REGRESYON ÇÖZÜMLEMESİ

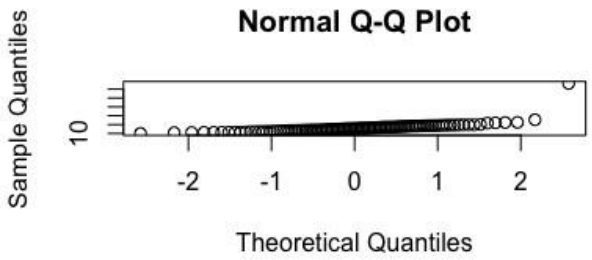
Şeydanur Kayır

Senaryo;

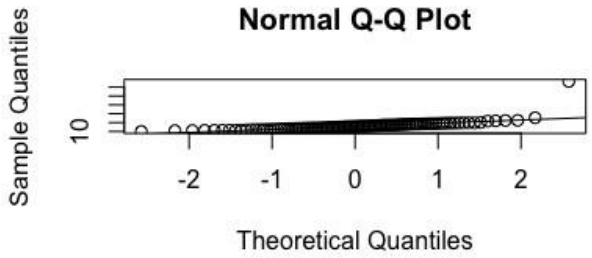
Bir ankette trafik kazalarının oluş nedenleri incelenmek isteniyor. Bu amaçla kazaların hız, yol koşulları ve hava durumuna göre üç farklı durumla 100 kişi rasgele seçiliyor.

data <- read_table2("Desktop/data.txt")
names(data)<-c("y","x1","x2","x3") attach(data)

qqnorm(y)



qqline(y)



H0: Verilerin dağılışı ile normal dağılım arasında fark yoktur.

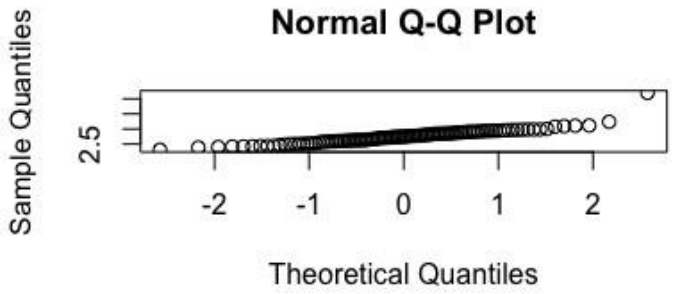
shapiro.test(y)

Shapiro-Wilk normality test

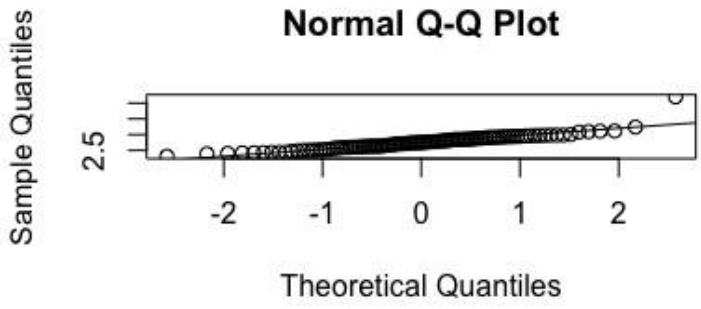
data: y
W = 0.52422, p-value < 2.2e-16

lny<-log(y)

qqnorm(lny)



qqline(lny)



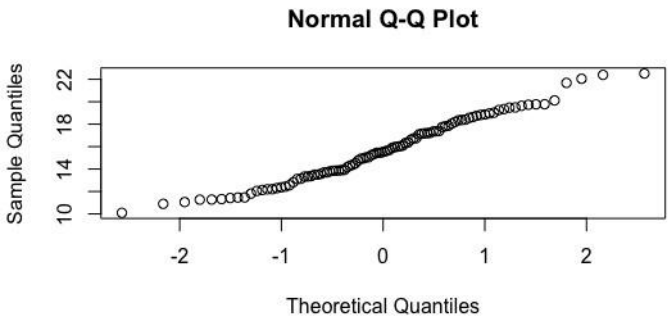
shapiro.test(lny)

