

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE

Econométrie des Séries Temporelles

Modélisation univariée et multivariée de l'Indice de la Production Industrielle au Sénégal

Rédigé par :

BAGNABANA Koboyo Merveille

DIAW Abdoul Aziz

DIOP Seyni

Chargé du cours :

Dr. Souleymane FOFANA,

Enseignant à l'ENSAE

Econométrie des Séries temporelles

Fait par : BAGNABANA Koboyo Merveille, DIAW Abdoul Aziz, DIOP Seyni

21 juillet 2018

Table des matières

INTRODUCTION	2
Chapitre I : PRESENTATION DE L'INDICE DE LA PRODUCTION INDUSTRIELLE	
AU SENEGAL	6
Chapitre II : MODÉLISATION UNIVARIÉE	11
2.1. L'IPI au sénégal	11
2.2. Stationnarisation de la chronique de l'IPI	12
2.2.1. Stationnarisation	12
2.2.2. Tests de stationnarité	15
2.3. Examen de l'ACF et de la PACF et identification du modèle	17
2.4. Estimation des paramètres	18
2.5. Analyse des résidus : Blancheur des résidus	18
2.6. Choix du modèle avec les critères de choix	20
2.7. Prévision de l'IPI	21
Chapitre III : MODÉLISATION MULTIVARIÉE	24
3.1. Tests de stationnarité sur les séries	25
3.2. Test de Cointégration de Johansen	26
3.3. Estimation et validation du modèle	27
3.3.1. Estimation	27
3.3.2 Validation	29
3.4 Interprétation des résultats	30

C	onclusion	39
	3.7. Réponses impulsionnelles et décomposition de la variance de l'erreur de prévision	35
	3.6. Prévision	34
	3.5. Etude de la causalité	31

INTRODUCTION

Au cours de leurs formation d'élèves ingénieurs des travaux statistiques et économiques à l'Ecole Nationale de la Statistique et de l'Analyse Economique à Dakar, les élèves ITS en troisième année se voient administré un module ayant pour titre « Econométrie des Séries Temporelles ». Une série temporelle à temps discret est une suite finie $(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_n)$ de données indexées par le temps. Ce module a pour objectifs de présenter les principaux modèles de séries temporelles et leurs caractéristiques ainsi que les méthodes de prévisions pour les séries temporelles à temps discret. Ces objectifs ont été déroulés à travers les points suivants :

- les généralités sur les séries temporelles notamment la stationnarité, l'analyse temporelle et l'analyse spectrale
- les modèles linéaires de type ARMA (Modèle « Auto Régressif » et modèle « Moyenne Mobile »
- la modélisation univariée
- les processus non stationnaires et test de stationnarité
- introduction aux processus multivariés

A la fin de ce module, il est donc demandé aux élèves, dans l'optique d'une évaluation des acquis, de modélisé un phénomène de leur choix à l'aide des outils enseignés lors des cours. Conformément à cela, ce travail s'inscrit dans ce cadre d'idée. En raison de cela, nous sommes appelés, dans ce présent document, à vous relater les différentes étapes de notre modélisation portant sur l' « INDICE DE LE PRODUCTION INDUSTRIELLE » au Sénégal. Les séries temporelles constituent une branche de l'économétrie dont l'objet est l'étude des variables au cours du temps. Parmi ses principaux objectifs figurent la détermination de tendances au sein de ces séries ainsi que la stabilité des valeurs (et de leur variation) au cours du temps. Toutefois, l'analyse d'une série temporelle repose en grande partie sur sa modélisation. La modélisation des séries temporelles consiste à construire un modèle statistique reliant la valeur présente de la variable endogène uniquement à ses valeurs passées ainsi qu'aux valeurs passées et présente d'une perturbation aléatoire ou aussi à l'étude des relations entre plusieurs variables. Ainsi, le principe de la modélisation pourrait se résumer à ces quatre questions :

- Que signifie modéliser?
- Pourquoi modéliser?
- Que modélise-t-on?

Comment modéliser?

Pour ce faire, notre travail se subdivisera en trois axes principaux. Le premier se chargera de vous présenter l'indice de la production industrielle (IPI) au Sénégal. Le second traitera de la modélisation univariée qui expliquera les différentes variations de l'IPI et déterminera quel modèle représente le mieux ces variations. Et enfin le dernier se penchera sur la modélisation bivariée en trouvant des variables susceptibles d'expliquer les variations de l'IPI sur la période d'études.

DEFINITION DE QUELQUES CONCEPTS

- A la première question, nous pouvons répondre en ces mots : « la modélisation consiste à créer une représentation simplifiée d'un phénomène grâce à un modèle ». Il s'agira donc de trouver un modèle paramétré dont le comportement dynamique approche celui du processus que nous modéliserons.
- La modélisation univariée consiste en la conception d'un modèle pour une seule variable, pour un seul phénomène.
- La modélisation bivariée ou multivariée quant à elle conceptualise un phénomène via plusieurs variables par un modèle.

CONTEXTE ET JUSTIFICATION Le choix de la modélisation sur l'IPI réside même en la définition de cet indice et dans son importance. En effet, l'indice de la production industrielle se définit comme un indicateur qui permet de mesurer l'évolution de la production des unités industrielles exerçant sur le territoire national à une période bien définie. Il s'intéresse à l'activité de fabrication ou de transformation des unités industrielles et permet de mesurer les quantités physiques produites par ces unités au cours d'une période donnée. Le rôle essentiel de l'indice de la production industrielle dans l'information économique n'est plus à souligner. Cet indice, en effet, est l'un des principaux instruments statistiques qu'utilisent les pouvoirs publics et les responsables de l'économie pour dresser chaque mois le diagnostic de la situation économique. L'industrie Sénégalaise traverse-t-elle une phase d'expansion rapide, ralentie, de stagnation, de récession? Les enseignements de l'indice apportent une réponse mensuelle car étant produite mensuellement. Avant tout indicateur conjoncturel, l'indice sert aussi pour les Comptes économiques provisoires : c'est un point de repère qui permet de contrôler dans quelle mesure le budget économique de l'année en cours pourra être réalisé. On demande donc à cet indice d'être rapidement disponible, aisément compréhensible, et facilement comparable aux données

des comptes nationaux. En revanche, on admet qu'il ne soit pas un instrument de mesure parfait sur de longues périodes.

La modélisation de l'IPI consistera donc en la formulation d'un modèle statistique qui soit une représentation congruente du processus stochastique qui a généré la série observée. Tout comme des probabilités vs statistiques, il faut bien comprendre la différence entre le processus qui génère des données, sa réalisation telle qu'on l'observe sur les échantillons historiques à notre disposition, les futures réalisations et le modèle qu'on construit afin de tâcher de le représenter. L'objectif serait donc de construire un modèle qui soit conforme aux données sous tous les angles mesurables et testables.

LES ETAPES DE LA MODELISATION

- La détection de saisonnalités et leur correction La présence d'une saisonnalité implique exige d'une technique pour la correction. Ce faisant, la comparaison du niveau saisonnier entre deux années par exemple, on va pouvoir en déduire un comportement. Celui-ci apportera des informations supplémentaires indispensable afin d'affiner les valeurs saisonnières, et appréhender leurs évolutions.
- La détection de causalités et leur éventuelle correction Pour qu'un mouvement en provoque un autre, il est nécessaire qu'il le précède. Ainsi deux évènements similaires révèlent l'existence probable d'une source commune. L'utilisation de retards d'une variable, va permettre à partir des valeurs aux périodes précédentes de déduire la durée de transmission entre une source et son effet.
- Le repérage des tendances et des cycles La présence de tendances et de cycles va permettre d'analyser les interactions entre diverses variables, afin d'atteindre un équilibre.
- La détection de chocs structurels Un choc structurel est défini comme une modification permanente ou temporaire de la façon dont est générée une variable. Ils sont fréquents, souvent non anticipables et difficiles à mesurer. Cependant il est nécessaire de savoir qu'une rupture a eu lieu, car sa présence change les interactions et les équilibres.
- Les relations entre variables Il s'agit ici de créer des liens entre des variables, afin d'établir des comparaisons ainsi que des corrélations. Ainsi, on va pouvoir écarter certaines relations qui ne présentent aucun sens avec la série, ou au contraire associer d'autres relations qui interagissent avec la série observée.
- L'étude des anticipations des agents L'idée que l'on se fait de l'avenir peut intervenir dans certaines équations. Il faut donc dans certaines équations faire intervenir des valeurs avancées des variables, en utilisant la manière dont elles ont été formées dans le passé.

