
IT- UND MEDIENFORENSIK

Benford Verteilung

Autoren:

Sebastian Fabig	20120053	sebastian.fabig@th-brandenburg.de
Linda Badinski	20202527	linda.badinski@th-brandenburg.de
Romeo Landry Kamgo Chetchom	20201868	kamgoche@th-brandenburg.de

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung - Benfordsches Gesetz	1
2. Prototypische Umsetzung	3
2.1. Benford Analyse	3
2.2. Konverter	4
2.3. Benutzeroberfläche	5
3. Testreihen	7
3.1. Geschäftsberichtsanalyse	7
3.2. Paperanalyse	8
3.3. FRT-Daten-Analyse	9
4. Zusammenfassung	10
Anhang	11
1. Geschäftsberichte	11
1.1. Ausgewählte Geschäftsberichte	11
1.2. Auswertungen der Geschäftsberichte	11
2. Paper	17
2.1. Ausgewählte Paper	17
2.2. Auswertungen der Papers	18
3. FRT-Daten	23
3.1. Originale	23
3.2. Fälschung	25
Quellenverzeichnis	28
Onlineartikel	28
Internetquellen	29
Bildquellen	29
Abbildungsverzeichnis	30
Tabellenverzeichnis	31

1. Einleitung - Benfordsches Gesetz

Beim Aufspüren von Steuersündern bedient sich die Bundessteuerbehörde der Vereinigten Staaten seit Ende der 90er Jahre eines „kuriose[n] Gesetz[es] der Wahrscheinlichkeitstheorie“ [HAU1, KOV15]. Anders als intuitiv anzunehmen wäre, folgt die Verteilung der ersten Ziffern von Zahlen aus empirischen Datensätzen nicht einer Gleichverteilung, sondern der sogenannten Benford-Verteilung. Dabei ist das Auftreten der 1 wahrscheinlicher als das der 2, das Auftreten der 2 wahrscheinlicher als das der 3 und so weiter, wie in der nachfolgenden Abbildung dargestellt wird.

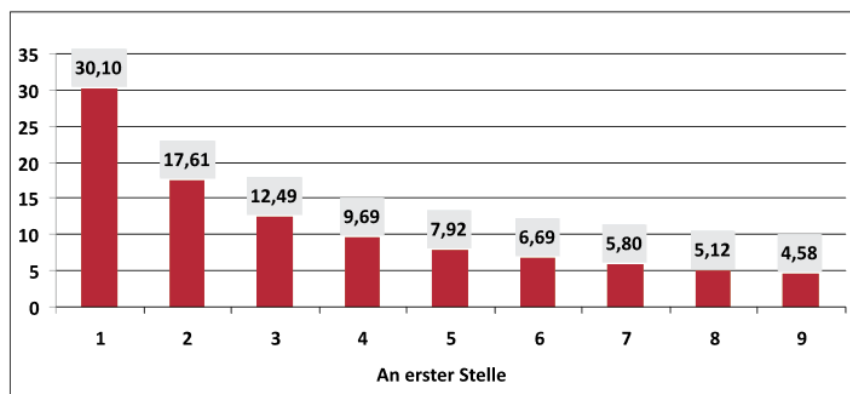


Abbildung 1 - Benford-Verteilung¹

Die ersten Spuren dieses Gesetzes entdeckte der kanadische Astronom und Mathematiker Simon Newcomb, während seiner Arbeit mit Logarithmentafeln. Ihm fiel auf, dass die vorderen Seiten, die die Zahlen beginnend mit der Ziffer 1 beinhalten, wesentlich abgegriffener waren als die Hinteren (Vgl. *Abbildung 2*). Er folgerte, dass eben jene Zahlen häufiger auftreten mussten als ihre größeren Vettern[KAB14]. Seine Formel, die er zusammen mit einem kurzen Text im „American Journal of Mathematics“ veröffentlichte, blieb jedoch weitestgehend unbeachtet.

¹http://www.ghs-info.de/shop.hjr-verlag.de/archivedocs/S_Kriminalistik/img/0000508449.pdf, Seite 249, Zugriff: 10.01.2018



Abbildung 2 - Abgegriffene Logarithmentafel²

Erst unter dem amerikanischen Elektroingenieur und Physiker Frank Benford gewann das seltsame Phänomen an Popularität. Im Gegensatz zu seinem Vorgänger veröffentlichte er seine Ergebnisse im Jahr 1938 mit über 20.000 Datensätzen, die alle der Verteilung folgten. Darunter befanden sich unter anderem die Entwässerungsgebiete von Flüssen, die Einwohnerzahlen amerikanischer Ortschaften, physikalische Konstanten, aber auch die Ergebnisse der American Football League, wie in der nachfolgenden Abbildung dargestellt ist [HUN1].