Shapiro-Wilk normality test

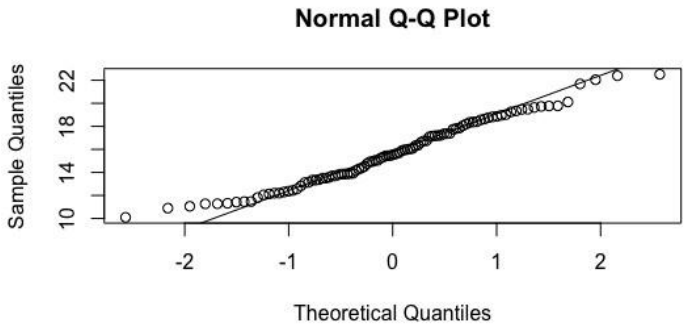
data: lny
W = 0.86066, p-value = 2.997e-08

boxplot(y)$out [1] 25.47472 66.37160 **which(y %in% boxplot(y)$out)**
[1] 21 60 **data1<-data[-c(21,60),]**

qqnorm(data1$y)



qqline(data1$y)



shapiro.test(data1$y)

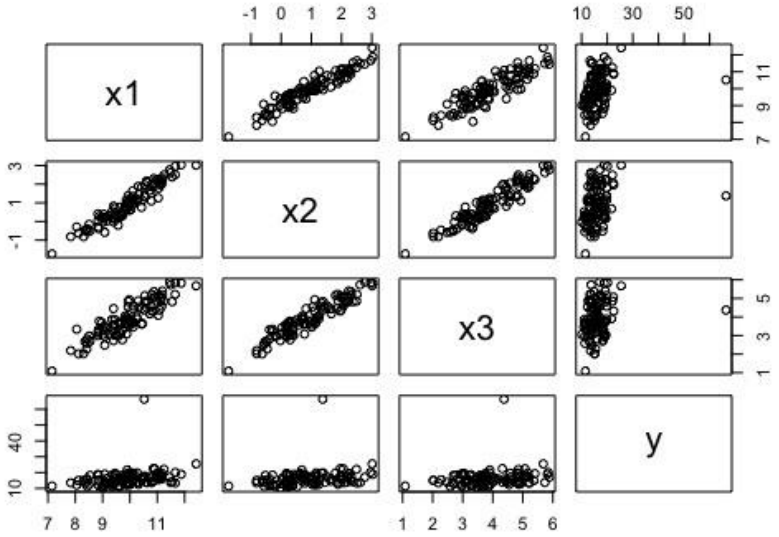
Shapiro-Wilk normality test

data: data1$y
W = 0.97619, p-value = 0.07212

H_0: Verilerin dağılışı ile normal dağılım arasında fark yoktur.

$p = 0{,}07212 > \alpha = 0{,}05$ olduğundan H_0 red edilemez. Verilerin %95 güvenle normal dağılıma sahip olduğu söylenebilir.

datay<- cbind(x1,x2,x3,y) pairs(data1)



Bağımlı değişken ile bağımsız değişkenler arasında ilişki var ve doğrusal model oluşturulabilir. Ancak bağımsız değişkenlerde birbirleriyle ilişkili durumdadır.

sonuc<-lm(y~x1+x2+x3) summary(sonuc)

Call:
lm(formula = y ~ x1 + x2 + x3)

Residuals:
   Min   1Q Median   3Q   Max
-6.059 -2.724 -0.602 1.370 49.060

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -2.8435   18.6210 -0.153   0.879
x1   2.4156   1.9084   1.266   0.209 x2
0.3981   2.5950   0.153   0.878 x3   -
1.3281   1.8081 -0.735   0.464

Residual standard error: 5.74 on 96 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.08548,   Adjusted R-squared: 0.0569
F-statistic: 2.991 on 3 and 96 DF, p-value: 0.03476

Multiple R-squared değerin 1'e yakın olmaması bağımsız değişkenin bağımlı değişkeni iyi bir şekilde açıklamadığı anlamına gelir . Yani açıklanamayan kısım %92 dir. Açıklanamayan kısım için farklı değişkenler olabilir. Kurulan regresyon modelinin anlamlı olduğu %95 güvenilirlikle söylenebilir.