■ Le contrôle du processus modélisé II est indispensable de dresser une carte des variables ayant une forte influence sur les reste de l'économie, afin d'anticiper les évolutions possibles.

La prédiction

Il s'agit là de la fonction première pour laquelle il est intéressant d'observer l'historique d'une variable. Cette observation vise à en découvrir certaines régularités afin de pouvoir établir une prévision. Il s'agit ici de supposer que les mêmes causes produisent les mêmes effets. Avec une analyse fine, il est même possible d'établir des prévisions "robustes" vis-à-vis de ruptures brusques et de changements non anticipables.

Chapitre I: PRESENTATION DE L'INDICE DE LA PRODUC-TION INDUSTRIELLE AU SENEGAL

Depuis janvier 2008, l'Agence Nationale de la Statistique et de la Démographie (ANSD) publie une note mensuelle sur l'Indice Harmonisé de la Production Industrielle (IHPI), diffusée en même temps que l'indice trimestrielle pour répondre aux besoins des utilisateurs de disposer des informations mensuelles sur l'activité industrielle du Sénégal. Ceci étant, une chose est de connaître le niveau de ce indice, sa valeur et une autre est de savoir comment est-ce qu'il se calcule, comment on l'interprète et quelle sont les conditions à remplir pour obtenir cet indice. Tel sera l'objet de cette partie de notre document. Pour commencer cette étude, il faudrait d'abord avoir une brève description de nos données, et donc, connaître la source de nos données et comment elles sont produites.

1. Périodicité, champ, nomenclatures d'activités et de produits de l'IPI

- Les données de notre étude sont produites mensuellement et trouvent leur place parmi les données économiques dans les différentes bases de données.
- L'IPI s'intéresse au volume de la production des unités résidentes qui mènent une activité industrielle à titre principal ou secondaire. Il s'agit des entreprises et établissements industriels (de fabrication ou de transformation) qui résident et produisent dans le pays. En d'autres termes, l'IPI se rapporte aux unités industrielles exerçant leurs activités dans les usines, des chantiers, des carrières, des mines, etc pour les pays membres d'AFRISTAT. Dans le cas du Sénégal, il couvre les industries extractives, alimentaires, chimiques, mécaniques, les industries textiles et du cuir, les industries du bois, du papier et du carton, de l'énergie, des matériaux de construction1 et les autres industries manufacturières.
- La nomenclature d'activités et de produits utilisée par le Sénégal est celle des Etats membres d'AFRISTAT(NOPEMA) vu que les unités industrielles sont celles définies dans la nomenclature des activités des Etats membres d'AFRISTAT (NAEMA). Les indices sont de type Laspeyres, à pondération constante par les valeurs ajoutées de l'année de base.

2. Période de base

Selon AFRISTAT, « base La période de base correspond généralement à une année civile dite « année de base ». C'est une année jugée «normale» ou «conforme à la moyenne», qui ne présente pas des influences particulières sur l'activité économique (c'est-à-dire ni forte croissance, ni faible

croissance). La stabilité de l'évolution d'un indice dépendra de la normalité de sa période de base. Plus la période de base est particulière, plus les fluctuations affectant la série sont importantes. Dans le cadre de l'indice harmonisé de la production industrielle, le choix de cette année de base peut également être guidé par l'année choisie pour la comptabilité nationale. » Pour le Sénégal, à la période actuelle, l'indice est de base 100 en 2006.

3. Source de données

Pour notre étude, les données de la modélisation univariée proviennent du portail des données de l'Agence Nationale de la Statistique et de la Démographie du Sénégal, ANSD, institut National de Statistique de ce pays. Les données de la modélisation bivariée, quant à elle ont été prises sur le site de la Banque Centrale des Etats de l'Afrique de l'Ouest, BCEAO. Ceci dit, les différentes sources de données dont disposent ces entités (ANSD et BCEAO) pour l'élaboration de leur base de sondage en ce qui concerne les Etats membres d'AFRISTAT sont :

- le répertoire d'entreprises national à des fins statistiques (s'il existe); qui au Sénégal correspond au Répertoire National des Entreprises et Associations (RNEA). L'exploitation du répertoire d'entreprises national permet d'extraire les unités industrielles qui vont constituer la base de sondage pour le processus de mise en place de l'indice de la production industrielle.
- les sources administratives : les services des impôts, les organisations patronales, les services ministériels en charge de l'industrie, etc., détiennent des informations importantes pour la constitution de la base de sondage des unités industrielles. L'exploitation des déclarations statistiques et fiscales des entreprises (DSF), qui proviennent pour l'essentiel des services des impôts, permet de relever les unités industrielles. Pour les besoins de minimisation des coûts, il arrive que seules les grandes unités industrielles soient enquêtées.
- le recensement des unités économiques, Recensement Général des Entreprises (RGE) au Sénégal : l'exploitation des données du recensement des unités économiques permet d'extraire les unités industrielles du secteur moderne qui exercent sur le territoire national. Rappelons que ces différentes sources peuvent être combinées.

4. L'échantillonnage

L'échantillon devant servir à l'élaboration de l'indice de la production industrielle, il est fait recours aux méthodes non probabilistes subjectives (choix raisonné) et basées sur le seuil d'inclusion. Deux méthodes sont utilisées : la méthode par les entreprises et la méthode par les produits. Au Sénégal, la méthode par les entreprises est utilisée. Elle consiste en la sélection des entreprises

et établissements industriels couvrant 80% à 90% du chiffre d'affaires (hors taxes) de la sous branche considérée en partant des plus grandes au plus petites. L'échantillon compte 69 entreprises couvrant 89,8% de la valeur ajoutée industrielle du Sénégal.

5. Système de pondération

Les coefficients de pondérations sont déterminés en utilisant la valeur ajoutée aux coûts de facteur. Ces coefficients sont déterminés aux différents niveaux de la nomenclature :

- Catégories (5 chiffres)
- Classes (4 chiffres)
- Groupe (3 chiffres)
- Divisions (2 chiffres)

6. Calcul des indices

Comme mentionné plus haut, il s'agit d'un l'indice de Laspeyres des quantités calculé à chaque niveau d'agrégation de la nomenclature. Des indices élémentaires au niveau des catégories (5 chiffres) sont calculés par la formule suivante :

$$I_{np} = \frac{Q_{np}}{Q_0} * 100$$

Avec $I_{np}=$ Indice élémentaire du trimestre p de l'année n ; $Q_{np}=$ Quantité produite au cours du trimestre p de l'année n, $Q_0=$ Quantité moyenne de l'année de base. Puis on calcule des indices au niveau des :

- Classes (4 chiffres)
- Groupe (3 chiffres)
- Divisions (2 chiffres)
- Global.

Par exemple, si l'on veut calculer l'indice de la production des branches, il faut pondérer les l indices de ses différentes sous-branches par leur poids respectif.

$$I_b = \frac{\sum_{k=1}^{r} P_{sb} \times I_{sb}}{\sum_{k=1}^{r} P_{sb}}$$

Avec $I_b=$ Indice de branche du trimestre p de l'année n ; $I_sb=$ Indice de sous-branche du trimestre p de l'année n, $P_sb=$ Pondération des sous-branches à l'année de base.

7. Portée de l'IPI

Le champ d'application de l'IPI se définit par rapport à la CITI rev4/NAEMA rev1, c'est-à-dire que le secteur industriel est défini comme comprenant les rubriques B (Activités extractives), C (Activités de fabrication), D (Production et distribution d'électricité, de gaz, de vapeur et de climatisation) et E (Approvisionnement en eau, activités d'assainissement et de gestion des déchets, dépollution). Cependant, certaines activités suivantes sont exclues des nouvelles sections de l'IPI :

Section B : sont exclues de cette section, les études géophysiques, géologiques et sismiques (division 71), la préparation des sites miniers (division 43), l'exploitation d'oléoducs ou de gazoducs 1 (division 49), la liquéfaction et la regazéification du gaz naturel dans les ports méthaniers (division 52), etc.

