- Hessian Matrisi -

⊳ Bir skaler değerli fonksiyonun ya da skaler alanın ikinci dereceden kısmi türevlerinden oluşan kare matristir. Çok değişkenli bir fonksiyonun yerel eğriliğini ifade eder.

⊳ Bir fonksiyonun hessian matrisini hesaplamak için, o fonksiyonun tüm ikinci kısmi türevlerini bulmanız gerekir. Bu, her değişkenin diğer tüm değişkenlere göre ikinci türevlerini bulmaktır. Örneğin, bir değişkenli fonksiyonun ikinci türevi tek bir sayıyken, iki değişkenli bir fonksiyonun ikinci türevi bir matristir.

Soru: $f(x,y) = x^3 - 2xy - y^6$'nın $(1,2)$ noktasındaki Hessian'ını hesaplayın!

$$f_x(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}(x^3 - 2xy - y^6) = 3x^2 - 2y$$

$$f_y(x,y) = \frac{\partial}{\partial y}(x^3 - 2xy - y^6) = -2x - 6y^5$$

$$\hookrightarrow f_{xx}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}(3x^2 - 2y) = 6x$$

$$f_{xy}(x,y) = \frac{\partial}{\partial y}(3x^2 - 2y) = -2$$

$$f_{yx}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}(-2x - 6y^5) = -2$$

$$f_{yy}(x,y) = \frac{\partial}{\partial y}(-2x - 6y^5) = -30y^4$$

Cevabın devamı - - -

$$Hf(x,y) = \begin{bmatrix} f_{xx}(x,y) & f_{xy}(x,y) \\ f_{yx}(x,y) & f_{yy}(x,y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6x & -2 \\ -2 & -30y^4 \end{bmatrix}$$

$(x,y) = (1,2)$ noktasında hesaplayacağız

$$Hf(1,2) = \begin{bmatrix} 6(1) & -2 \\ -2 & -30(2)^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & -480 \end{bmatrix}$$

Determinant hesabı!

$$\det\left(\begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & -480 \end{bmatrix}\right) = 6(-480) - (-2)(-2) = -2884$$