Deep Learning - > Linear

- > ANN, DNN

HA SEUNG HYUN





Unsupervised

- Clustering & Dimensionality Reduction
 - o SVD
 - o PCA
 - K-means
- Association Analysis
 - Apriori
 - FP-Growth
- Hidden Markov Model

Supervised target

- Regression
 - o Linear
 - Polynomial
- Decision Trees
- Random Forests

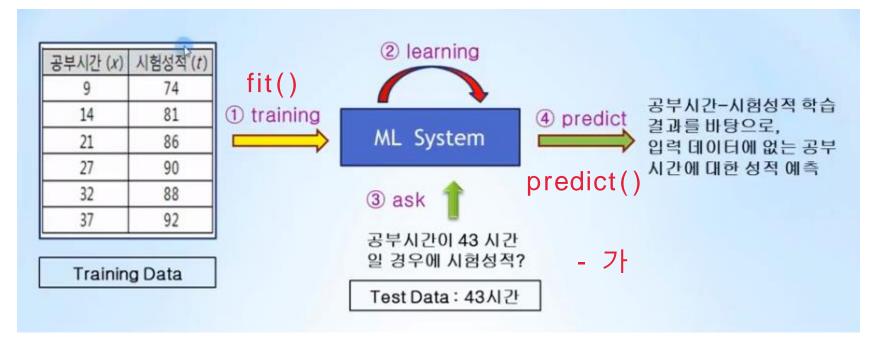
Boosting

- Classification
 - KNN
 - o Trees
 - Logistic Regression
 - Naive-Bayes
 - SVM

000

Linear Regression





label

1. , *>*

2.

지도학습(Supervised Learning)은 입력 값(x)과 정답(t, label)을 포함하는 Training Data를 이용하여 학습하고, 그 학습된 결과를 바탕으로 미지의 데이터(Test Data)에 대해 미래 값을 예측(predict) 하는 방법 \Rightarrow 대부분 머신러닝문제는 지도학습에 해당됨

[예1] 시험공부 시간(입력)과 Pass/Fail (정답)을 이용하여 당락 여부 예측

[예2] 집 평수(입력)와 가격 데이터(정답) 이용하여 임의의 평수 가격 예측

Logistic Regression





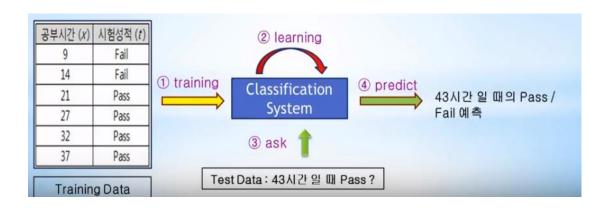




공부시간 (x)	시험성적 (t)	집평수 (x)	가격(t)
9	Fail	20	Low
14	Fail	25	Low
21	Pass	30	Medium
27	Pass	40	Medium
32	Pass	50	Medium
37	Pass	55	High

M.L.C B.C

공부시간 (x)	시험성적 (t)	② learning
9	74	
14	81	① training Pagrossian ④ predict
21	86	43시간일 때의 점수 예측
27	90	System
32	88	@ cale
37	92	3 ask



회귀분석에서는 Training Data에서 보여지듯 공부시간에 대한 값입력에 대해서 결과값인 시험성적이 연속적인 반면, Classification에서는 입력값은 회귀분석과 동일한 값이지만 결과를 이상적인 분류값으로 나태내주고 있다.





- Linear Regression
 - ▶ 독립변수와 종속변수의 관계를 분석함
 - ▶ 데이터의 분포경향을 학습하여 새로운 데이터가 들어왔을 때 결과값을 예측하는 것
 - ▶ 결과값이 연속적인 수로 나타난다
 - ▶ 독립변수 1개와 종속변수 1개
 - https://towardsdatascience.com/coding-deep-learning-for-beginners-linear-regression-gradient-descent-fcd5e0fc077d

000

Linear Regression



Linear Regression

학생들과 성적의 관계는 학생들마다 다양한 성적 분포를 가지는데, 여기에 어떤 연관이 있는지 알아내고 그 연관 관계를 이용해서 결국에는 특정학생의 성적을 예측할 수 있다.

학생들의 기말고사 성적은 []에 따라 다르다 []안에 시험성적을 좌우할 만한 요소들로 무엇이 있을까?

여기서 []안에 들어갈 내용을 '정보'라 한다. Feature -> 머신러닝과 딥러닝은 이 정보가 필요하다. 정보를 정확히 준비해 놓기만 하면 성적을 예측하는 방정식을 만들 수 있다. Target 이것을 수학적으로 정의하면, 성적을 변하게 하는 '정보' 요소를 X라 하고, 이 값에 따라 변하는 '성적'을 Y라 한다.