Group	Title	First Digit									Count
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
A	Rivers, Area	31.0	16.4	10.7	11.3	7.2	8.6	5.5	4.2	5.1	335
B	Population	33.9	20.4	14.2	8.1	7.2	6.2	4.1	3.7	2.2	3259
C	Constants	41.3	14.4	4.8	8.6	10.6	5.8	1.0	2.9	10.6	104
D	Newspapers	30.0	18.0	12.0	10.0	8.0	6.0	6.0	5.0	5.0	100
E	Spec. Heat	24.0	18.4	16.2	14.6	10.6	4.1	3.2	4.8	4.1	1389
F	Pressure	29.6	18.3	12.8	9.8	8.3	6.4	5.7	4.4	4.7	703
G	H.P. Lost	30.0	18.4	11.9	10.8	8.1	7.0	5.1	5.1	3.6	690
H	Mol. Wgt.	26.7	25.2	15.4	10.8	6.7	5.1	4.1	2.8	3.2	1800
I	Drainage	27.1	23.9	13.8	12.6	8.2	5.0	5.0	2.5	1.9	159
J	Atomic Wgt.	47.2	18.7	5.5	4.4	6.6	4.4	3.3	4.4	5.5	91
K	n^{-1}, \sqrt{n}, \dots	25.7	20.3	9.7	6.8	6.6	6.8	7.2	8.0	8.9	5000
L	Design	26.8	14.8	14.3	7.5	8.3	8.4	7.0	7.3	5.6	560
M	Digest	33.4	18.5	12.4	7.5	7.1	6.5	5.5	4.9	4.2	308
N	Cost Data	32.4	18.8	10.1	10.1	9.8	5.5	4.7	5.5	3.1	741
O	X-Ray Volts	27.9	17.5	14.4	9.0	8.1	7.4	5.1	5.8	4.8	707
P	Am. League	32.7	17.6	12.6	9.8	7.4	6.4	4.9	5.6	3.0	1458
Q	Black Body	31.0	17.3	14.1	8.7	6.6	7.0	5.2	4.7	5.4	1165
R	Addresses	28.9	19.2	12.6	8.8	8.5	6.4	5.6	5.0	5.0	342
S	$n^1, n^2, \dots, n!$	25.3	16.0	12.0	10.0	8.5	8.8	6.8	7.1	5.5	900
T	Death Rate	27.0	18.6	15.7	9.4	6.7	6.5	7.2	4.8	4.1	418
Average		30.6	18.5	12.4	9.4	8.0	6.4	5.1	4.9	4.7	1011
Probable Error		± 0.8	± 0.4	± 0.4	± 0.3	± 0.2	± 0.2	± 0.2	± 0.2	± 0.3	—

Abbildung 3 - Benford's Daten³

²[https://www.ethz.ch/content/dam/ethz/special-interest/dual/educeth-dam/documents/Unterrichtsmaterialien/mathematik/Benfords%20Gesetz%20%C3%BCber%20f%C3%BChrende%20Ziffern%20\(Artikel\)/benford.pdf](https://www.ethz.ch/content/dam/ethz/special-interest/dual/educeth-dam/documents/Unterrichtsmaterialien/mathematik/Benfords%20Gesetz%20%C3%BCber%20f%C3%BChrende%20Ziffern%20(Artikel)/benford.pdf), Seite 2, Zugriff: 10.01.2018

³[https://www.ethz.ch/content/dam/ethz/special-interest/dual/educeth-dam/documents/Unterrichtsmaterialien/mathematik/Benfords%20Gesetz%20%C3%BCber%20f%C3%BChrende%20Ziffern%20\(Artikel\)/benford.pdf](https://www.ethz.ch/content/dam/ethz/special-interest/dual/educeth-dam/documents/Unterrichtsmaterialien/mathematik/Benfords%20Gesetz%20%C3%BCber%20f%C3%BChrende%20Ziffern%20(Artikel)/benford.pdf), Seite 8, Zugriff: 10.01.2018

Wann genau ein Datensatz dem Benfordschen Gesetz unterliegt, kann jedoch noch nicht mit einem allgemeingültigen Kriterium festgestellt werden. So sind beispielsweise zufällig generierte Zahlen, aber auch die Lottozahlen nicht vom Gesetz betroffen [BEC07]. Nichtsdestotrotz gewinnt die Benford-Verteilung auch in der Praxis immer mehr an Bedeutung. Auf EU-Ebene wurden im Jahr 2009 alle Mitgliedsstaaten bezüglich ihrer veröffentlichten makroökonomischen Daten untersucht. Das Ergebnis zeigte, dass Griechenland von allen Parteien die größten Abweichungen in seinen Daten aufwies [GOL11]. Aber auch innerhalb eines Staates findet die Benford-Verteilung neben der Aufdeckung von Steuermanipulationen Anwendung. So wurde 2009 bei der Auswertung der Einzelergebnisse von 366 iranischen Wahlkreisen festgestellt, dass ausgerechnet beim Wahlsieger Mahmud Ahmadinedschad auffällige Abweichungen vorhanden waren [DAM09].

Es sei an dieser Stelle jedoch vermerkt, dass eine nicht vorhandene Übereinstimmung mit dem Benfordschen Gesetz nicht als Beweis für eine Manipulation gewertet werden darf. Vielmehr sollte es als Hinweis aufgefasst werden, der weiterer Nachforschungen bedarf, da auch der Zufall für eine Abweichung verantwortlich sein kann.