H0 : β = 0 (Model anlamlı değildir)

H0 : β =/0 (Model anlamlıdır)

P = 0,03 < α =0,05 H0 red.

$$\hat{y}_i = -2.8435 + 2.4156X_{i1} + 0.3981X_{i2} - 1.3281\ X_{i3} \quad \square 5.74$$
(18.621) (1.9084) (2.5950) (1.8081)

Katsayı Yorumları:

$b_0 = -2.8435$

Trafik kazalarının etkisi – olması gibi bir durum söz konusu olmayacağından denklem gereği bir katsayıdır ve yorumlanmasına gerek yoktur.

$b_1 = 2.4156$

x2 sabit tutulduğunda, hız yapıldığı durumunun 1 olay daha artması yol koşullarının ortalama olarak 2.4156 gün arttırmaktadır. Güven değeri p=0.209> α =0.05 olduğundan katsayı istatistiksel olarak anlamsızdır. $b_2 = 0.3981$

x1 sabit tutulduğunda, yol koşullarının 1 olay daha artması yol koşullarının ortalama olarak 0.3981 etkinlikte arttırmaktadır. Güven değeri p=0.878> α =0.05 olduğundan katsayı istatistiksel olarak anlamsızdır.

$b_3 = -1.3281$ x1 ve x2 sabit tutulduğunda , hava durumunun 1 olay daha artması yol koşullarının ve hız durumunun ortalama olarak -1.3281 etkinlikte azaltmaktadır. Güven değeri p=0.464> α =0.05 olduğundan katsayı istatistiksel olarak anlamsızdır.

ARTIK İNCELEMESİ

influence.measures(sonuc) inf<-ls.diag(sonuc)
inf

Aykırı Değer (r_i)

Standartlaştırılmış hataların (-2,+2) aralığında olması istenir. Student tipi artıkların ise (-3,+3) arasında olması istenir. Bu aralığın dışında kalan değerlerin aykırı değer olduğu söylenmektedir. Bu durumda 60. Gözlem hem standartlaştırılmış hem de student tipi artıklar için aykırı değer olarak belirlenmiştir.

Cook Uzaklığı(Di)

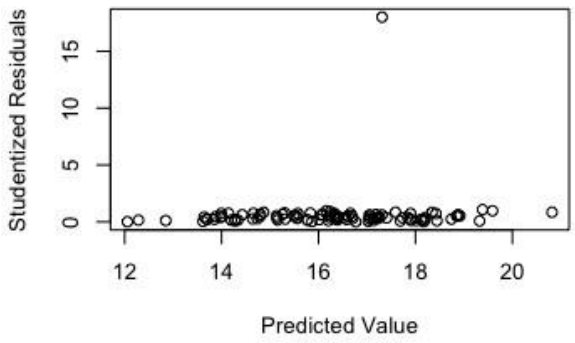
Etkin değer olup olmadığı incelendiğinde 60. Gözlemin aynı zamanda etkin bir aykırı değer olduğu görülmektedir.

D_{60}=0,001< 0,04 olduğundan 60. gözlem etkili gözlem değildir.

Gözlem Uzaklığı (h_{ii})

37. gözlem ve 96. Gözlem sırasıyla 0.10345524,0,10795833<0,06 olduğundan verilerde uç değer yoktur.

par(mfrow=c(2,2)) plot(predict(sonuc), inf$stud.res, ylab="Studentized Residuals", xlab="Predicted Value")