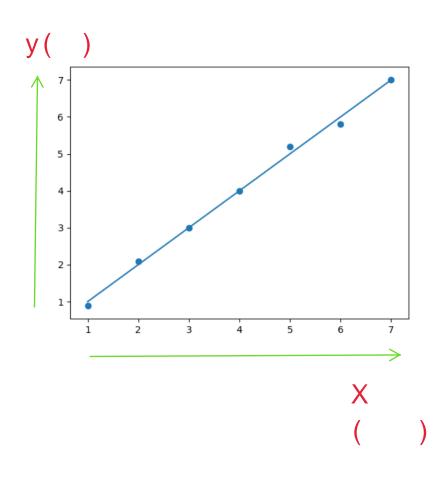
'X값이 변함에 따라 Y값도 변한다'는 정의 안에서 독립적으로 변할 수 있는 값 X를 독립변수라 한다. 또한, 이 독립 변수에 따라 종속적으로 변하는 Y를 종속변수라 한다.

선형회귀는 독립변수 X를 이용해서 종속변수 Y를 예측하고 설명하는 작업을 말한다.

000

Linear Regression





Linear Regression 은 Training Data를 나타내는 하나의 직선을 찾아내는 것이 핵심어느정도의 기울기를 나타내는 직선을 찾아내는가의 문제이다.

'데이터 들을 표현할 수 있는 직선이 존재한다 '라는 Hypothesis를 만들어 낼 수 있으며 공식은 다음과 같다.

$$y = wX + b$$

$$y = aX + b$$

좌표에서 직선은 W(Weight, 기울기)와 b(bias,절편)을 갖는 함수로 표현할 수 있다. 즉 학습 데이터를 잘 표현할 수 있는 W와 b를 잘 찾아내는 것이 학습의 목표이다.





(Linear) Hypothesis

$$H(x) = Wx + b = Wx$$

3

2

1

0

0

1

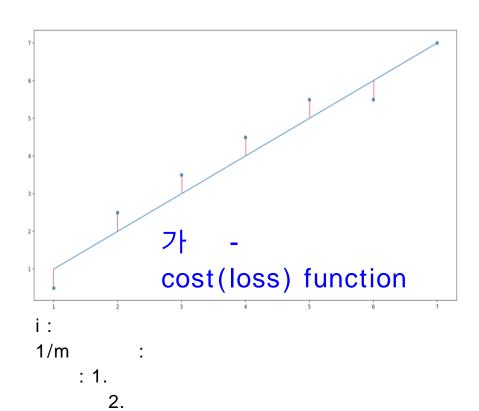
0

X

직선들의 모양은 W와 b에 따라서 달라진다. 서로 다른 직선들 중에서 우리의 데이터 셋을 가장 잘 표현한 선은 어떤 선일까?

Cost Function

그렇다면 직선이 학습 데이터를 잘 표현하고 있는지 어떤 방법으로 알 수 있을까?



직선이 예상한 값과 실제 데이터 값이 얼마나 차이가 있는지를 확인하면 된다. 그림에서 파란 직선 위 값들이 예상결과이고 파란색 점들이 실제 데 이터다. 직선 위 점과 실제 점 사이의 거리를 측정해서 거리 차가 좁을수록 정확도가 높아진다.

이 거리를 측정하는 것이 Cost(Loss) Function이다.

 $H(x) - y → 가설의 값과 실제 데이터 값 사이의 차가 손실. Loss 거리를 측정하는 것이기에 음수 값이 나오면 안됨. <math>(H(x) - y)_2 → 제곱을 함으로써 차이가 커지면 손실치를 더 부가$

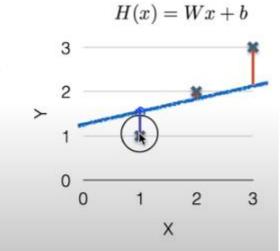
$$cost = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (H(x^{(i)}) - y^{(i)})^2$$



Cost Function

$$\frac{(H(x^{(1)}) - y^{(1)})^2 + (H(x^{(2)}) - y^{(2)})^2 + (H(x^{(3)}) - y^{(3)})^2}{3}$$

$$cost = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (H(x^{(i)}) - y^{(i)})^{2}$$







Cost Function

$$cost = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (H(x^{(i)}) - y^{(i)})^2$$

$$H(x) = \underline{Wx + b}$$

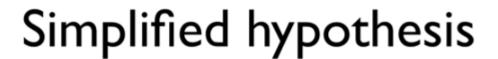
$$cost(\underline{W}, \underline{b}) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (H(x^{(i)}) - y^{(i)})^2$$

W : 가

b: bias

Cost Function은 실제적으로 W와 b에 대한 Function이다.
Linear Regression의 목적은 가장 생활 값을 가지는 W와 b를 구하는 것이며 이것이 Linear Regression 학습 목적이다.





$$H(x) = Wx$$

$$cost(W) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (Wx^{(i)} - y^{(i)})^2$$





What cost(W) looks like?

$$cost(W) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (Wx^{(i)} - y^{(i)})^2$$

X	Y
1	1
2	2
3	3



What cost(W) looks like?

$$cost(W) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (Wx^{(i)} - y^{(i)})^2$$

X	Υ
1	1
2	2
3	3

• W=I, cost(W)=0

$$\frac{1}{3}((1*1-1)^2 + (1*2-2)^2 + (1*3-3)^2)$$

• W=0, cost(W)=4.67

$$\frac{1}{3}((0*1-1)^2 + (0*2-2)^2 + (0*3-3)^2)$$

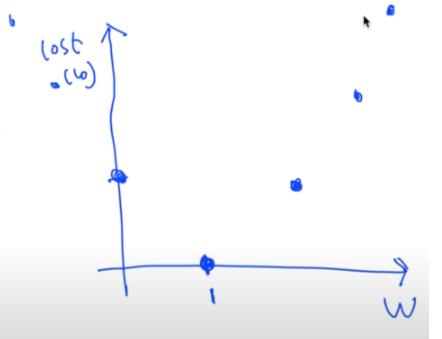
O O O Linea





What cost(W) looks like?