Section C : sont exclues de cette section, les activités de préparation de produits alimentaires destinés à la consommation sur place (division. 56), d'égrenage du coton (division 01), de transformation et conservation du poisson réalisée sur les navires se livrant à la pêche en mer (division 03), de conception de modèles de vêtements (division 74), de réparation d'ordinateurs et d'articles personnels et ménagers, de fractionnement et de redistribution en lots plus petits, notamment l'emballage, le reconditionnement ou l'embouteillage de produits tels que les liqueurs ou les produits chimiques; le triage de déchets, le mélange de peinture sur commande, et le découpage de métaux à la demande, qui produisent une version modifiée du même produit, etc. Section D : sont exclues de cette section, les activités de transport de gaz naturel par gazoducs (division 49), de commercialisation de gaz en bouteilles (division 47), etc.

Section E : sont exclues de cette section, les activités d'acheminement d'eau par aqueducs (division 49), de collecte et le tri de déchets partiellement triés, tels que papier, plastique, etc. pour leur commercialisation (division 46), de balayage, l'arrosage des chaussées et les autres services de voirie (division 81), etc.

Vu l'importance de cet indice dans les prises de décisions des différents acteurs politiques amis aussi dans la comparaison entre différents pays, il s'avère impératif d'accorder une attention particulière à son calcul. Notamment depuis l'échantillonnage, la collecte des données jusqu'à son calcul. Aussi, le caractère comparatif dont elle dispose au sein des Etats membres d'AFRISTAT, ces derniers doivent se conformer aux recommandations internationales afin de disposer d'indicateurs fiables et de qualités. Par ailleurs, AFRISTAT est disposé à fournir une assistance technique aux Etats dans l'application de

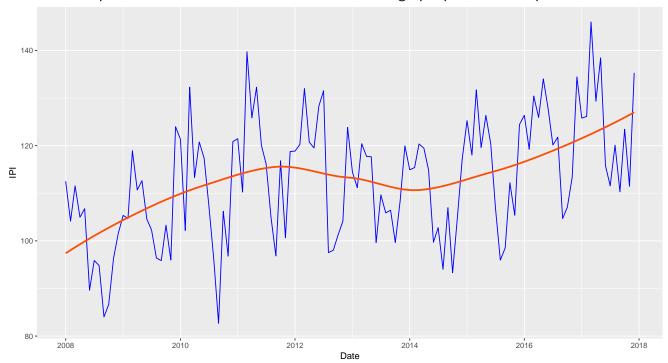
ces recommandations. Cette assistance peut être apportée dans le cadre des interventions habituelles d'AFRISTAT, des projets et programmes financés par les partenaires et les financements nationaux mis en place par les États.

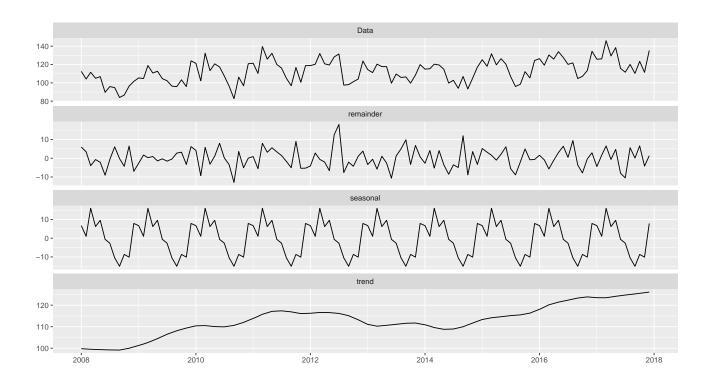
Chapitre II: MODÉLISATION UNIVARIÉE

Le chapitre précédent a révélé que notre problématique concrète dans ce travail, à savoir l'analyse de la fluctuation de l'IPI au Sénégal pour la période de 2008 à 2017, se ramène à devoir effectuer la modélisation et la prévision d'une chronique. L'analyse statistique des chroniques est jusqu'à présent dominé par des techniques paramétriques, même si des développements théoriques alternatifs, ainsi que des mises en ouvre existent . Dans ce chapitre, nous allons donner quelques éléments théoriques nécessaires à la mise en ouvre d'une approche paramétrique comme la dessaisonalisation par régression linéaire, la méthode de Box-Jenkins (dans le cas où la chronique présente une tendance ou/et une saisonnalité comme l'a illustré le premier chapitre dans la présentation des données).

2.1. L'IPI au sénégal

Les graphiques ci dessous montre que l'évolution de l'IPI est caractérisée par une saisonnalité marquée par des fluctuations qui alternent des phases de croissance et de décroissance de l'indice. L'IPI a tendance à décroître sur la période allant du début du premier trimestre à la fin du deuxième trimestre, elle reprend sa croissance dans les des derniers trimestre. On note aussi la présence d'une tendance ascedante avec le graphique de décomposition de la série.





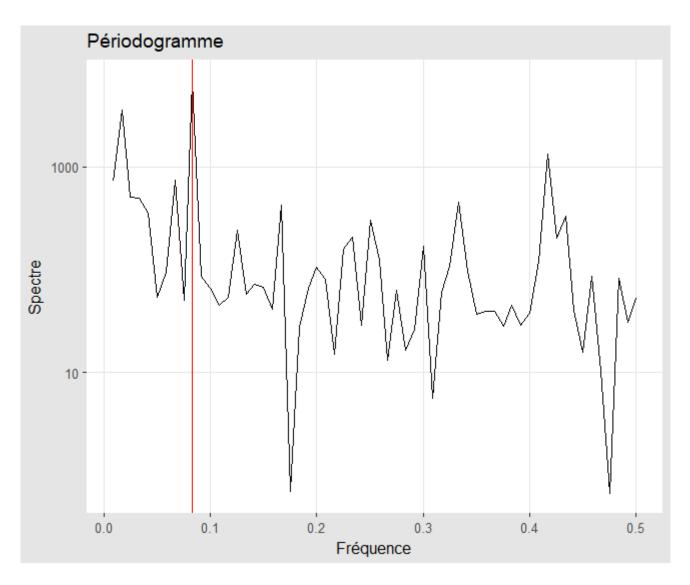
2.2. Stationnarisation de la chronique de l'IPI

2.2.1. Stationnarisation

L'existence de tendance est moins claire avec l'observation seule de la chronique. Cependant nous pouvons vérifier l'existence de tendance avec le test de Mann-Kendall.

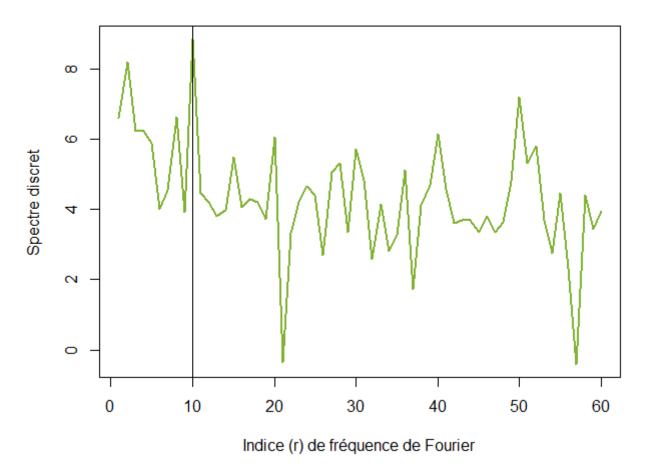
=	TABLE 1 – Test de Mann-Kendall					
H_0 H_1		H_1	Kendall Score	P-valeur		
	Pas de tendance Tendance		282	0.003599		

De plus l'examen du chronogramme la présence d'une tendance linéaire (dans sa variation à long terme et vérifié précédemment) et d'une saisonnalité annuelle (dans sa variation à court terme). Vérifions et neutralisons l'influence de la saisonnalité (si elle existe) à travers l'examen du périodogramme.