2. Prototypische Umsetzung

Innerhalb dieser Projektarbeit wurde ein Prototyp zur Untersuchung der Gültigkeit des Benfordschen Gesetzes für PDF-Dokumente, Bilder und CSV-Dateien erstellt. Um die Medien untersuchen zu können, waren zunächst Konverter notwendig, die die entsprechenden Dateien in ihre respektiven Zahlenfolgen transformieren konnten. Zur Auswertung der Analyse wird ein Diagramm verwendet, in dem die ermittelte Werte, die Benford- und Gleichverteilung, sowie auch die zugehörige Regressionsgerade dargestellt werden.

2.1. Benford Analyse

Die Klasse *Benford_Analyzer* stellt das Kernstück des Prototyps dar und beinhaltet alle Methoden, die für die Berechnung und die Auswertung einer Zahlenfolge notwendig sind.

Die Analyse selbst erfolgt in der Funktion *analyze_digits()*, die einen Stringvektor erwartet, der mit den zu untersuchenden positiven Zahlen gefüllt ist. Als erstes werden dabei sämtliche Vorkommen der Anfangsziffern 1 bis 9 gezählt und anschließend bezüglich ihres prozentualen Anteils ausgewertet. Im nächsten Schritt wird die entsprechende Regressionsgerade instanziiert und als Klassenvariable gespeichert, wobei die *Einflussgröße* x die Ziffern 1 bis 9

und die *Zielgröße* y den zugehörigen Häufigkeiten entsprechen. Die Gerade definiert sich durch ihre zwei Variablen $w1$ und $w0$, die ihren Anstieg und den Schnittpunkt mit der y -Achse darstellen. Abschließend wird der mittlere quadratische Fehler zu eben jener Regressionsgerade, sowie auch zur Benford- und Gleichverteilung berechnet und ebenfalls in Klassenvariablen gesichert. Als Rückgabeparameter liefert die Funktion einen Doublevektor der Häufigkeiten der Anfangsziffern, der für die spätere Auswertung notwendig ist.

Die Auswertung der Benfordanalyse wird in der *showBarChart()* Funktion mit Hilfe der *JFreeChart* Bibliothek durchgeführt. Dabei wird zuerst ein Fenster erzeugt in dem das Diagramm später dargestellt werden kann. Die Ist-Werte, sowie die Benford-Verteilung werden in einem Balkendiagramm abgebildet. Dazu müssen diese zunächst in ein anzulegendes *CategorySet* gespeichert werden. Zusätzlich wird die x-Achsenbeschriftung 1 bis 9 hinterlegt. Die Anzeige von Gleichverteilung und Regressionsgerade erfolgt in einem Liniendiagramm. Da die Achsenbeschriftung bereits erfolgt ist, werden hier nur *DefaultCategorySets* verwendet. Anschließend werden die *DataSets* mit einem *Plot* und dem entsprechenden Linien- oder Balkenrenderer in das Diagramm eingefügt. Die zuvor berechneten Fehler werden hier als Untertitel angezeigt, um dem Nutzer neben der visuellen Ausgabe sofort vermitteln zu können, ob eine Benford-Verteilung vorliegt oder nicht.

2.2.Konverter

In der zuvor erläuterten Analyse können Bild-, PDF- oder CSV-Dateien aufgrund ihres unterschiedlichen Aufbaus und ihrer Komplexität nicht einfach ausgewertet werden. Stattdessen ist es notwendig zuvor ihre respektiven Zahlenfolgen mit Hilfe eines Konverters zu extrahieren. Als Grundlage dafür dient die abstrakte Klasse *AbstractFileReader*, die neben ihrem Konstruktor über den Dateipfad als Klassenvariable *pathToFile* und die abstrakte Methode *read()* verfügt, in der die Zahlenextraktion zu implementieren ist. Innerhalb dieser Arbeit wurden drei Varianten des Konverters entwickelt, um unterschiedliche Dateiformate analysieren zu können. Der *CsvReader* erhält im Konstruktor eine zusätzliche Information über das Trennzeichen, um flexibel eingesetzt werden zu können. Bei der Dateiauswertung werden die Daten zunächst zeilenweise übertragen, bevor alle Nicht-Zahlen entfernt und das Ergebnis im geforderten Stringvektor zurückgegeben wird. Der *PdfReader* verfährt analog durch die Bibliothek *pdfbox*. Im *PicReader* können die Dateiformate GIF, PNG, JPEG, BMP und WBMP

ausgewertet werden. Dazu wird das entsprechende Bild mit der *imageIO* Bibliothek pixelweise durchlaufen und die jeweiligen RGB-Werte im Vektor gespeichert und zurückgegeben.

2.3. Benutzeroberfläche

Für die bessere Anwendbarkeit des Programms wurde eine graphische Nutzeroberfläche entwickelt, die in *Abbildung 4* zu sehen ist. Über den Button *Set* kann der Nutzer den Pfad zur jeweiligen zu analysierenden Datei angeben. Handelt es sich dabei um eine CSV-Datei, muss im sich darunter befindlichen Textfeld das benutzte Trennzeichen angegeben werden. Über den Button *Run* wird die Analyse gestartet.