- W=1, cost(W)=0
- W=0, cost(W)=4.67
- W=2, cost(W)=4.67



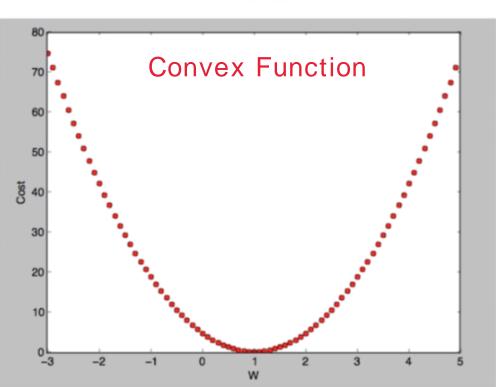






What cost(W) looks like?

$$cost(W) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (Wx^{(i)} - y^{(i)})^2$$



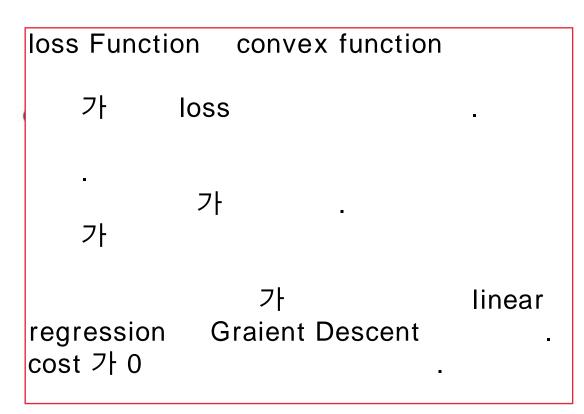
() cost 가 . 0 가

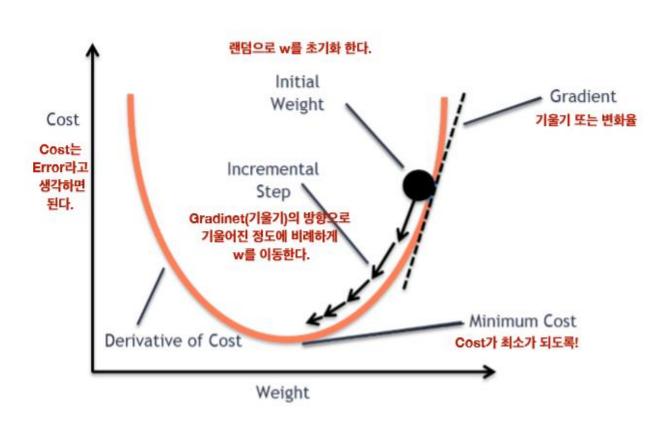




Gradient Descent

Gradient Descent는 학습 알고리즘 중 하나. 학습이라 하면 머신러닝 알고리즘의 결과가 좋아지도록 파라미터(parameter)를 조정하는 것. 가중치(weight), 편향(bias)이 파라미터에 포함된다.





000

Linear Regression



Hypothesis

$$H(x) = Wx + b$$

• Cost function
$$cost(W,b) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (H(x^{(i)}) - y^{(i)})^2$$

Gradient descent algorithm

$$W := W - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (Wx^{(i)} - y^{(i)})x^{(i)}$$





Gradient Descent

섭씨(Celcious)를 화씨(Farenhight)로 변환하는 간단한 문제에 Gradient Descent를 적용하며 알아보도록 한다. 단 온도 변환에 대한 아무런 사전 지식 없이, 인공지능 알고리즘이 스스로 변환 공식을 찾도록 유도한다.

섭씨-화씨 변환 공식

 $F(Farenhight) = C(Celcious) \times 1.8 + 32$

섭씨	화씨
20	68
22	71.6
14	57.2
36	96.8

공식을 바탕으로 데이터셋을 생성. (약 100여 개)





Gradient Descent

```
m = The number of data x^{(i)} = The feature of i'th data y^{(i)} = The label of i'th data w = The weight b = The bias
```

```
m = The number of data 데이터의 개수, 즉 데이터셋의 크기 x^{(i)} = The feature of i'th data 섭씨(celsius, C) i 번째 feature(x) y^{(i)} = The label of i'th data 화씨(fahrenheit, F) i 번째 label(y) w = The weight 가중치 b = The bias 편향
```





Gradient Descent

수식을 다루게 되므로 용어 표기(Notation)를 정리합니다. 우리는 Loss Function과 Cost Function을 정의함으로써 주어진 문제를 잘 맞췄는지 판단할 수 있다.