L'examen du périodogramme présente un pic important à la fréquence $f_{r_*}=0.0887=\frac{1}{12}$ de Fourier. On identifie maintenant l'indice r_* de la fréquence de Fourier correspondant au spectre maximum.

Périodogramme des observations de l'IPI par indice de fréquence



Le même périodogramme que précédemment nous indique que le pic maximum des spectres est obtenu à l'indice r=10 des fréquences de Fourier. On en déduit donc une périodicité de $p=1/f_r=T/r=120/10=12$. L'examen du périodogramme nous a révélé la présence d'une périodicité de 12 dans nos données, ce qui correspond à une saisonnalité annuelle. L'objectif étant d'obtenir une série stationnaire, on se débarrasse de la saisonnalité en appliquant le filtre $F(B)=1-B^{12}$ sur notre chronique sans tendance. On obtient ainsi une nouvelle chronique, la série de l'IPI national désaisonnalisée et sans tendance.

2.2.2. Tests de stationnarité

La saisonnalité et la tendance étant annulées, on effectue un test de stationnarité sur la chronique obtenue après dessaisonalisation afin de rechercher toutes autres causes de non stationnarité. Le test de DICKEY-FULLER Augmenté et de PHILLIPS-PERRON vérifie la présence d'une racine unité dans la chronique, cause de non stationnarité. Au regard des p-valeur<0.05, on rejette l'hypothèse selon la quelle notre série possède une racine unité.

TABLE 2 – Test de Dickey-Fuller Augmenté et de Phillip Perron

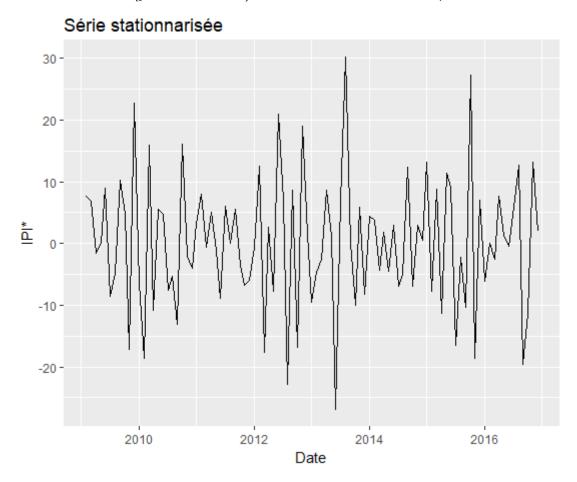
	IPI				
Test	ADF	PP			
Statistique	-6.3035	-18.02			
p-valeur	<0.01	< 0.01			
H_0	Non Stationnarité	Non Stationnarité			
H_1	Stationnarité	Stationnarité			

Les deux tests précédents confirment (p-valeur=0.01) l'absence d'une racine unité dans notre chronique (IPI), donc la chronique obtenue après désaisonnalisation est stationnaire. Confirmons ce premier résultat par le test de stationnarité de KPSS qui suppose quant à lui la stationnarité en hypothèse nulle.

Table 3 – Test de KPSS sur l'IPI désaisonnalisé et sans tendance

IPI			
Statistique 0.037887			
p-valeur	>0.1		
H_0	Stationnarité		
H_1	Non Stationnarité		

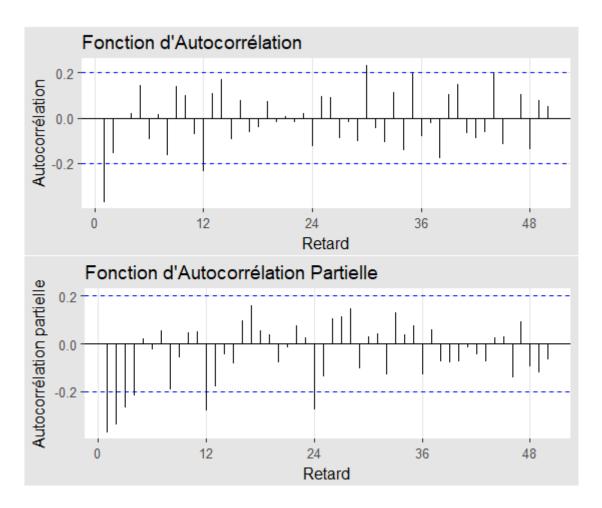
Au regard de la p-value>0.05, on ne rejette pas l'hypothèse selon la quelle la série est stationnaire. Le test de KPSS confirme (p-value=0.1) la stationnarité de la chronique.



La chronique étant stationnaire, l'idée, par la suite, est de trouver le meilleur modèle ARMA s'ajustant le mieux aux observations de cette chronique stationnarisée. Il est à noter que, quelque soit la forme du modèle retenu (ARMA, AR ou MA), il est possible de réécrire le modèle final sous la forme souhaitée en se servant de la causalité ou de l'inversibilité du processus stationnaire obtenu.

On s'intéresse par la suite à la **PACF** et à l'**ACF** de la série désaisonnalisé et sans tensance pour déterminer l'ordre maximum de la partie AR et de la partie MA du processus stationnaire obtenu.

2.3. Examen de l'ACF et de la PACF et identification du modèle



L'examen de l'ACF et de la PACF du processus stationnaire obtenu suggère $q_{max}=1$ comme ordre maximum de la partie MA et $p_{max}=3$ comme ordre maximum de la partie AR. Le choix de ces ordres étant rarement unique, on doit estimer le modèle correspondant et en tester la qualité. On note aussi que $P_{max}=2$ et $Q_{max}=1$.

Nous aurons donc à construire tous les modèles $SARIMA(p,1,q)(P,1,Q)_{12}$ et voir si les paramètres sont significativement différents de 0. On estime doncles coefficients du modèle en construisant une statistique de test autour des estimateurs $\hat{\theta}_{1,j}, \hat{\theta}_{2,j}, \hat{\phi}_{1,i}$ et $\hat{\phi}_{2,i}$ dans l'équation

$$\Phi_p(B)\Phi_P(B)(1-B)^d(1-B^S)^D X_t = \Theta_q(B)\Theta_Q(B^S)\varepsilon_t$$

où
$$p_{max}=3$$
, $d=1$, $q_{max}=1$, $P_{max}=1$, $D=1$ $Q_{max}=1$, $S=12$

2.4. Estimation des paramètres

L'estimation des paramètres des modèles engendrés a fourni des coefficients dont il est impératif de tester la significativité. Nous avons testé la significativité des paramètres et ceci permis de faire choir les modèles inadéquats ou les moins appropriés pour les données. Après le test de significativité, 17 modèles ont émergé parmi les 42 qu'on avait au départ. Ces modèles ont tous leurs paramètres signicatifs. Une estimation sera statistiquement non significative (considéré comme nulle) si l'intervalle de confiance à 95 de l'estimation contient zéro. La statistique est celle de Fisher calculée comme suit

$$F = \frac{\hat{b}}{\hat{\sigma}_b}$$

qui est le rapport du coefficient à tester et son écart type. Si F>1.96 alors on rejette l'hypothèse H_0 de nullité du coefficient.

Beaucoup de modèles semblent émerger et l'on sait que la première qualité d'un modèle est la blancheur du résidu obtenu; si ce n'est pas le cas, c'est que le modèle n'a pas capté toute la dynamique du phénomène et il faut choisir d'autres ordres.

2.5. Analyse des résidus : Blancheur des résidus

Un processus ε_t à temps discret est qualifié de bruit blanc si :

- 1. $\mathbb{E}(\varepsilon_t) = 0$
- 2. $\mathbb{E}(\varepsilon_t^2) = \sigma^2$
- 3. $\mathbb{E}(\varepsilon_l \varepsilon_k) = 0 \ \forall k \neq l$

Test de nullité des moyennes

Le de la nullité des moyennes consiste à vérifier la première hypothèse de la blacheur des résidus. Le processus ε_t est supposé être un bruit blanc et soit $(e_t)_{t=1,2,...,T}$ la série des résidus provenant du modèle, on teste alors

$$\begin{cases} H_0 : \hat{e} = 0 \\ contre \\ H_1 : \hat{e} \neq 0 \end{cases}$$

où \hat{e} le paramètre inconnu de la moyenne des résidus issus de l'estimation. La statistique de test est

donc $t_{\bar{e}} = \frac{\bar{e}}{\sigma_{\bar{e}}}$.