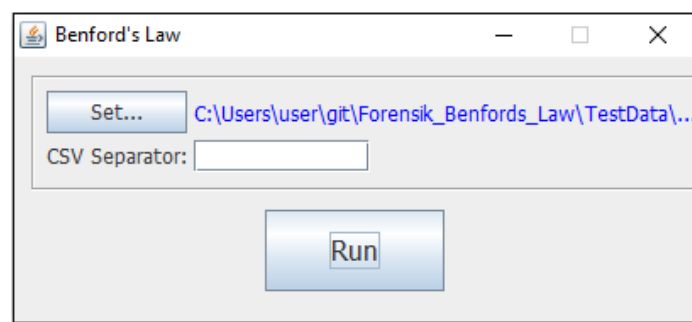


Abbildung 4 - Benutzeroberfläche

Nach Abschluss erfolgt die Auswertung per Diagramm in einem neuen Fenster (Vgl. *Abbildung 5*). Dort werden die ermittelten Häufigkeiten der Anfangsziffern der Datei in Gelb dargestellt. Um dem Nutzer einen besseren Überblick zu vermitteln, werden zusätzlich die Benford-Verteilung in Grün, die Gleichverteilung in Blau und die zugehörige Regressionsgerade in Rot angezeigt. Außerdem sind die berechneten Fehler zu den jeweiligen Verteilungen als Untertitel unter der Überschrift zu sehen. Als Fehlermaß wurde der mittlere quadratische Fehler gewählt.

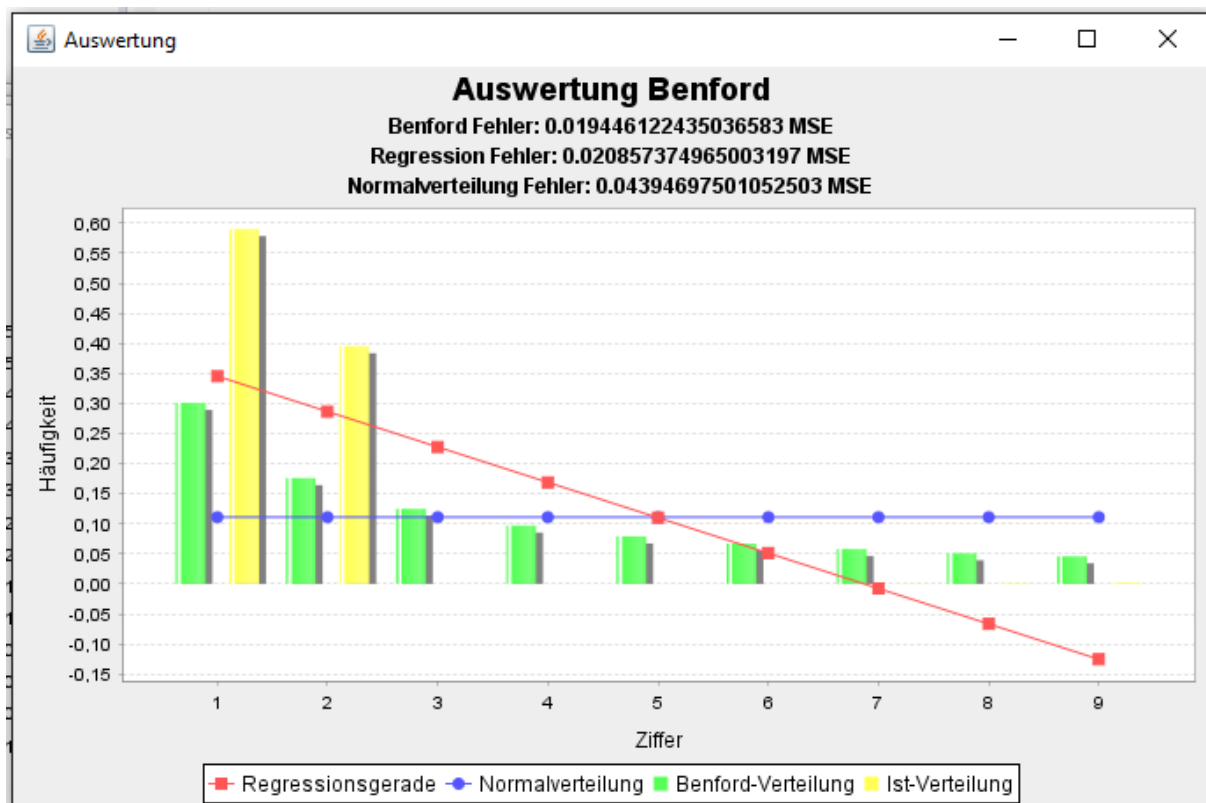


Abbildung 5 - Beispielauswertung

3. Testreihen

Zur Untersuchung der Benford-Verteilung werden Tests mit unterschiedlichen Datenquellen vorgenommen. Die Testreihen 1 und 2 beschäftigen sich mit der PDF-Auswertung. Dabei werden in Testreihe 1 aktuelle Geschäftsberichte mehrerer Firmen untersucht. In Testreihe 2 werden veröffentlichte Paper zur Benford-Verteilung untersucht. In Testreihe 3 werden aus FRT-Daten extrahierte Bilder analysiert.