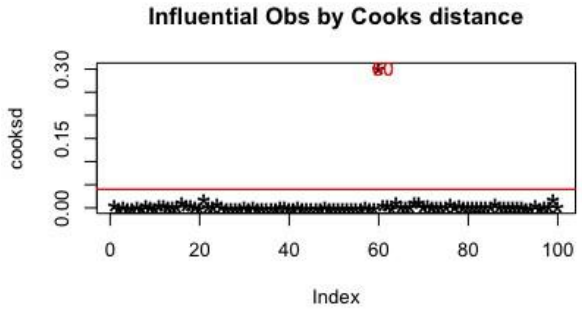


AYKIRI DEĞER İNCELEMELERİ

COOK UZAKLIĞI

```
library(zoo)
n<-98 k<-4

cooksd<-cooks.distance(sonuc) plot(cooksd, pch="*", cex=2, main="Influential Obs by
Cooks distance") abline(h = if (length(data$y)>50) 4/length(data$y) else 4/(length(data$y)-
(length(data)-1)-1) , col="red") text(x=1:length(cooksd)+1, y=cooksd,
labels=ifelse(cooksd>if (length(data$y)>50) 4/length(data$y) else 4/(length(data$y)-
(length(data)-1)-1),names(cooksd),""), col="red")
```




```
cooksdd<- cooksd[-c(16,21,24,60,64,68,69,76,86,99 )] plot(cooksdd, pch="*", cex=2,
main="Influential Obs by Cooks distance") abline(h = if (n>50) 4/n else 4/(n-k-1) ,
col="red") text(x=1:length(cooksdd)+1, y=cooksdd, labels=ifelse(cooksdd>if (n>50) 4/n else
4/(n-k- 1),names(cooksdd),""), col="red") boxplot(cooksdd)$out shapiro.test(cooksdd)

lncooksdd<-log(cooksdd)
shapiro.test(lncooksdd) boxplot(cooksdd)$out
cooksdd2<-cooksdd[-c(12,18)]
shapiro.test(cooksdd2)
```

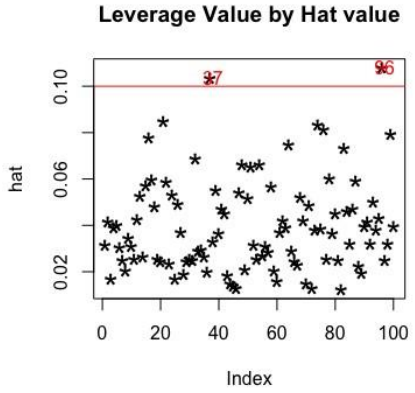
Shapiro-Wilk normality test

data: cooksdd2
W = 0.8525, p-value = 6.736e-08

Normallik varsayımını sağlamıyor

UÇ DEĞER İLE AYKIRILIK İNCELEMESİ

hat<-inf$hat plot(hat, pch="*", cex=2, main="Leverage Value by Hat value") abline(h = 2*length(data)/length(y) , col="red") text(x=1:length(hat)+1, y=hat, labels=ifelse(hat>2*length(data)/length(y),index(hat),""), col="red")



boxplot(hat)$out which(hat%in%boxplot(hat)$out) hatt<- hat[-c(37,96)]

plot(hatt, pch="*", cex=2, main="Leverage Value by Hat value") abline(h = 2*(k+1)/n , col="red") text(x=1:length(hat)+1, y=hat, labels=ifelse(hat>2*(k+1)/n,index(hat),""), col="red")

shapiro.test(hatt)

Shapiro-Wilk normality test

data: hatt
W = 0.94032, p-value = 0.0002355

lnhatt1<-log(hatt)
shapiro.test(lnhatt1)

Shapiro-Wilk normality test

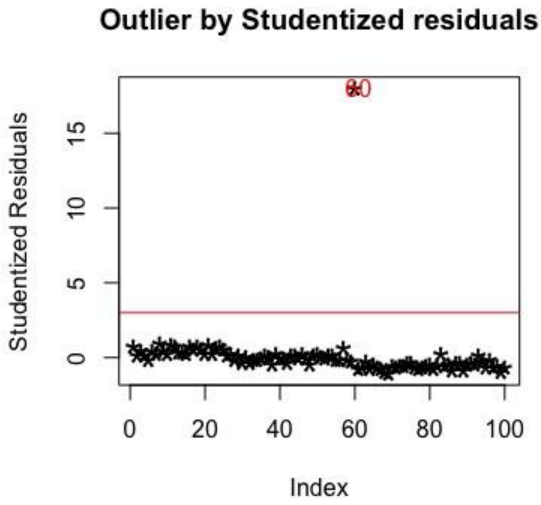
data: lnhatt1
W = 0.9838, p-value = 0.2718

p değeri 0.05 den büyük çıktı ve artık değer bulunmadığı için kabul ediyoruz.

plot(lnhatt1, pch="*", cex=2, main="Leverage Value by Hat value") abline(h = 2*(k+1)/n , col="red") text(x=1:length(lnhatt1)+1, y=lnhatt1, labels=ifelse(lnhatt1>2*(k+1)/n,index(lnhatt1),""), col="red")