Après avoir fait le test sur tous les 16 modèles qui avaient passées l'étape de la significativité des

paramètres, il semble que tous les modèles ont leurs résidus de moyennes significativement nulles. Dès

lors passons au test de la deuxième hypothèse qui l'homoscédasticité des erreurs.

Test d'homoscédasticité des résidus

Pour tester la variance constante, on peut appliquer le test de White. On entreprend une analyse

de régression auxiliaire : celle-ci régresse les résidus au carré du modèle de régression original sur

un ensemble de régresseurs (qui sont dans notre cas les résidus même retardés) qui contiennent les

régresseurs originaux ainsi que leurs carrés et leurs produits croisés.

 $\begin{cases} H_0: Homosc\'{e}dasticit\'{e} \\ contre \\ H_1: H\'{e}t\'{e}rosc\'{e}dasticit\'{e} \end{cases}$

Après avoir fait le test sur tous les 16 modèles qui avaient passées l'étape précédente, il semble que

tous les modèles ont leurs résidus homoscédastiques. Il reste donc de vérifier la non-autocorrélation des

erreurs.

Non-autocorrélation des résidus

Dans ce point nous allons vérifier si les résidus des différents modèles sélectionnés sont non autocorré-

lés. Pour ce faire nous allons utiliser le test de Box-Pierce. Le test Box-Pierce est utilisé pour vérifier s'il

existe une autocorrélation dans une série temporelle. La statistique est

Le test de Box-Pierce montre des aurocorrélations pour tous les modèles sauf pour les mo-

 $SARIMA(0,1,1)(0,1,0)_{12}$, $SARIMA(0,1,1)(1,1,0)_{12}$, $SARIMA(0,1,1)(2,1,0)_{12}$ et

 $SARIMA(3,1,0)(0,1,0)_{12}$. On continuera avec eux en se basant maintenant sur les critères de

choix(AIC, AICc, BIC, RMSE, MAPE).

20

2.6. Choix du modèle avec les critères de choix

Dans le but d'améliorer les prévisions nous allons nous intéresser à des critères standards telsque le RMSE et le MAPE et de critères d'information telsque le AIC, le BIC et le AICc.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} e_t^2}$$

$$MAPE = 100 \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \left| \frac{e_t}{X_t} \right|$$

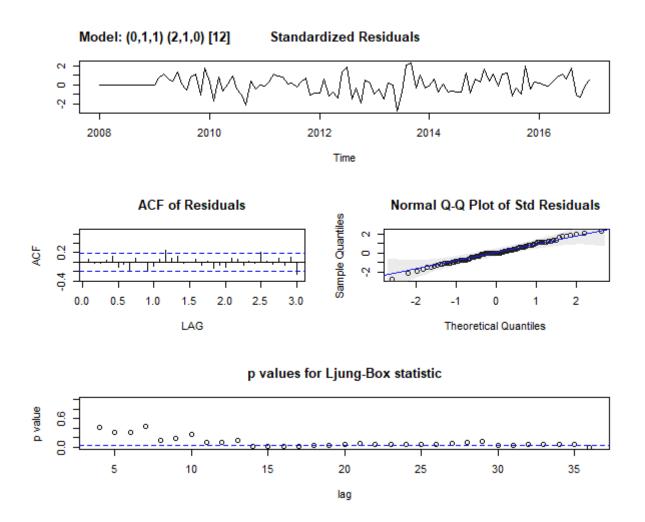
$$AIC = \log(\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2) + 2 \frac{p+q}{T}$$

$$BIC = \log(\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2) + 2(p+q)\log(\frac{\log q}{T})$$

Table 4 -

Modèles	MAPE	RMSE	AIC	AICc	ВІС
$SARIMA(0,1,1)(0,1,0)_{12}$	0.05509209	8.205073	5.356258	5.375834	4.381092
$SARIMA(0,1,1)(1,1,0)_{12}$	0.05357943	7.884153	5.294979	5.315634	4.344648
$SARIMA(0,1,1)(2,1,0)_{1}$	0.05202284	7.548085	5.226373	5.248488	4.300877
$SARIMA(3,1,0)(2,1,0)_{1}$	0.05788042	8.353437	5.429136	5.45125	4.50364

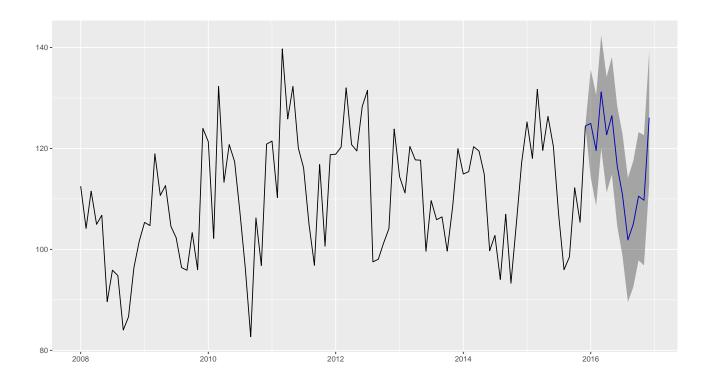
Au vue des critères de choix nous constatons que le modèle $SARIMA(0,1,1)(2,1,0)_{12}$ qui les minimise tous. Ainsi nous choisirons ce dernier pour faire prévision. Avant celà vérifions si ses résidus sont normaux. De même les test de Jarque Bera et Shapiro Wilk ne rejette pas l'hypothèse selon laquelle les résidus sont issus d'une loi normale.



2.7. Prévision de l'IPI

Avec le modèle $SARIMA(0,1,1)(2,1,0)_{12}$, la prévision de l'IPI national pour l'année à partir du modèle final est donnée dans le tableau suivant, où IC représentent l' intervalle de confiance à 95% des estimations de l'IPI national des mois de l'année 2017.

	Table 5 – Prévisions de 2017 avec le modèle					
	Prévisions	Vraie Valeurs	IC+ [95]	IC-[95]		
Jan	131.5633	125.7865	147.5922	115.53446		
Feb	126.6291	126.1406	143.0420	110.21628		
Mar	136.1759	145.9874	152.9640	119.38783		
Apr	132.1922	129.3508	149.3473	115.03717		
May	136.5166	138.4386	154.0310	119.00222		
Jun	127.6490	115.7911	145.5154	109.78248		
Jul	122.7579	111.5696	140.9697	104.54615		
Aug	120.5133	120.1041	139.0640	101.96271		
Sep	113.4951	110.3184	132.3785	94.61169		
Oct	112.0258	123.4490	131.2362	92.81539		
Nov	118.9975	111.4774	138.5295	99.46556		
Dec	137.3046	135.29614	157.1529	117.45631		



Chapitre III: MODÉLISATION MULTIVARIÉE

La modélisation multivariée consistera à trouver et retenir des variables susceptibles d'expliquer les variations de l'IPI. Nous nous attarderons dans cette partie à rechercher le modèle qui pourra représenter le mieux les variations de l'IPI.

