



۱. کانال انتقالی با $H_c(f) = (1 + 2\alpha \cos \omega T) e^{-j\omega T}$ را در نظر بگیرید.

(الف) این کانال دارای چه اعوجاجی است؟

(ب) نشان دهید که $y(t) = \alpha x(t) + x(t-T) + \alpha x(t-2T)$ است.

(ج) فرض کنید $x(t) = \Pi\left(\frac{t}{\tau}\right)$ و $\alpha = 0.5$ است. $y(t)$ را برای $\tau = \frac{2T}{3}$ و $\tau = \frac{4T}{3}$ رسم نمایید.

(د) یک متعادل گر خطی تأخیر سرک‌دار برای $H_c(f)$ با $\alpha = 0.4$ طراحی کنید.

پاسخ:

(الف) اعوجاج دامنه

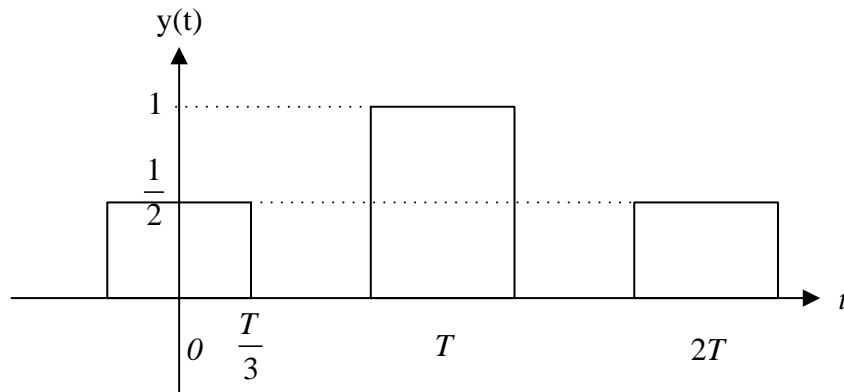
(ب)

$$H_c(f) = \left[1 + 2\alpha \frac{1}{2} (e^{j\omega T} + e^{-j\omega T}) \right] e^{-j\omega T} = \alpha + e^{-j\omega T} + \alpha e^{-j\omega 2T}$$

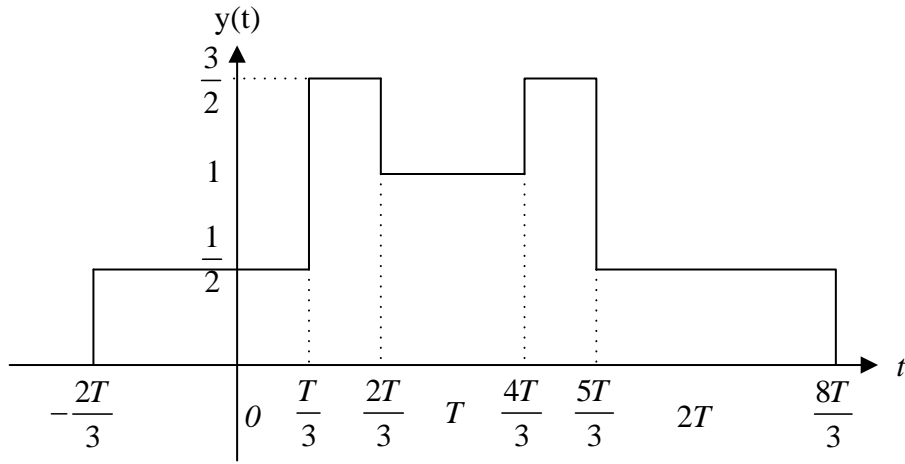
$$y(t) = \alpha x(t) + x(t-T) + \alpha x(t-2T)$$

(ج)

$$\alpha = 0.5, \tau = \frac{2T}{3}$$



$$\alpha = 0.5, \tau = \frac{4T}{3}$$



(د)