STUDENT TÜRÜ ARTIKLAR

stud<-inf$stud.res plot(stud, pch="*", cex=2, main="Outlier by Studentized residuals",ylab="Studentized Residuals", xlab="Index") abline(h = c(-3,3) ,col="red") text(x=1:length(stud)+1, y=stud, labels=ifelse(stud<-3 & stud>3,index(stud),""), col="red")



boxplot(stud)$out which(stud%in%boxplot(std)$out) studd<- stud[-c(60)] shapiro.test(studd)

Shapiro-Wilk normality test

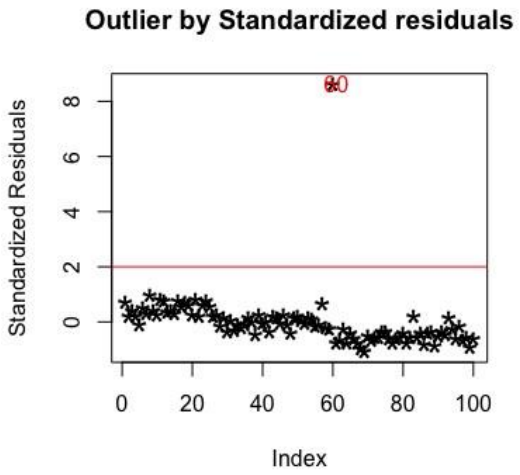
data: studd
W = 0.97671, p-value = 0.07619

plot(studd, pch="*", cex=2, main="Outlier by Studentized residuals",ylab="Studentized Residuals", xlab="Index") abline(h = c(-3,3) ,col="red") text(x=1:length(studd)+1, y=studd, labels=ifelse(studd<-3 & studd>3,index(studd),""), col="red")

p değeri 0.05 den büyük çıktı ve artık değer bulunmadığı için kabul ediyoruz.

STANDARTLAŞTIRILMIŞ ARTIKLAR

std<-inf$std.res plot(std, pch="*", cex=2, main="Outlier by Standardized residuals",ylab="Standardized Residuals", xlab="Index") abline(h = c(-2,2) ,col="red") text(x=1:length(std)+1, y=std, labels=ifelse(std<-2 & std>2,index(std),""), col="red")



boxplot(std)$out which(std%in%boxplot(std)$out) stdd<- std[-c(60)] shapiro.test(stdd)

Shapiro-Wilk normality test

data: stdd
W = 0.97633, p-value = 0.07113

plot(stdd, pch="*", cex=2, main="Outlier by Standardized residuals",ylab="Standardized Residuals", xlab="Index") abline(h = c(-2,2) ,col="red") text(x=1:length(stdd)+1, y=stdd, labels=ifelse(stdd<-2 & stdd>2,index(std),""), col="red") shapiro.test(stdd)

p değeri 0.05 den büyük çıktı ve artık değer bulunmadığı için kabul ediyoruz

confint(sonuc,level = .99)

	0.5 %	99.5 %
(Intercept)	-51.779667	46.092682
x1	-2.599735	7.430866
x2	-6.421626	7.217853
x3	-6.079822	3.423625

üç bağımsız değişkenin katsayı kestirimleri de sıfır değerini içermediğinden anlamlıdır.

x2 sabit tutulduğunda, hız durumu 1 durum daha arttığında yol koşullarının -2.599735 ile 7.430866 arasında arttığı %99 güven düzeyinde söylenebilir.

x1 sabit tutulduğunda, yol koşulları durumunun 1 durum daha arttığında hız durumunun -6.421626 ile 7.217853 arasında arttığı %99 güven düzeyinde söylenebilir.

x3 sabit tutulduğunda , yol koşulları 1 durum daha arttığında hava durumunun -6.079822 ile 3.423625 arasında arttığı %99 güven düzeyinde söylenebilir.

DEĞİŞEN VARYANSLILIK SORUNU

library(lmtest) bptest(sonuc)

studentized Breusch-Pagan test

data: sonuc
BP = 0.72056, df = 3, p-value = 0.8684

Bu durumda değişen varyans sorunu bulunmamaktadır (p=0.8684>α=0.05).

summary(lm(abs(residuals(sonuc)) ~ fitted(sonuc)))

Call:
lm(formula = abs(residuals(sonuc)) ~ fitted(sonuc))

Residuals:
Min 1Q Median 3Q Max
-3.290 -1.444 -0.658 0.615 45.935
Coefficients:
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|) (Intercept)
-2.2454 4.6630 -0.482 0.631 fitted(sonuc)
0.3102 0.2844 1.091 0.278

Residual standard error: 4.89 on 98 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.012, Adjusted R-squared: 0.001918
F-statistic: 1.19 on 1 and 98 DF, p-value: 0.278

Ho: Model anlamsızdır. p=0.278>α=0.05 ise artıklarla kestirim değerleri arasında oluşturulan modelin anlamsız olduğu söylenebilir. Değişen varyanslılık yoktur.

