View Automate Book2 Search (Cmd + Ctrl + U) Comments Share

Get Data (Power Query) Refresh All Properties Workbook Links Stocks Currencies Sort Filter Advanced Text to Columns Flash Fill Remove Duplicates Consolidate Data Validation Group Ungroup What-If Analysis Analysis Tools Subtotal Data Analysis Solver

Operator A

	A	B	C	D
1	Operator A	Operator B	Operator C	Operator D
2	62	63	68	56
3	60	67	66	62
4	63	71	71	60
5	59	64	67	61
6		65	68	63
7		69	68	64
8				63
9				59
10				
11				
12				

Anova: Single Factor

Input

Input Range: \$A\$1:\$D\$9  
Grouped By: Columns  
 Labels in first row  
Alpha: 0,05

Output options

Output Range: \$A\$11  
 New Worksheet Ply:  
 New Workbook

OK Cancel



# Kekuatan Hubungan Antara Variabel Bebas dan Tak Bebas

- Kekuatan hubungan/asosiasi antara variabel  $x$  (perlakuan) dengan variabel  $y$  dalam

$$\text{sampel dinyatakan dalam } \rho = \frac{JKK}{JKT}$$

- Contoh: untuk contoh 1 sebelumnya

$$\rho = \frac{JKK}{JKT} = \frac{114,111}{1660,944} = 0,0686 = 6,87\%$$

- $(\rho/100)\%$  variasi yang terjadi dalam variabel  $y$  dari data sampel disebabkan oleh pengaruh variabel  $x$  (perlakuan)

**SELAMAT  
BELAJAR**