$$m$$
 = The number of data 데이터의 개수, 즉 데이터셋의 크기 $x^{(i)}$ = The feature of i'th data 섭씨(celsius, C) i 번째 feature(x) $y^{(i)}$ = The label of i'th data 화씨(fahrenheit, F) i 번째 label(y) w = The weight 가중치 b = The bias 편향

Hypothesis Function y와 x의 관계를 추정하는 함수

$$h(x) = wx + b$$

섭씨-화씨 변환 공식

$$F(Farenhight) = C(Celcious) \times 1.8 + 32$$

Loss Function 데이터 한 개의 Error

$$L(y,h(x)) = \frac{1}{2} \left(h(x) - y \right)^2$$

Cost Function 모든 Loss의 평균

$$J(w,b) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} L(y^{(i)}, h(x^{(i)}))$$



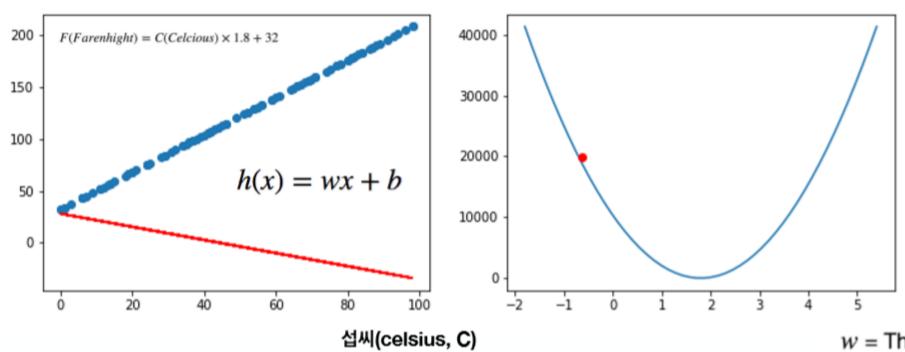


Gradient Descent

Cost Function를 타고 내려가다보면 결국에는 최적의 w를 찾을 수 있다

Cost Function

$$J(w,b) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} L(y^{(i)}, h(x^{(i)}))$$



$$w =$$
The weight



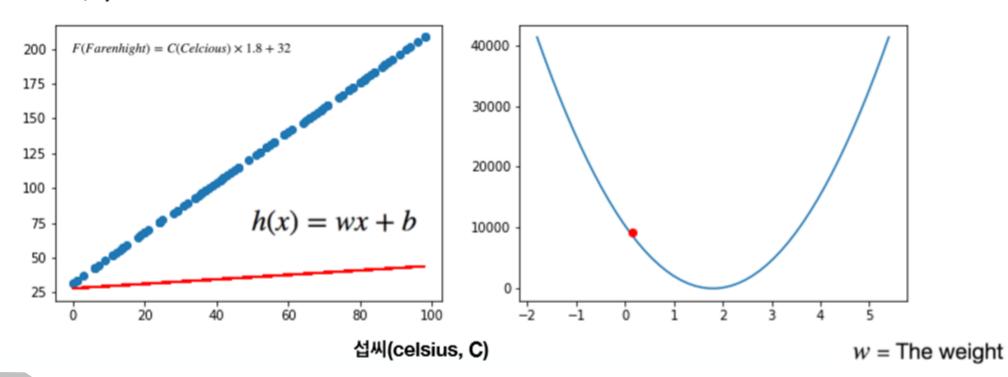


Gradient Descent

Cost Function를 타고 내려가다보면 결국에는 최적의 w를 찾을 수 있다

Cost Function

$$J(w,b) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} L(y^{(i)}, h(x^{(i)}))$$



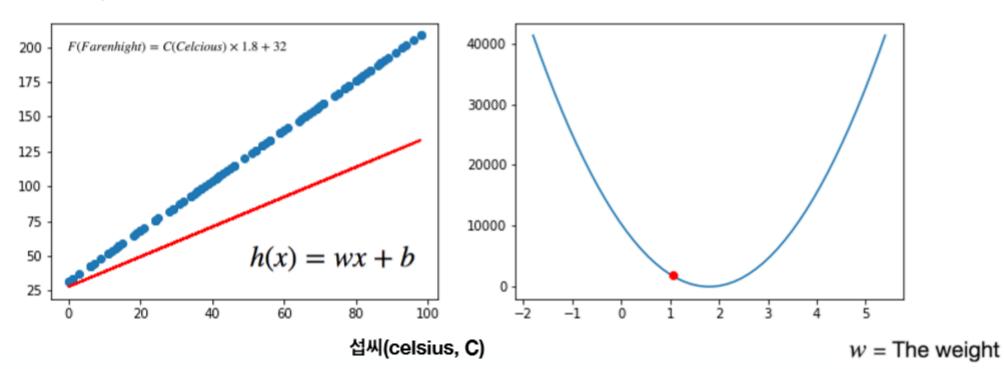




Gradient Descent

Cost Function를 타고 내려가다보면 결국에는 최적의 w를 찾을 수 있다

Cost Function $J(w,b) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} L(y^{(i)}, h(x^{(i)}))$