3.1. Geschäftsberichtsanalyse

Für den ersten Test des Prototyps wurden Geschäftsberichte verschiedener Firmen ausgewählt und analysiert. Die Auswahl erfolgte willkürlich. Es wurden die zum Zeitpunkt der Implementierung aktuellsten verfügbaren Geschäftsberichte ausgewählt. Eine Auflistung der gewählten Geschäftsberichte ist unter Anhang 1.1 zu finden.

Da bereits in der Vergangenheit bewiesen wurde, dass von Menschenhand geschriebene Formate wie zum Beispiel Zeitungsartikel der Benford-Verteilung folgen, ist anzunehmen, dass auch die untersuchten Geschäftsberichte dieser folgen.

Die Auswertung der einzelnen Geschäftsberichte zeigt wie erwartet im Allgemeinen eine Übereinstimmung mit der Benford-Verteilung, auch wenn diese nicht perfekt ist. Die Fehler zur Benford-Verteilung sind im Allgemeinen am geringsten. In einigen Berichten sind die Fehler zur berechneten Regressionsgeraden geringer. Dies könnte ein Hinweis auf eventuelle Verfälschungen oder Beschönigungen in den entsprechenden Berichten sein. Die erstellten Auswertungen sind im Anhang 1.2 zu finden.

3.2. Paperanalyse

Im zweiten Testlauf wurden verschiedene wissenschaftliche Paper zur Benford-Verteilung im Kontext der Bildforensik analysiert. Die Auswahl erfolgte wie in der ersten Testreihe willkürlich. Eine Auflistung der untersuchten Papers ist unter Anhang 2.1 zu finden.

Wie auch in Testreihe 1 ist anzunehmen, dass die Ziffernverteilung der Benford-Verteilung entspricht.

Wie auch in der ersten Untersuchung überstimmt die Ziffernverteilung der Papers im Allgemeinen der Benford-Verteilung. Die Fehler zur Benford-Verteilung sind im Unterschied zu Testreihe 1 generell am geringsten. Die Fehler zur Normalverteilung und der Regressionsgeraden sind im Verhältnis oft deutlich höher. Die erstellten Auswertungen sind in Anhang 2.2 zu finden.

3.3.FRT-Daten-Analyse

In der letzten Testreihe wurden aus FRT-Daten extrahierte Bilddateien analysiert. FRT ist ein proprietäres Dateiformat, das in Oberflächenmesstechnik verwendet wird. Die extrahierten Bilder sind Graustufenbilder, die die Druckintensität und Topographie von Handschriftaufnahmen darstellen. Abbildung 6 zeigt ein solches Graustufenbild.

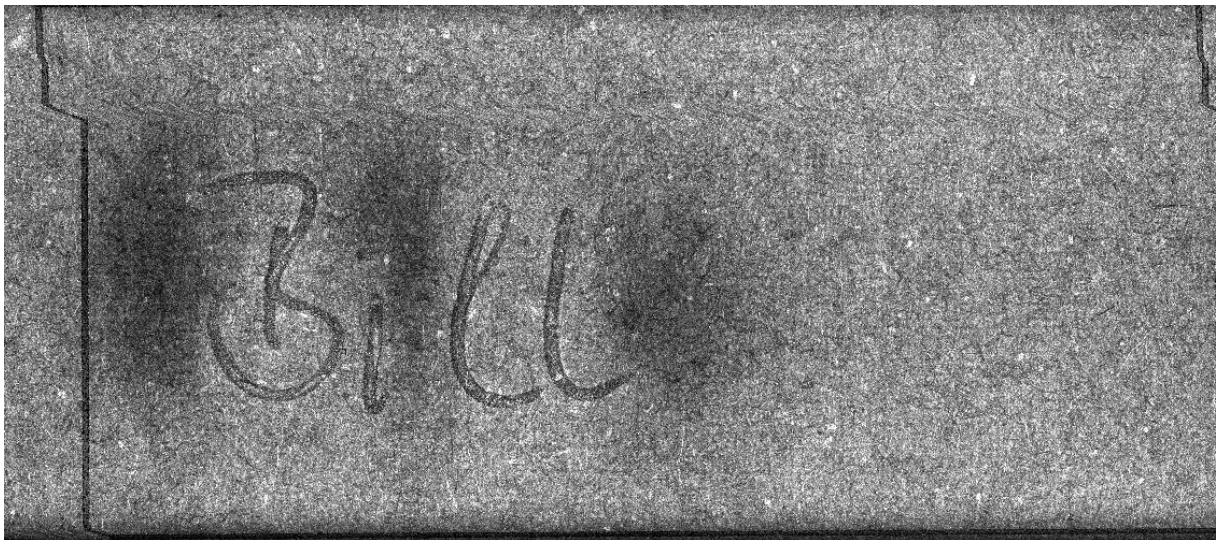


Abbildung 6 - Beispielbild FRT

Zusätzlich zu den extrahierten Bildern werden Fälschungen dieser Bilder untersucht.