Les variables utilisées ont été extraites de la base de données de la BCEAO. Les données couvrent la période allant de janvier 2008 à décembre 2016. Le choix de la période a été dicté par la disponibilité des données relatives aux variables incluses dans les différents modèles. Comme mentionné précédemment, la variable dépendante est l'IPI, qui permet de capter le niveau de production dans le secteur industriel. Il mesure l'évolution, en quantité physique, des biens produits par les entreprises industrielles. Pour le calculer, les données sont collectées par les Directions Nationales et couvrent un échantillon de 976 entreprises. La détermination de l'IPI dans chaque pays est réalisée en retenant environ 40 branches ou groupes de branches, couvrant près de 80% du chiffre d'affaire total. S'agissant des variables explicatives, il est retenu :

- l'indice des prix à la consommation (IPC)
 - Calculé par l'ANSD selon une méthodologie harmonisée, il représente la mesure officielle du taux d'inflation. L'augmentation du niveau général des prix peut être perçue par les industriels comme un facteur qui détériore le pouvoir d'achat des agents économiques, notamment les consommateurs qui sont sensés payer les biens produits. Ces tensions inflationnistes pourraient impacter négativement la production industrielle. De ce fait il est même attendu un impact négatif de l'IPC sur l'IPI.
- l'indice du chiffre d'affaires (ICA)

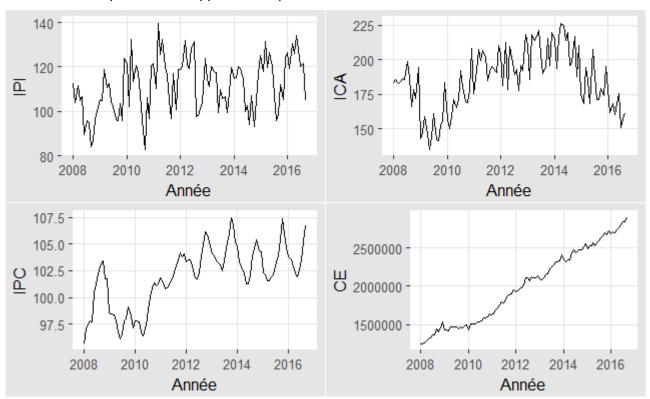
Il permet de mesurer l'évolution des ventes dans le secteur commercial des Etats membres de l'UEMOA. A l'instar de l'IPI, les données sont aussi collectées par l'ANSD auprès d'un échantillon d'entreprises du secteur moderne (grandes surfaces, grands magasins, etc.). Pour l'évaluation de cet indice, 20 groupes de produits ont été retenus et les données collectées portent sur les montants facturés au client. L'ICA est utilisé dans cette étude pour capter les perspectives économiques au Sénégal, même s'il ne cerne qu'une partie de ces dernières. Ainsi, si les perspectives économiques sont bonnes, cela signifie que l'ICA devrait enregistrer une tendance à la hausse, ce qui pourrait avoir un effet positif sur l'IPI. A cet égard, un signe positif est attendu de ce coefficient.

les crédits à l'économie (CE)

Ils mesurent les performances du secteur bancaire par rapport à sa capacité à octroyer des crédits aux entreprises ou aux particuliers, en vue de soutenir l'économie réelle. En théorie, une augmentation des crédits à l'économie devrait permettre aux entreprises d'accroître leurs dépenses d'investissements, en vue d'élargir leur capacité productive. Dans cette perspective, les crédits à l'économie devraient influencer positivement la production industrielle. ([?])

3.1. Tests de stationnarité sur les séries

Avant de faire la modélisation multivariée, il faut au préalable s'assurer de la stationnarité ou non des séries qu'on a. Ainsi dans cette partie nous ferons des tests pour trouver l'ordre d'intégration des variables citées en plus de l'indice de la production industrielle(IPI). Les représentations ci dessous des différentes chroniques laissent apparaître la présence d'une tendance.



Le test de KPSS vérifie la non stationnarité des séries présentées (IPI,ICA,IPC,CE). Ainsi différencions et refaisons le test sur ces séries différenciés. On obtient le tableau suivant

Table 6 – Test de KPSS sur les séries non différenciées

	IPI	IPC	ICA	CE
Statistique	0.62188	2.0855	0.89533	3.588
p-valeur	0.02065	<0.01	<0.01	<0.01

TABLE 7 – Test de KPSS sur les séries différenciées

	IPI	IPC	ICA	CE
Statistique	0.022219	0.04166	0.075069	0.080667
P-valeur	>0.1	>0.1	>0.1	>0.1

En se basant sur les résultats ce premier point, on conclut que toutes nos séries sont intégrées du même ordre, nous pouvons donc faire le test de cointégration.

3.2. Test de Cointégration de Johansen

Pour faire le test de cointégration, il faut d'abord déterminer le nombre de retard optimal. Pour le choix de ce dernier, on se réfère au retard minimisant les critère de Schwartz. Les résultats de ces tests ont révélé que le retard optimal est obtenu pour p=2.

 ${
m T}_{
m ABLE}$ 8 – Choix du p optimal

AIC	AIC HQ		FPE
10	3	2	10

Ainsi, nous avons conduit le test de Johansen avec ce retard. Il existe deux tests de cointégration, le test de la trace et celle de la valeur propre maximale.

Nous présentons les résultats du test de cointégration de Johansen (par la trace) ci dessous. La colonne t-stat représente celui des hypothèses nulles sur le nombre "r" de relation de cointégration. Nous lirons le tableau à partir du bas. La dernière ligne du tableau signifie que l'on test $H_0: r=0$ contre $H_1: r\leq 1$. La valeur de la statistique calculée est supérieur à celle observée au seuil de 5%. On

conclut donc que l'hypothèse nulle est rejetée. Il existe donc au moins une relation de cointégration entre les variables utilisées pour le test. En faisant la même interprétation pour la deuxième ligne, on peut dire que l'hypothèse nulle $H_0: r \leq 1$ est acceptée au seuil de 5%. Cela signifie que l'on a au plus une relation de cointégration (à 5%).

	Table 9 – Test de Johansen					
	Test de Johansen					
	t-stat	10pct	5pct	1pct		
$r \le 3$	0.05	6.50	8.18	11.65		
$ r \le 2 $	8.86	15.66	17.95	23.52		
$ r \le 1 $	26.49	28.71	31.52	37.22		
r = 0	67.32	45.23	48.28	55.43		

L'existence de la relation de cointégration entre les variables nous poussent à construire un VECM(**Vector Error Correction Model**).

3.3. Estimation et validation du modèle

3.3.1. Estimation

Le modèle VECM s'écrira :

$$\Delta X_t = B_0 + B_1 \Delta X_{t-1} + \Pi X_{t-1} + \varepsilon_t$$

avec X_t le vecteur des séries IPI, IPC, ICA et les CE. On pose $\Pi = \alpha^t \beta$ avec α une matrice (4,1) contenant les vitesses d'ajustement pour chacune de nos variables et ${}^t\beta_{(1,4)}$ comprenant la relation de cointégration existante. L'estimation des paramètres donnent comme vecteur cointégrant (1,-7.873828,0.7524501,0.1799353)

$$B_0 = \begin{pmatrix} -137.9572(5.6\text{e-}09)^{***} \\ 6.2575(0.0039)^{**} \\ -99.8947(0.0090)^{**} \\ 6.1977(0.4554) \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} -0.2666(6.2e-09)^{***} \\ 0.0121(0.0041)^{**} \\ -0.1927(0.0094)^{**} \\ 0.0081(0.6156) \end{pmatrix}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} -0.4060(3.0\text{e}-06)^{***} & -5.0053(2.2\text{e}-06)^{***} & 0.1356(0.0220)^* & 0.6747(0.0112)^* \\ -0.0088(0.2744) & 0.4600(8.2\text{e}-06)^{***} & -0.0123(0.0343)^* & 0.0131(0.6111) \\ 0.0452(0.7514) & -2.5100(0.1495) & -0.3652(0.0005)^{***} & 0.3131(0.4917) \\ -0.0413(0.1914) & 0.2314(0.5451) & -0.0179(0.4244) & -0.2874(0.0050)^{**} \end{pmatrix}$$

$$\Pi = \begin{pmatrix} -0.26663484 & 2.09943675 & -0.200629403 & -0.047977027 \\ 0.01208414 & -0.09514845 & 0.009092713 & 0.002174364 \\ -0.19268775 & 1.51719013 & -0.144987912 & -0.034671334 \\ 0.00808052 & -0.06362462 & 0.006080188 & 0.001453971 \end{pmatrix}$$

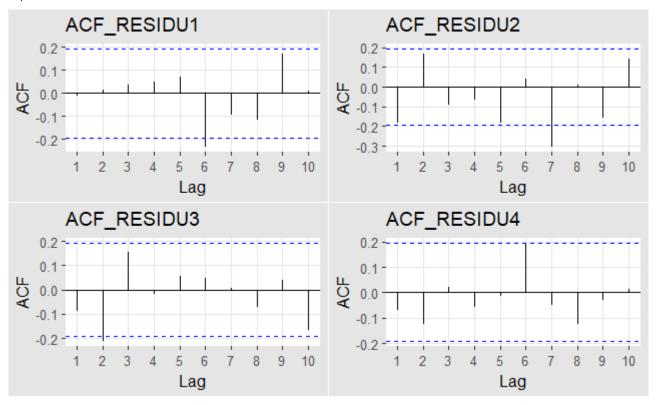
On voit que le coefficient à corrections d'erreur est négatif (-0.2666) et significativement différent de 0 est négatif, condition nécessaire pour que le modèle soit valide. On note aussi que les coefficient à court de toutes les variables explicatives sont statistiquement significatifs au moins à 5% et l'on pourrait soupçonner une causalité qui devra être vérifier. De plus l'on peut noter une significativité importante du coefficient de court terme de l'IPC.