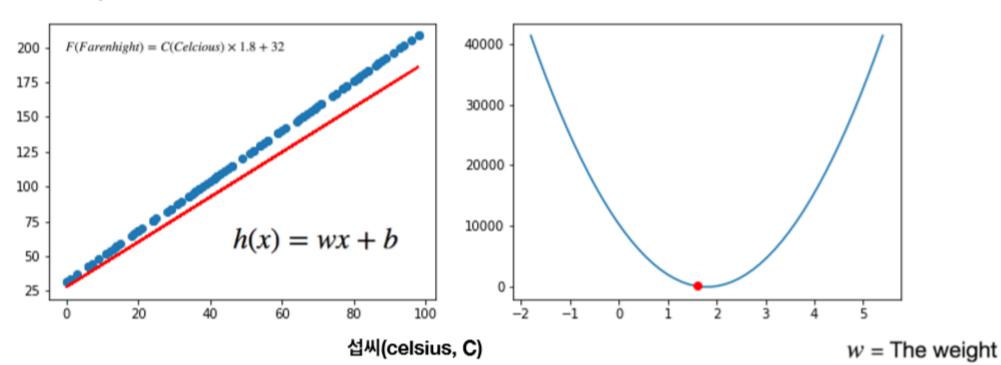


Gradient Descent

Cost Function를 타고 내려가다보면 결국에는 최적의 w를 찾을 수 있다

Cost Function

$$J(w,b) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} L(y^{(i)}, h(x^{(i)}))$$







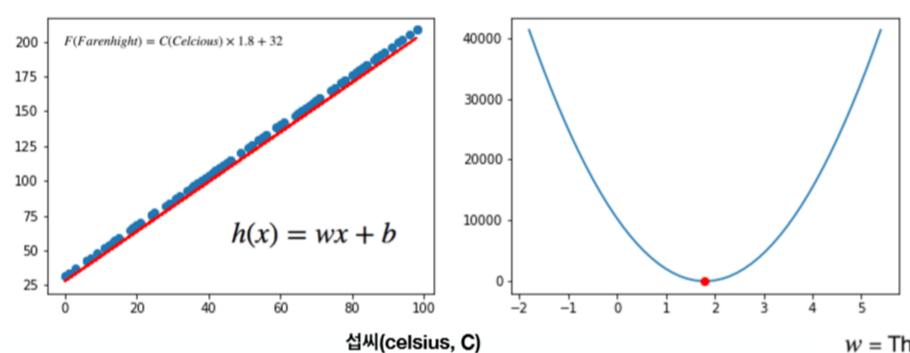
Gradient Descent

Cost Function를 타고 내려가다보면 결국에는 최적의 w를 찾을 수 있다

Cost Function

$$J(w,b) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} L(y^{(i)}, h(x^{(i)}))$$

화씨(fahrenheit, F)