$$\begin{aligned}
 H_{eq}(f) &= Ke^{-j\omega(t_d-T)}(1+0.8\cos\omega T)^{-1} \\
 &= Ke^{-j\omega(t_d-T)}[1-0.8\cos\omega T+0.64\cos^2\omega T-0.51\cos^3\omega T+\dots] \\
 \cos\omega T &= \frac{1}{2}(e^{j\omega T}+e^{-j\omega T}), \cos^2\omega T = \frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2\omega T = \frac{1}{2}+\frac{1}{4}(e^{j2\omega T}+e^{-j2\omega T}) \\
 \cos^3\omega T &= \frac{1}{4}(3\cos\omega T+\cos 3\omega T) = \frac{3}{8}(e^{j\omega T}+e^{-j\omega T})+\frac{1}{8}(e^{j3\omega T}+e^{-j3\omega T})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H_{eq}(f) &= Ke^{-j\omega(t_d-T)}[1-0.8\cos\omega T+0.64\cos^2\omega T-0.51\cos^3\omega T+\dots] \\
 &= Ke^{-j\omega(t_d-T)}\left[1-0.8\times\frac{1}{2}(e^{j\omega T}+e^{-j\omega T})+0.64\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}(e^{j2\omega T}+e^{-j2\omega T})\right)\right. \\
 &\quad \left.-0.51\times\left(\frac{3}{8}(e^{j\omega T}+e^{-j\omega T})+\frac{1}{8}(e^{j3\omega T}+e^{-j3\omega T})\right)+\dots\right] \\
 &= Ke^{-j\omega(t_d-T)}\left[1-0.4e^{j\omega T}-0.4e^{-j\omega T}+0.32+0.16e^{j2\omega T}+0.16e^{-j2\omega T}\right. \\
 &\quad \left.-\frac{1.53}{8}e^{j\omega T}-\frac{1.53}{8}e^{-j\omega T}-\frac{0.51}{8}e^{j3\omega T}-\frac{0.51}{8}e^{-j3\omega T}+\dots\right] \\
 &= Ke^{-j\omega(t_d-T)}\left[-0.064e^{j3\omega T}+0.16e^{j2\omega T}-0.59e^{j\omega T}+1.32-0.59e^{-j\omega T}\right. \\
 &\quad \left.+0.16e^{-j2\omega T}-0.064e^{-j3\omega T}+\dots\right]
 \end{aligned}$$

با توجه به رابطه فوق بدیهی است که $\Delta=T, M=3$ است. حال اگر $t_d=4T$ فرض شود و همچنین $K=1$ انتخاب شود، آنگاه ضرایب متعادل‌ساز به صورت زیر هستند:

$$c_{-3}=c_3=-0.064, \quad c_{-2}=c_2=0.16, \quad c_{-1}=c_1=-0.59, \quad c_0=1.32$$

۲. کانالی غیرخطی را با تقریب چند جمله‌ای زیر فرض کنید.

$$y(t)=a_1x(t)+a_2x^2(t)+a_3x^3(t)+a_4x^4(t)$$

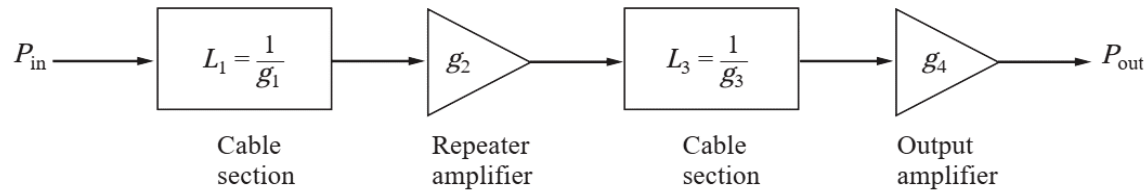
ورودی این کانال، یک موج کسینوسی $\cos\omega_0 t$ است. نسبت هارمونیک دوم ایجاد شده (اندازه ضریب $\cos 2\omega_0 t$) در خروجی کانال غیرخطی به هارمونیک اصلی را محاسبه کنید.

پاسخ:

$$y(t) = \left(\frac{a_2}{2} + \frac{3a_4}{8} \right) + \left(a_1 + \frac{3a_3}{4} \right) \cos \omega_0 t + \left(\frac{a_2}{2} + \frac{a_4}{4} \right) \cos 2\omega_0 t$$

$$distortion = \left| \frac{a_2/2 + a_4/4}{a_1 + 3a_3/4} \right| \times 100\%$$

۳. فرض کنید در شکل زیر $P_{in} = 0.5W$ ، $\alpha = 2dB/km$ و طول کل مسیر $50km$ باشد. بهره‌های تقویت-کننده و مکان هر تکرارکننده را پیدا کنید به طوری که $P_{out} = 50mw$ بوده و توان سیگنال در ورودی هر تقویت‌کننده برابر $20\mu W$ باشد.