3.3.2 Validation

En plus de la négativité du coefficient à correction d'erreur de l'IPI (-0.5296), vérifions d'abord que les résidus ne sont pas autocorrélés.

Autocorrélation des résidus

Traçons l'ACF des résidus.



On voit que les résidus semblent ne pas être corrélés. Vérifions cette non-autocorrélation avec le test de Portmenteau de Box-Pierce sur les résidus.

Les résultats sont consignés dans le tableau ci après.

Table 10 - Test de Portemanteau

Statistic	p-value
89.34822	0.086913087

Alnsi le test de Portemanteau nous rassure de la non autocrrélation des résidus issus de notre modèle à correction d'erreurs avec un p-value de 0.086.

Normalité des erreurs

Pour vérifier la normalité des erreurs issus de notre modèle nous pouvons utiliser les tests de normalité univariés sur chacune des séries de résidus. Ci dessous les résultats des tests de Jarque-Béra, du Skewness et du Kurtosis nous assurent de la normalité résidus du modèle.

TABLE 11 – Tests sur la normalité de résidus (multivarié)

Test	Chi-squared	p-value
JB(multivariate)	9.7933	0.2798
Skewness(multivariate)	1.8752	0.7587
Kurtosis(multivariate)	7.9181	0.09463

3.4. Interprétation des résultats

Les résultats, au niveau du vecteur α , montrent que le coefficient de correction d'erreur est négatif et statistiquement significatif au seuil de 1%, ce qui permet de valider l'utilisation du modèle à correction d'erreur. Ce coefficient représente la vitesse à laquelle le déséquilibre entre les niveaux désirés et effectifs de l'indice de la production industrielle est absorbé après la période qui suit un choc donné (force de rappel à l'état d'équilibre). Les estimations indiquent qu'il est égal à -0.2666, signifiant qu'un choc intervenu un mois sur l'IPI pourrait être résorbé à 26.66% dans le mois qui suit celui du choc.

Le coefficient associé à l'indice des prix à la consommation ressort négatif et significatif au seuil de 1% à court mais positif à long terme. L'impact de l'inflation à court terme est plus prononcé que celui de long terme . En effet, il est observé qu'une progression de prix de 1% réduit l'indice de la production industrielle de 4.1839% à court terme et l'augmente de 0.57% à long terme. Ce constat pourrait s'expliquer par le fait que la hausse des prix immédiate les conduiraient produire moins et à procéder au déstockage des biens produits et à réduire les facteurs de productions. Cependant à long terme la hausse des prix est un avantage dont dans le sens où une augmentation de leur production, pour en profiter et ce qui ce qui conduirait à une augmentation de leur chiffre d'affaire.

Il ressort des résultats qu'aussi les crédits à l'économie augmentent la production industrielle à court terme puisque le coefficient qui lui est associé est positif et significatif (0.6747) au seuil de 2%. A

court terme une augmentation d'un million sur les CE conduirait à une hausse de 0.67% de l'indice la production.

3.5. Étude de la causalité

Pour pouvoir se prononcer sur les résultats rendus par l'estimation avec le MCE nous entreprenons dans cette partie deux tests qui nous assure de l'explication mutuelle des variables :c'est à dire la causalité. Le test de Granger confirme le soupçon que nous avions sur la causalité qu'avait l'IPC sur l'IPI. Ci dessous on présente le résultats du test.

TABLE 12 - Test de Granger : IPC cause IPI?

Granger Test		
Statistique	10.321	
p-valeur	5.476e-05	
H_0	IPC do not Granger-cause IPI	

Aussi le même test nous dit que l'ICA ne cause pas l'IPI.On pouvait s'attendre à celà vu son coefficient non significatifs. Cependant le test de Wald rejette l'hypothèse qu'il n'y pas de causalité instantanée.

TABLE 13 - Test de Granger : ICA cause IPI?

Granger Test		
Statistique	0.42555	
p-valeur	0.654	
H_0	ICA do not Granger-cause IPI	

TABLE 14 – Test de causalité instantanée :Wald (ICA et IPI)

Wald type		
Statistique	8.0706	
p-valeur	0.004499	
H_0	No instantaneous causality between : ICA and IPI	

Aussi à travers le test de Granger on voit qu'il n'existe une relation de causalité allant des CE à l'IPI à un seuil de 5% (pvaleur = 0.09466, au sens de Granger). De même le test de Wald ne corrobore l'idée d'une non-causalité instantanée entre ces variables là.

 TABLE 15 – Test de Granger : CE cause IPI ?

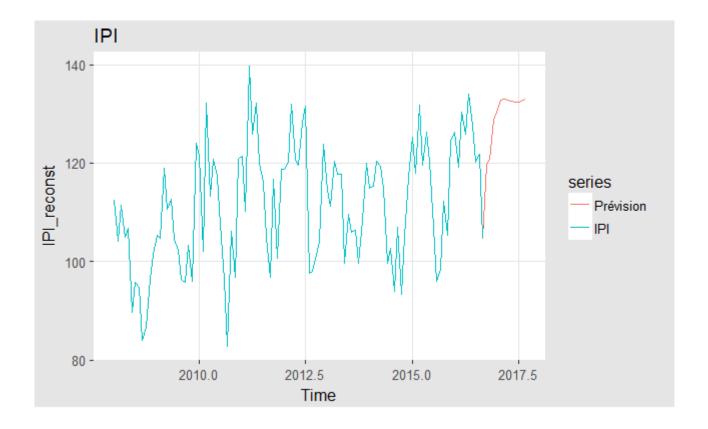
Granger Test		
Statistique	2.386	
p-valeur	0.09466	
H_0	CE do not Granger-cause IPI	

TABLE 16 – Test de causalité instantanée :Wald (CE et IPI)

Wald type		
Statistique	0.033722	
p-valeur	0.8543	
H_0	No instantaneous causality between : CE and IPI	

3.6. Prévision

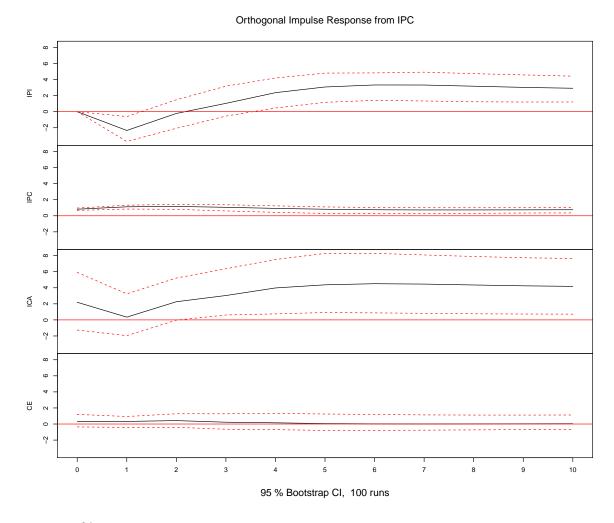
L'idée de la prévision en VECM consiste à transformer le modèle VECM en modèle VAR et pouvoir en déduire les relations pour la prévision. Nous obtenons le graphe de prévision suivant.