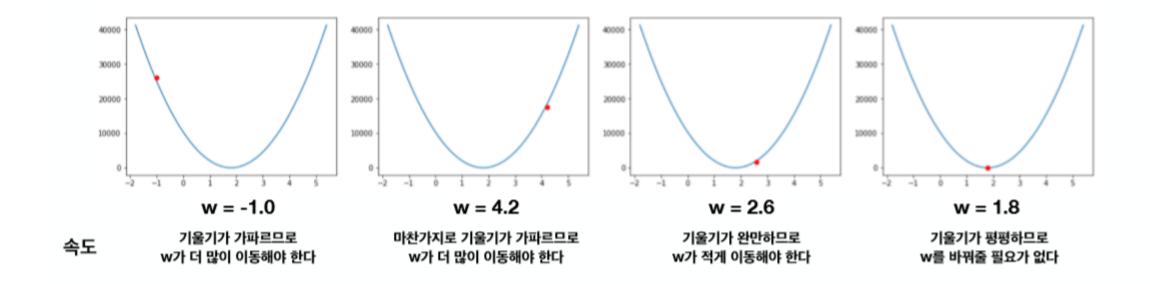
w =The weight





Gradient Descent

여기서 중요한 건 Cost Function의 기울기이다 이를 구하기 위해서는 Cost Function을 미분할 수 있어야한다

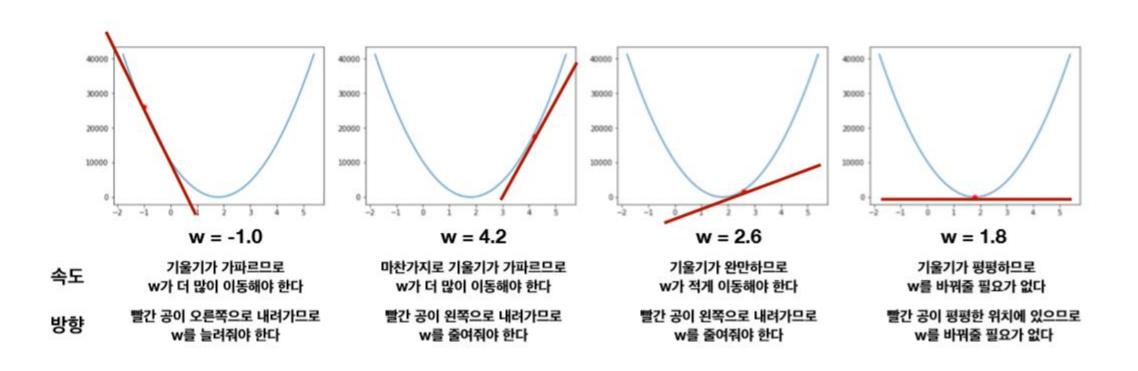






Gradient Descent

여기서 중요한 건 Cost Function의 기울기이다 이를 구하기 위해서는 Cost Function을 미분할 수 있어야한다



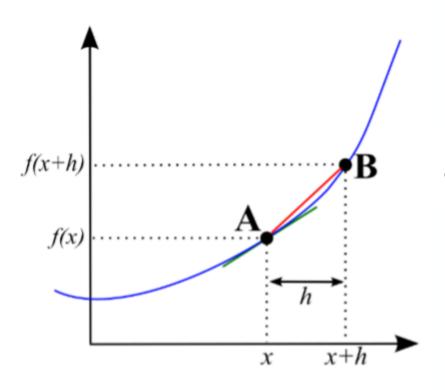
000

Linear Regression



Gradient Descent

미분(Differential)이란 순간 변화율(또는 순간 기울기)을 뜻합니다. 순간 변화율은 x의 변화량이 아주 작을 때(0에 극한으로 가까워 질 때)의 평균 변화율을 의미합니다. 또는 접선의 기울기를 의미합니다.



$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} f(x)$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{(x+h) - x} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$



Gradient Descent

기본적인 미분 공식을 알아봅니다.

(1)
$$f(x) = C \rightarrow f'(x) = 0$$

$$f(x) = 1 \rightarrow f'(x) = 0$$

(2)
$$f(x) = x^n \rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$$

$$f(x) = x^2 \rightarrow f'(x) = 2x$$

(3)
$$f(x) = nx^m \rightarrow f'(x) = nmx^{m-1}$$

$$f(x) = 3x^{100} \rightarrow f'(x) = 300x^{99}$$





Gradient Descent

기본적인 미분 공식을 알아봅니다.

(1)
$$f(x) = C \rightarrow f'(x) = 0$$
$$f(x) = 1 \rightarrow f'(x) = 0$$

(2)
$$f(x) = x^n \to f'(x) = nx^{n-1}$$

 $f(x) = x^2 \to f'(x) = 2x$

(3)
$$f(x) = nx^m \rightarrow f'(x) = nmx^{m-1}$$

 $f(x) = 3x^{100} \rightarrow f'(x) = 300x^{99}$

(4)
$$\frac{d}{dx}(f(x) \pm g(x)) = \frac{d}{dx}f(x) \pm \frac{d}{dx}g(x) = f'(x) \pm g'(x)$$

$$f(x) = 3x^{100}, g(x) = -5x$$
$$\frac{d}{dx}(f(x) + g(x)) = 300x^{99} - 5$$







Gradient Descent

두 개 이상의 함수로 구성된 합성함수에 대한 미분 공식을 연쇄 법칙(Chain Rule)이라고 합니다. 합성함수는 여러 개의 함수를 합성하는 것을 의미합니다.

$$f \circ g = (f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$f(x) = x^3, \ g(x) = 2x + 1$$

$$\to (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x + 1) = (2x + 1)^3$$





Gradient Descent

두 개 이상의 함수로 구성된 합성함수에 대한 미분 공식을 연쇄 법칙(Chain Rule)이라고 합니다. 합성함수의 미분은 각 함수 미분의 곱으로 이루어 진다는 특징이 있습니다. 함성함수 미분은 아래와 같습니다.

$$(f \circ g)' = (f' \circ g) \cdot g' = f'(g(x))g'(x)$$

$$f(x) = x^3$$
, $g(x) = 2x + 1$





Gradient Descent

편미분(Partial Derivative)은 미분하는 변수를 제외한 나머지 변수를 상수로 취급하여 미분하는 것입니다.

$$f', \frac{dy}{dx} \rightarrow f'_x, f'_y, \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$$

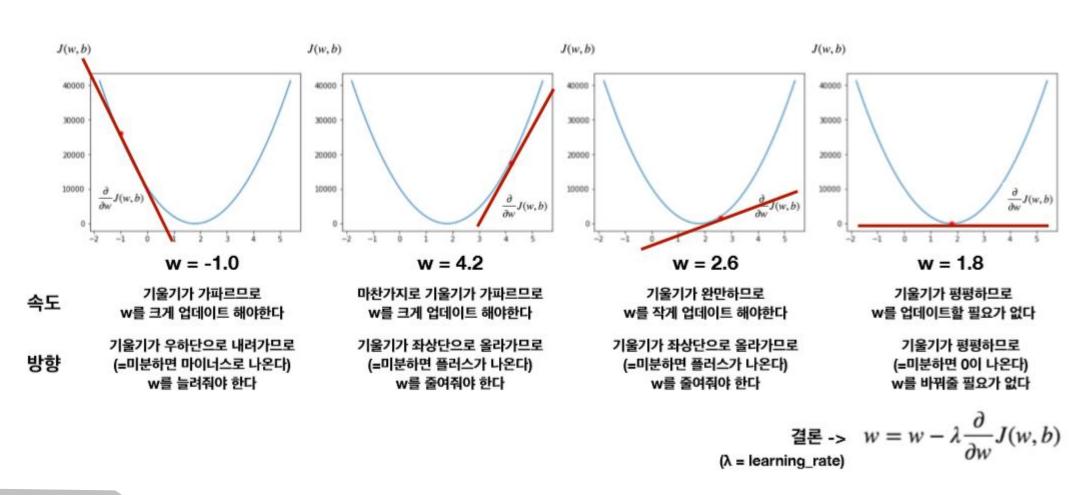
$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x - y$$
$$\frac{\partial f}{\partial y} = -x + 2y$$