Da nur die RGB-Werte betrachtet werden, kann es durch Vorbearbeitung bei der Bildaufnahme bereits zu Verfälschungen der Werte kommen. Dadurch können Fehler bei der Analyse und dadurch falsche Rückschlüsse auf die Ziffernverteilung geschlossen werden. Da diese Fehlerquellen schwer zu behandeln sind, werden sie für die Analyse außer Acht gelassen. Bei den gefälschten Bildern kann erwartet werden, dass sich die Ziffernverteilung von den entsprechenden Originalen unterscheidet. Entsprechen die Originale der Benford-Verteilung, müssen die Fälschungen demzufolge dieser widersprechen beziehungsweise signifikante Abweichungen zu dieser zeigen. Eine Auswahl von Auswertungen der Bilddaten sind in Anhang 3 zu finden.

Die Auswertungen zeigen, dass die RGB-Werte weder bei Originalen noch Fälschungen der Benford-Verteilung entsprechen. Eine mögliche Erklärung dafür liegt darin, dass die RGB-Werte als einzelner Vektor betrachtet und analysiert werden. Eine Aufteilung in die einzelnen Farbkanäle könnte andere Ergebnisse liefern. Ebenso kann eine Betrachtung anderer Eigenschaften der Bilder zu anderen Ergebnissen führen.

4. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde ein Tool-Prototyp zur Analyse der Ziffernverteilung unterschiedlicher Dateitypen im Hinblick auf die Benford-Verteilung untersucht. Der Prototyp wurde generisch konzipiert, um leicht auf unterschiedliche Dateitypen erweiterbar zu sein. Es wurde zusätzlich eine einfache Benutzeroberfläche implementiert, mit der Dateien ausgewählt und analysiert werden können. Als Ergebnis wird eine Graphik erstellt, die die relativen Häufigkeiten der Ziffernverteilung der gewählten Datei und der Benford-Verteilung als Balkendiagramm enthält. Zusätzlich werden die Normalverteilung und die berechnete Regressionsgerade der Ziffernverteilung angezeigt. Außerdem werden die Fehler zur Benford-Verteilung, zur Regressionsgeraden und zur Normalverteilung als Untertitel angezeigt.

Mit dem Prototypen wurden mehrere Testreihen durchgeführt, um die Funktionalität des Tools zu testen und gleichzeitig die Ziffernverteilung ausgewählter Dateien zu untersuchen. Es wurden aktuelle Geschäftsberichte verschiedener Firmen, wissenschaftliche Paper zur Benford-Verteilung mit Fokus auf Bildforensik und aus FRT-Dateien extrahierte Bilder sowohl in originaler als auch in gefälschter Form untersucht. Es wurde gezeigt, dass die Ziffernverteilung der Geschäftsberichte und Paper mit gewissen Abweichungen der Benford-Verteilung entspricht. Die Ziffernverteilung der RGB-Werte der Bilddateien folgt dieser Verteilung nicht.