ÖZ İLİŞKİ SORUNU

dwtest(sonuc)

Durbin-Watson test

data: sonuc
DW = 1.8281, p-value = 0.1859
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0

ÇOKLU BAĞLANTI SORUNU

library(car) vif(sonuc)

x1	x2	x3
10.867649	20.546306	9.114318

Koşul sayısı 30 dan küçük olduğu için x1,x2,x3 çoklu bağlantıdan etkilenmemektedir. **ort1<-mean(x1) kt1<-sum((x1-ort1)^2) skx1<-(x1-ort1)/(kt1^0.5) ort2<-mean(x2) kt2<-sum((x2-ort2)^2) skx2<-(x2-ort2)/(kt2^0.5) ort3<-mean(x3) kt3<-sum((x3-ort3)^2) skx3<-(x3-ort3)/(kt3^0.5)**

x<-cbind(skx1,skx2,skx3)
sm<-eigen(t(x) %*%x)
signif(sm$values,3) [1]
2.8600 0.1110 0.0321

signif(sm$vectors,3)

```
      [,1]   [,2]  [,3]
[1,] -0.574  0.6760  0.461
[2,] -0.585  0.0547 -0.809
[3,] -0.572 -0.7350  0.364
```

t(V)%*%V

```
              [,1]          [,2]          [,3]
[1,]  1.000000e+00 -1.665335e-16 -5.551115e-17
[2,] -1.665335e-16  1.000000e+00  2.220446e-16
[3,] -5.551115e-17  2.220446e-16  1.000000e+00
```

V%*%diag(sm$values) %*% t(V)

```
          [,1]      [,2]      [,3]
[1,] 1.0000000 0.9525017 0.8893460
[2,] 0.9525017 1.0000000 0.9430901
[3,] 0.8893460 0.9430901 1.0000000
```

İLERİYE DOĞRU SEÇİM YÖNTEMİ

```
library(stats)  lm.null<-
lm(y~1) forward<-
step(lm.null,y~x1+x2+x3,
direction = "forward")
```

```
Start:  AIC=356.36
y ~ 1

       Df Sum of Sq    RSS    AIC
+ x1    1    270.09 3189.0 350.23
+ x2    1    219.10 3240.0 351.82
```

```
+ x3    1    152.22 3306.9 353.86
<none>                3459.1 356.36

Step:  AIC=350.23
y ~ x1

      Df Sum of Sq    RSS    AIC
<none>                3189.0 350.23
+ x3    1   24.8239 3164.2 351.45
+ x2    1    7.8209 3181.2 351.98
```

Bilgi kriteri değeri =350.23

forward

```
Call:
lm(formula = y ~ x1)

Coefficients:
(Intercept)          x1
    -0.1403       1.6573
```

X1 değişkeniyle kurduğu model de diğer değişkenler modele alındığında anlamlı çıkmadığı için modelde yalnızca x1 yer almıştır.

summary(forward)

```
Call: lm(formula = y
~ x1)

Residuals:
   Min     1Q Median     3Q    Max
-5.850 -2.681 -0.530  1.595 49.074

Coefficients:
            Estimate  Std.  Error  t  value  Pr(>|t|)
(Intercept)  -0.1403     5.7376  -0.024  0.98054
```

```
x1           1.6573     0.5753   2.881  0.00487 **
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 5.704 on 98 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.07808,           Adjusted R-squared:  0.06867
F-statistic:   8.3 on 1 and 98 DF,  p-value: 0.004871
```

En iyi model: yi = -0.1403 + 1.6573x1i □5.704

(5.7376) (0.001)

Modelin de anlamlı olduğu görülmektedir (p=0.00)

X1 tarafından %0.07 de açıklanabilmektedir.