3.7. Réponses impulsionnelles et décomposition de la variance de l'erreur de prévision

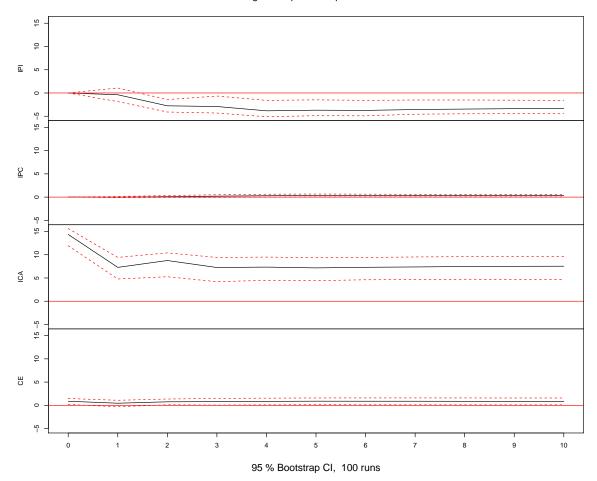
Réponses Impulsionnelles

Les fonctions de réponses impulsionnelles sont un dispositif descriptif représentant la réaction de chaque variable aux chocs dans les différentes équations du système. Nous présentons dans cette partie des graphiques traduisant l'effet d'un changement brusque de l'IPC, de l'ICA ou des CE sur l'indice de la production industrielle.

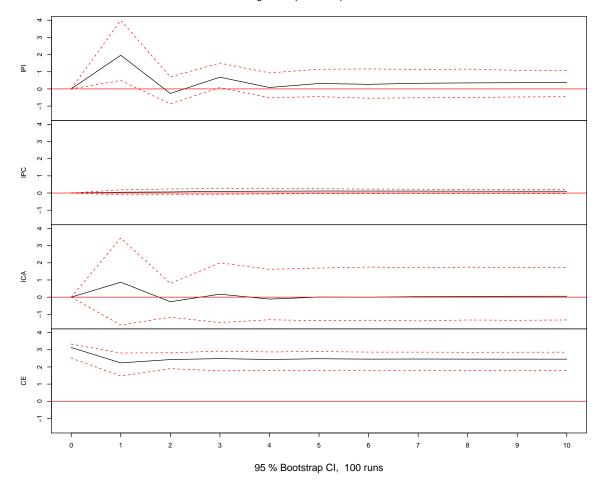


Un choc de 1% ou changement brusque de l'IPI entrainera la dimunition de l'indice de la production à court terme et son augmentation plus tard à long terme. Ce qui est en parfaite accord avec les signes des coefficient trouvés plus haut

Orthogonal Impulse Response from ICA



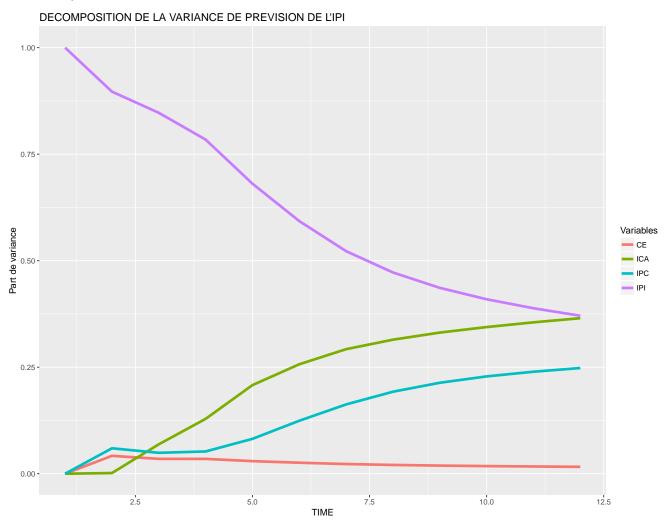
Orthogonal Impulse Response from CE



On remarque qu'un choc positif sur les crédits à l'économie augmentent la production industrielle au 1 premier mois(coefficeint de court-terme=0.67) (court terme) puis une baisse au $2^{\grave{e}me}$ pour se stabiliser à partir du $3^{\grave{e}me}$ mois.

Décomposition de la variance de prévision

La décomposition de la variance permet de déterminer dans quelle mesure la variabilité de la variable dépendante (IPI) est retardée par sa propre variance. La décomposition de la variance d'erreur de prévision montre en somme quelle part de l'incertitude future est due aux chocs futurs dans les autres variables système.



On remarque que l'impact de l'Indice du Chiffre d'Affaire ne sont importants à court terme, cependant ils le sont dans le long terme. Les chocs du changement de l'ICA expliquent moins de 5% de la variance des fluctuations futures l'IPI dans les 3 premiers mois, mais pour plus de 35% dans un an.

Il en est de même que pour l'Indice des Prix à la Consommation qui, un choc présent expliquerait, plus de 25% de la fluctuation de l'indice de la production dans le long terme.

Conclusion

En somme, dans le courant de cette analyse su l'évolution de la production industrielle au Sénégal nous avons préalablement modélisé l'indice de la production par une modélisation univariée qui a suivi l'itinéraire décrit par la méthode Box-Jenkins pour trouver le meilleur modèle qui colle à nos données. Le processus, au bout de cette estimation nous a conduit les pas vers un processus $SARIMA(0,1,1)(2,1,0)_{12}$. L'estimation du modèle nous a permis de vérifier la validité du modèle. Quant à la modélisation multivarié avec les variables telles l'Indice de la Prix à la Consommation, l'Indice du Chiffre d'Affaire et les Crédits à l'Économie. Les résultats ont montré que l'augmentation d'un million sur les CE conduirait à une hausse de 0.67% de l'IPI. Le coefficient associé à l'indice des prix à la consommation ressort négatif et significatif au seuil de 1% à court mais positif à long terme. Cela signifie que les tensions inflationnistes induisent un impact négatif et significatif sur la production industrielle à court terme. Le modèle à correction d'erreur révèle qu'une augmentation de 1% de l'inflation se traduit par une baisse de l'indice de la production industrielle de 4.18% à court terme et une hausse de 0.57% à long terme. Ainsi les résultats vont dans le sens du maintien de la stabilité des prix et d'une augmentation des crédits à l'économie. Ces résultats mettent en valeur le soucis de la BCEAO qui a pour objectif principal la stabilité des prix, stabilité indispensable au développement de l'activité de production au Sénégal. Les résultats des fonctions de réponses impulsionnelles ont corroboré les estimations obtenues par le modèle VECM.

Enfin , le Sénégal est sans nulle doute un pays caractérisé par la présence du secteur primaire comme partout ailleurs en Afrique. Il serait ainsi objectif de s'intéresser aussi à l'activité agricole.

Bibliographie

- [1] «ANALYSE DE LA FLUCTUATION DE L'INDICE DELA PRODUCTION INDUSTRIELLE : CAS DU CAMEROUN», NYAMSI NGANGA Guy Fernand, Mémoire de master, ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE POLYTECHNIQUE, 2013-2014
- [2] «ANALYSE SECTORIELLE DES MECANISMES DE TRANSMISSION DE LA POLITIQUE MO-NETAIRE DANS LES ETATS MEMBRES DE L'UEMOA : UNE APPROCHE PAR L'INDICE DE LA PRODUCTION INDUSTRIELLE», Djoulassi Kokou OLOUFADE, Document d'Etude et de Recherche, BCEAO, DER/14/05, mars 2015
- [3] «Indice de la production industrielle dernières recommandations internationales (2010), principaux changements et perspectives pour les Etats membres», Fréderic Roland NGAMPANA, AFRISTAT, 2010
- [4] «Une présentation simplifée de l'approche de Johansen :La cointégration dans un cadre multivarié», Gilbert Colletaz, 3 avril 2017
- [5] *«A Critical Note on the Forecast Error Variance Decomposition»*, Atılım Seymen, Centre for European Economic Research