1) Cost Function을 파라미터(w, b)로 편미분하여 Gradient를 구하고, 2) 파라미터를 업데이트 한다. 4) 1~2번을 반복하면 언젠가는 Loss Function이 0에 근접해지면서 적합한 weight를 찾을 수 있다









$$L(y,h(x)) = \frac{1}{2} \left(h(x) - y \right)^2$$

$$\frac{\partial}{\partial w} L(y, h(x)) = ?$$

$$= \frac{\partial}{\partial w} \left(\frac{1}{2} \left(h(x) - y \right)^2 \right)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial w} \left(h(x) - y \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} 2(h(x) - y) \frac{\partial}{\partial w} \left(h(x) - y \right)$$

일단 합성함수의 바깥 부분을 먼저 편미분해준다. 편미분 후에 나오는 2를 통해 1/2를 없앨 수 있다.

이후에는 간단한 미분 공식과 합성함수의 미분(chain rule)을 이용하면 간단하다

합성함수의 미분(chain rule)

$$y = f(g(x))$$
 일때

$$y' = f'(g(x))g'(x)$$

참고자료 https://goo.gl/P7kFWW

그러므로

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = (h(x) - y)$$
 라고 가정하면

$$(f \circ g)(x) = (h(x) - y)^2$$

합성 함수 미분을 사용할 수 있다.

000

Linear Regression





$$L(y,h(x)) = \frac{1}{2} \left(h(x) - y\right)^2$$

$$\frac{\partial}{\partial w} L(y, h(x)) = ?$$

$$= \frac{\partial}{\partial w} \left(\frac{1}{2} \left(h(x) - y \right)^2 \right)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial w} \left(h(x) - y \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} 2(h(x) - y) \frac{\partial}{\partial w} \left(h(x) - y \right)$$

$$= (h(x) - y) \frac{\partial}{\partial w} \left(h(x) - y \right)$$

$$= (h(x) - y) \frac{\partial}{\partial w} \left(wx + b - y \right)$$

이후에는 간단한 미분 공식과 합성함수의 미분(chain rule)을 이용하면 간단하다

합성함수의 미분(chain rule)

$$y = f(g(x))$$
 일때

$$y' = f'(g(x))g'(x)$$

참고자료 https://goo.gl/P7kFWW

그러므로

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = (h(x) - y)$$
 라고 가정하면

$$(f \circ g)(x) = (h(x) - y)^2$$

합성 함수 미분을 사용할 수 있다.

편미분은 자기 자신을 제외한 나머지는 상수로 가정한다.

그러므로 w를 제외한 나머지는 상수이며, wx + b - y를 w로 편미분하면 x만 남는다.

000

Linear Regression







$$L(y,h(x)) = \frac{1}{2} \left(h(x) - y \right)^2$$

$$\frac{\partial}{\partial w} L(y, h(x)) = ?$$

$$= \frac{\partial}{\partial w} \left(\frac{1}{2} \left(h(x) - y \right)^2 \right)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial w} \left(h(x) - y \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} 2(h(x) - y) \frac{\partial}{\partial w} \left(h(x) - y \right)$$

$$= (h(x) - y) \frac{\partial}{\partial w} \left(h(x) - y \right)$$

$$= (h(x) - y) \frac{\partial}{\partial w} \left(wx + b - y \right)$$

$$= (h(x) - y)x$$

이후에는 간단한 미분 공식과 합성함수의 미분(chain rule)을 이용하면 간단하다

결론

$$\frac{\partial}{\partial w}L(y,h(x)) = (h(x) - y)x$$

$$\frac{\partial}{\partial w}J(w,b) = \frac{\partial}{\partial w} \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} L(y^{(i)}, h(x^{(i)})) \right)$$
$$= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial}{\partial w} L(y^{(i)}, h(x^{(i)}))$$
$$= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (h(x^{(i)}) - y^{(i)})x^{(i)}$$

$$\frac{\partial}{\partial b}J(w,b) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(h(x^{(i)}) - y^{(i)})$$













```
num_epoch = 100000
learning_rate = 0.0003

w = np.random.uniform(low=-1.0, high=1.0)
b = np.random.uniform(low=-1.0, high=1.0)

for epoch in range(num_epoch):

    y_predict = w * X + b

    w = w - learning_rate * ((y_predict - y) * X).mean()
    b = b - learning_rate * (y_predict - y).mean()
```





```
num_epoch = 100000
learning_rate = 0.0003
w = np.random.uniform(low=-1.0, high=1.0)
b = np.random.uniform(low=-1.0, high=1.0)
for epoch in range(num_epoch):
    y_predict = w * X + b
    w = w - learning_rate * ((y predict - y) * X).mean()
    b = b - learning_rate * (y_predict - y).mean()
                                                         \frac{\partial}{\partial b}J(w,b) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(h(x^{(i)}) - y^{(i)})
```





```
num_epoch = 100000
learning_rate = 0.0003

w = np.random.uniform(low=-1.0, high=1.0)
b = np.random.uniform(low=-1.0, high=1.0)

for epoch in range(num_epoch):
    y_predict = w * X + b

w = w - learning_rate * ((y_predict - y) * X).mean()
b = b - learning_rate * (y_predict - y).mean()
```