GERİYE DOĞRU SEÇİM YÖNTEMİ

backward<-step(sonuc,direction="backward")

```
Start:  AIC=353.42
y ~ x1 + x2 + x3
```

```
      Df Sum of Sq    RSS    AIC
- x2    1     0.776 3164.2 351.45
- x3    1    17.779 3181.2 351.98
- x1    1    52.794 3216.2 353.08
<none>              3163.4 353.42

Step:  AIC=351.45 y
~ x1 + x3

      Df Sum of Sq    RSS    AIC
- x3    1    24.824 3189.0 350.23
<none>              3164.2 351.45
- x1    1   142.692 3306.9 353.86

Step:  AIC=350.23
y ~ x1

      Df Sum of Sq    RSS    AIC
<none>              3189.0 350.23
- x1    1    270.09 3459.1 356.36
```

En büyük aic değeri x1 dir.

Geriye doğru seçim yönteminin özelliğinden tüm değişkenler modelde olarak başlıyor. İlk model tüm bağımsız değişkenlerin modelde bulunduğu durumdur. İkinci modelde $x2$ değişkeni modelden çıkmış, üçüncü modelde ise $x3$ değişkeni modelden çıkmış, dördüncü modelde x3 model dışında kalmıştır. Son modelde yalnızca x1 modelde kalmıştır.

summary(backward)

```
Call:
lm(formula = y ~ x1)

Residuals:
   Min     1Q Median     3Q    Max
-5.850 -2.681 -0.530  1.595 49.074

Coefficients:
            Estimate   Std. Error  t value  Pr(>|t|)
(Intercept)  -0.1403     5.7376  -0.024  0.98054
```

```
x1          1.6573     0.5753   2.881  0.00487 **
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 5.704 on 98 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.07808,          Adjusted R-squared:  0.06867
F-statistic:   8.3 on 1 and 98 DF,  p-value: 0.004871
```

Burada da yalnızca x1 değişkeninin olduğu model en iyi model olarak elde edilmiştir. Modelin anlamlı olduğu söylenebilir(p=0.004). X1 değişkeninin anlamlı olduğu da görülmektedir (P=0.004).

ADIMSAL SEÇİM YÖNTEMİ

library(MASS) step.model <- stepAIC(sonuc, direction = "both", trace = FALSE)
summary(step.model)

```
Call:
lm(formula = y ~ x1)

Residuals:
   Min     1Q Median     3Q    Max
-5.850 -2.681 -0.530  1.595 49.074

Coefficients:
            Estimate   Std.  Error   t  value   Pr(>|t|)
(Intercept)  -0.1403     5.7376  -0.024  0.98054
x1          1.6573     0.5753   2.881  0.00487 **
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 5.704 on 98 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.07808,          Adjusted R-squared:  0.06867
F-statistic:   8.3 on 1 and 98 DF,  p-value: 0.004871
```

İlk modele $x1$ değişkeni alınarak başlamış. Diğer bağımsız değişkenler anlamlı olmadığından yöntem tamamen ileri doğru seçim yöntemi gibi sonra ermiştir. En iyi model yalnızca x1'in olduğu modeldir.

En iyi model geriye doğru seçim yöntemidir. Çünkü her değişkeni alıp sırayla elemiştir. Hepsini değerlendirdiği için daha kesin sonuç olacağını düşünüyorum.

UYUM KESTİRİMİ

predict(sonuc, data.frame(x1=8.536118, x2=-0.52000588, x3=2.691658), interval = 'prediction')

	fit	lwr	upr
1	13.99425	2.420786	25.56771

ÖN KESTİRİM

predict(sonuc, data.frame(x1=1.912, x2=5.684, x3=9.325), interval = 'prediction')

	fit	lwr	upr
1	-8.346576	-57.15641	40.46326

UYUM KESTİRİMİ GÜVEN ARALIĞI

predict(sonuc, data.frame(x1=8.536118, x2=-0.52000588, x3=2.691658), interval = 'confidence',level = .95)

	fit	lwr	upr
1	13.99425	11.96733	16.02117

ÖN KESTİRİM GÜVEN ARALIĞI

predict(sonuc, data.frame(x1=1.912, x2=5.684, x3=9.325), interval = 'confidence', level= .95)

	fit	lwr	upr
1	-8.346576	-55.80776	39.1146