Anhang

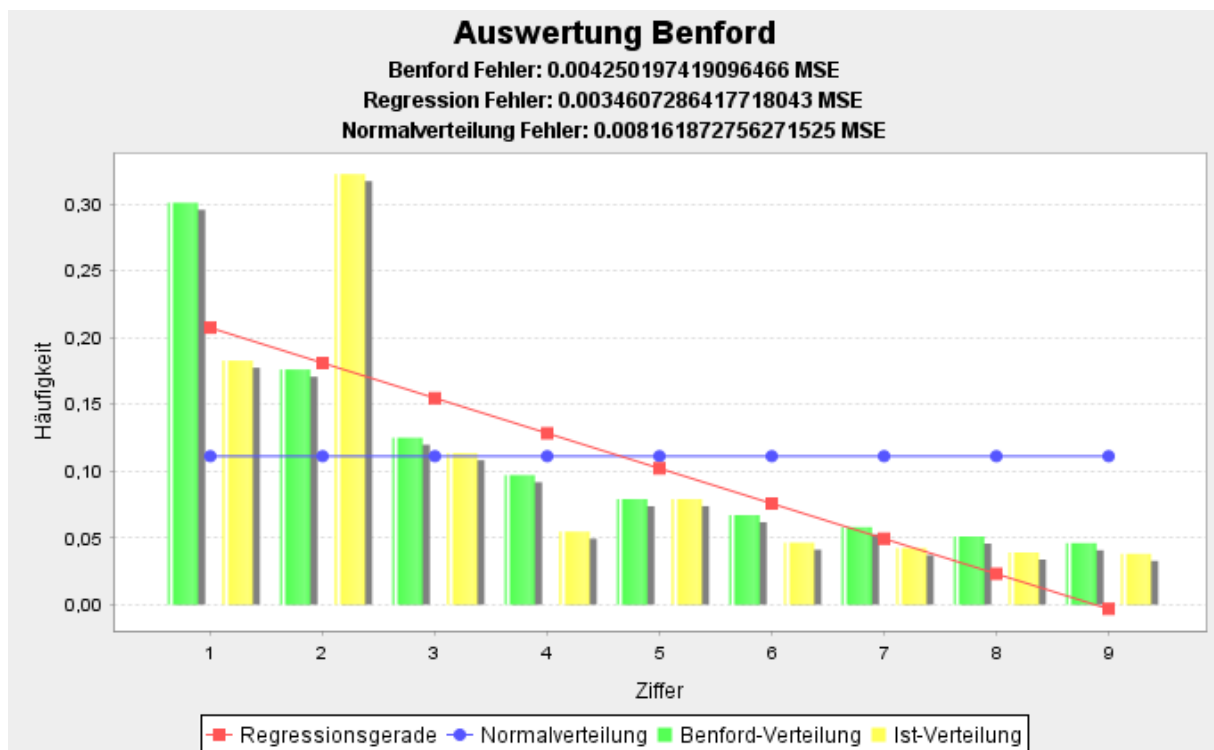
1. Geschäftsberichte

1.1. Ausgewählte Geschäftsberichte

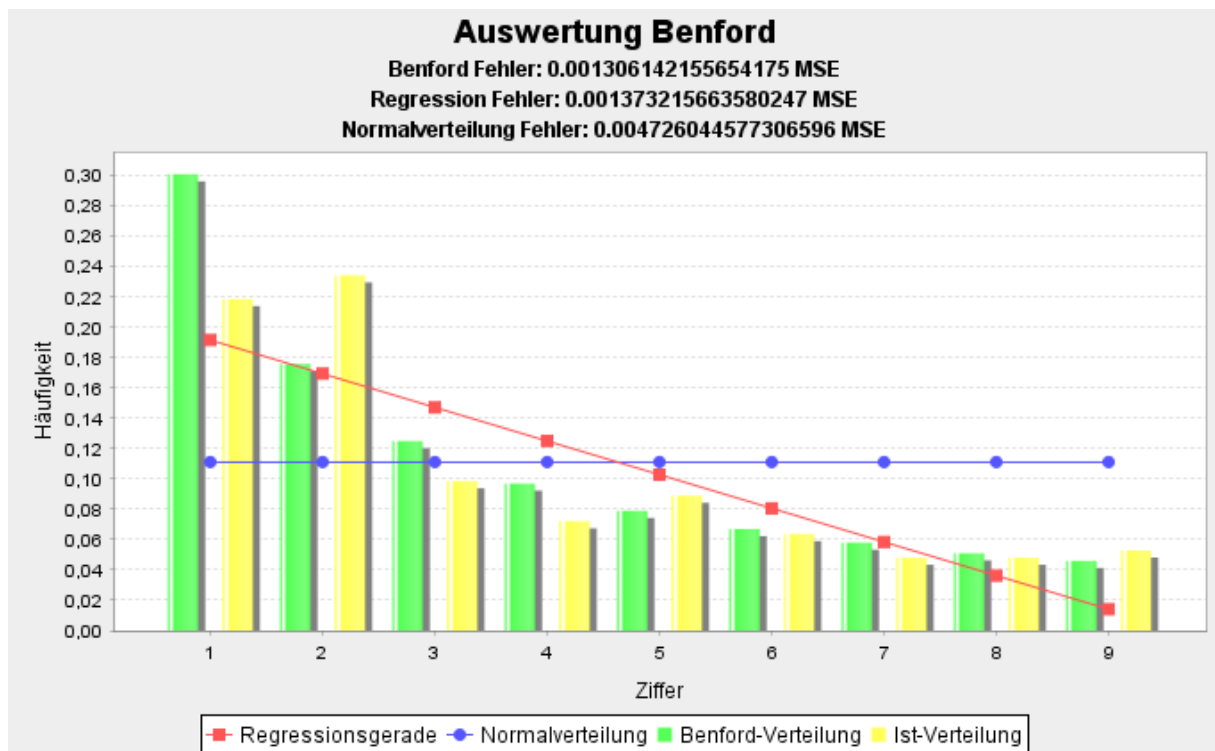
Firma	Jahr
thyssenkrupp AG	2016/17
BARMER	2016
BMW AG	2016
Daimler AG	2016
Deutsche Bank AG	2016
Deutsche Sparkassen- und Giroverband e. V	2016
Allianz SE	2016
Klöckner & Co SE	2016
Siemens AG	2017
VW AG	2016