$$w = w - \lambda \frac{\partial}{\partial w} J(w, b)$$

Airbnb 집 값 예측하기



지도학습 – Airbnb 집값 예측하기

a	ir	b	n	b.	CS	V
u	•			•		_

1	crim	dust	reservation	distance	like	review	price
2	0.00632	0.538	6.575	4.09	396.9	30.02	43200
3	0.02731	0.469	6.421	4.9671	396.9	25.86	38880
4	0.02729	0.469	7.185	4.9671	392.83	30.97	62460
5	0.03237	0.458	6.998	6.0622	394.63	32.06	60120
6	0.06905	0.458	7.147	6.0622	396.9	29.67	65160
7	0.02985	0.458	6.43	6.0622	394.12	29.79	51660
8	0.08829	0.524	6.012	5.5605	395.6	22.57	41220
9	0.14455	0.524	6.172	5.9505	396.9	15.85	48780
10	0.21124	0.524	5.631	6.0821	386.63	5.07	29700
11	0.17004	0.524	6.004	6.5921	386.71	17.9	34020
12	0.22489	0.524	6.377	6.3467	392.52	14.55	27000
13	0.11747	0.524	6.009	6.2267	396.9	21.73	34020
14	0.09378	0.524	5.889	5.4509	390.5	19.29	39060
15	0.62976	0.538	5.949	4.7075	396.9	26.74	36720
16	0.63796	0.538	6.096	4.4619	380.02	24.74	32760
17	0.62739	0.538	5.834	4.4986	395.62	26.53	35820
18	1.05393	0.538	5.935	4.4986	386.85	28.42	41580
19	0.7842	0.538	5.99	4.2579	386.75	20.33	31500
20	0.80271	0.538	5.456	3.7965	288.99	23.31	36360
							_

000

날씨를 알려주는 인공지능을 만든다고 가정하자



구름, 비, 맑음

= Classification (분류)

Label >

기온, 습도

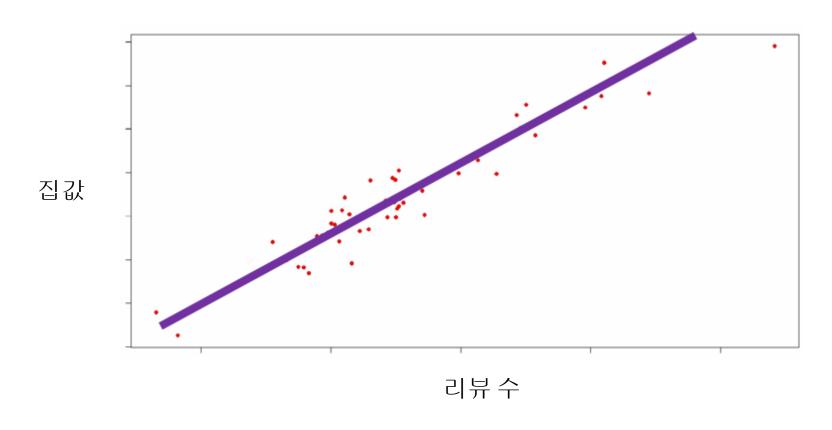
= Regression (회귀)



지도학습 - Airbnb 집값 예측하기

000

Regression 모델

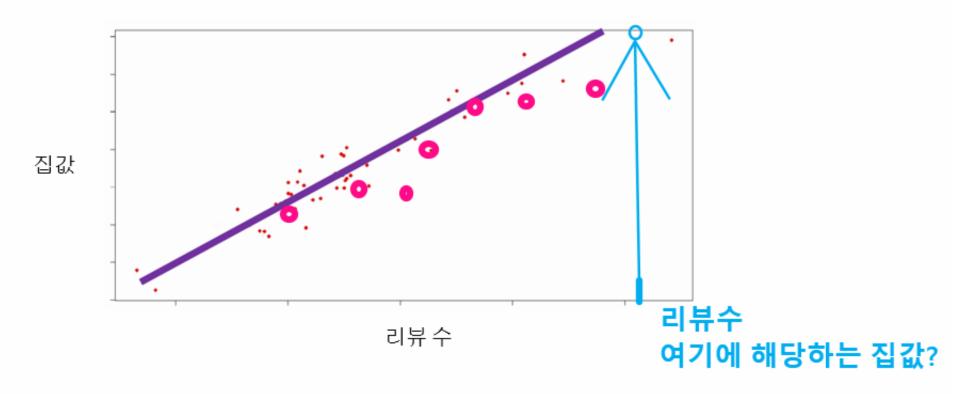




지도학습 - Airbnb 집값 예측하기

000







지도학습 - Workshop 실습하기