پاسخ: ابتدا مقادیر را بر حسب dBm بازنویسی می‌کنیم.

$$P_{in} = 0.5W \Rightarrow P_{in_{dBm}} = 10 \log_{10} \frac{0.5W}{1mW} = 30 - 3 = 27dBm$$

$$l = 50Km \quad \alpha = 2dB/Km$$

$$P_{out} = 50mW \Rightarrow P_{out_{dBm}} = 10 \log_{10} \frac{50mW}{1mW} = 17dBm$$

$$P_{in_g} = 20\mu W \Rightarrow P_{in_g} = -17dBm$$

حال برای هر بخش از مسیر رابطه توان ورودی و خروجی را می‌نویسیم. توان ورودی از بخش کابلی با افت توان $2dB$ در هر کیلومتر گذر کرده و به ورودی تقویت‌کننده می‌رسد. برای اینکه توان در ورودی این تقویت‌کننده برابر $20\mu W$ و یا به عبارتی $-17dBm$ باشد، رابطه زیر باید برقرار شود. به عبارتی تلفات مسیر $L = \alpha l$ از توان ورودی کم شود.

$$27dBm - 2l_1 = -17dBm \Rightarrow l_1 = 22Km$$

حال که طول مسیر تا تکرارکننده محاسبه شد، با توجه به اینکه طول کل مسیر برابر $50Km$ است، فاصله تکرارکننده تا تقویت‌کننده خروجی نیز محاسبه می‌شود.

$$l_3 = 50 - 22 = 28Km$$

توان سیگنال ورودی تکرارکننده $-17dBm$ است. تکرارکننده سیگنال ورودی خود را با بهره g_2 تقویت می‌کند و سپس این سیگنال از مسیر $28Km$ باقیمانده با تلفات $L = \alpha l = 2 \times 28 = 56dB$ عبور کرده و به ورودی تقویت‌کننده خروجی می‌رسد. در نتیجه بهره g_2 از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$-17dBm + g_2 - 2 \times 28 = -17dBm \Rightarrow g_2 = 56dB$$

حال سیگنال به گیرنده رسیده است و توسط تقویت‌کننده باید سطح توان آن، به سطح مطلوبی که در صورت سوال $17dBm$ ذکر شده است، برسد. بدین منظور، بهره تقویت‌کننده خروجی نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$-17dBm + g_4 = 17dBm \Rightarrow g_4 = 34dB$$

۴. با استفاده از رابطه $G_v(f) = |V(f)|^2$ ، چگالی طیف انرژی $(G_v(f))$ ، خودهمبستگی $(R_v(\tau))$ و انرژی سیگنال‌های زیر را به دست آورید.

$$v(t) = A \Pi\left(\frac{t-t_d}{D}\right) \quad (\text{الف})$$

$$v(t) = A \text{sinc} 4W(t+t_d) \quad (\text{ب})$$

$$v(t) = A e^{-bt} \quad (\text{ج})$$

پاسخ:

(الف)

$$V(f) = A D e^{-j\omega t_d} \text{sinc } fD$$

$$G_v(f) = |V(f)|^2 = (AD)^2 \text{sinc}^2 fD$$

$$\Rightarrow R_v(\tau) = F^{-1}\{G_v(f)\} = A^2 D \Lambda\left(\frac{\tau}{D}\right)$$

$$\Rightarrow E_v = R_v(0) = A^2 D$$

(ب)

$$V(f) = \left(\frac{A}{4W}\right) \Pi\left(\frac{f}{4W}\right) e^{-j\omega t_d}$$

$$G_v(f) = |V(f)|^2 = \left(\frac{A}{4W}\right)^2 \Pi\left(\frac{f}{4W}\right)$$

$$\Rightarrow R_v(\tau) = F^{-1}\{G_v(f)\} = \frac{A^2}{4W} \text{sinc}(4W\tau)$$

$$\Rightarrow E_v = R_v(0) = \frac{A^2}{4W}$$

(ج)

$$V(f) = \frac{A}{b + j2\pi f}$$

$$G_v(f) = |V(f)|^2 = \frac{A^2}{b^2 + (2\pi f)^2}$$

$$\Rightarrow R_v(\tau) = F^{-1}\{G_v(f)\} = \frac{A^2}{2b} e^{-b|\tau|}$$

$$\Rightarrow E_v = R_v(0) = \frac{A^2}{2b}$$

موفق باشید

صفوی