Anhang Tabelle 1 - Ausgewählte Geschäftsberichte

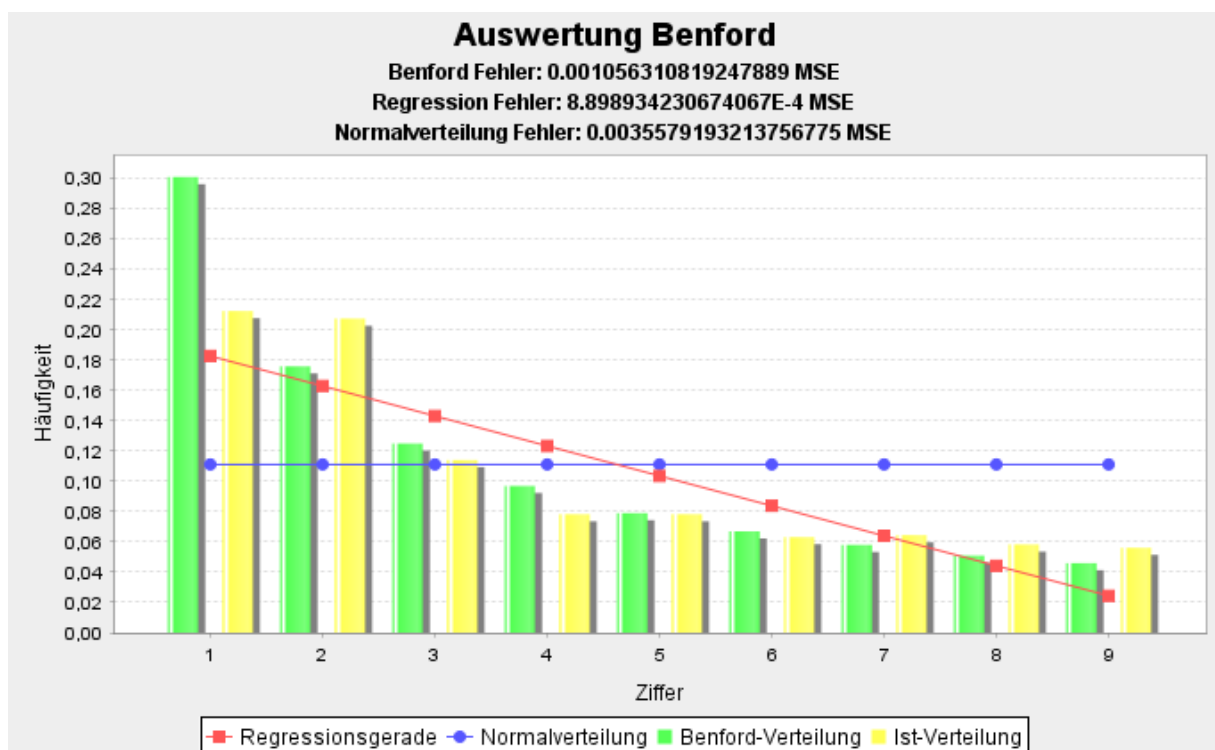
1.2. Auswertungen der Geschäftsberichte



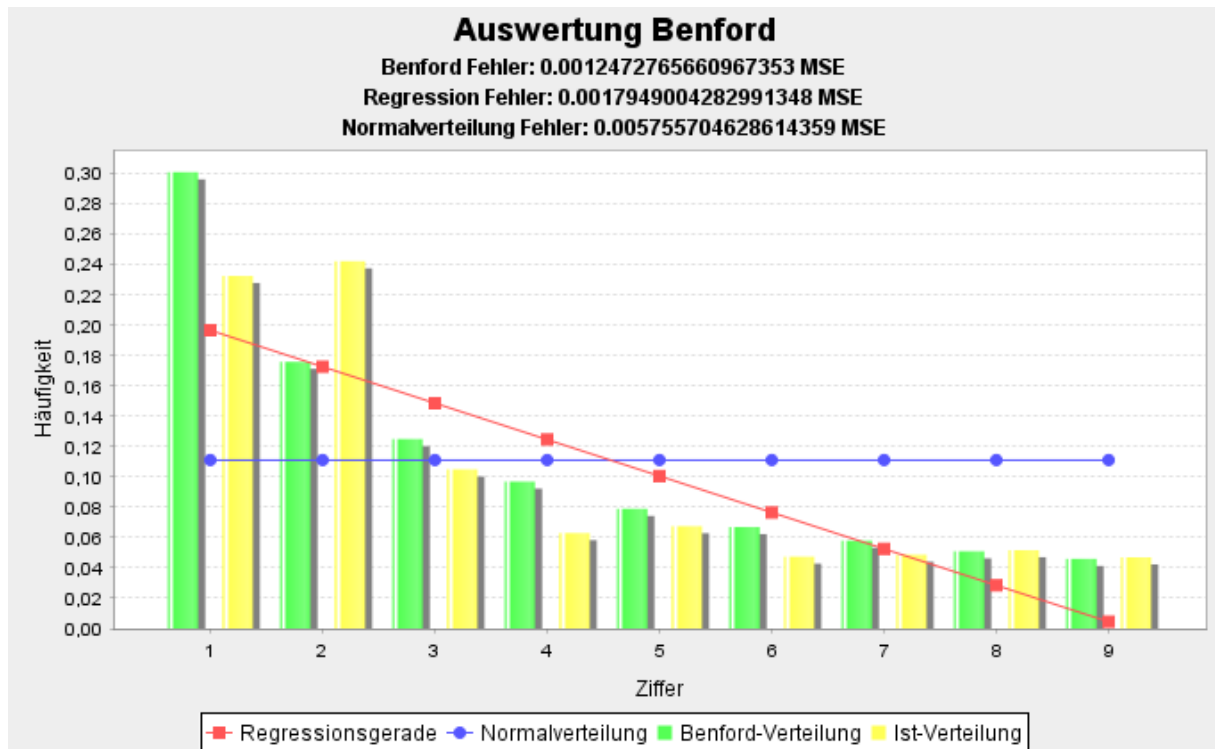
Anhang Abbildung 1 - Auswertung thyssenkrupp AG



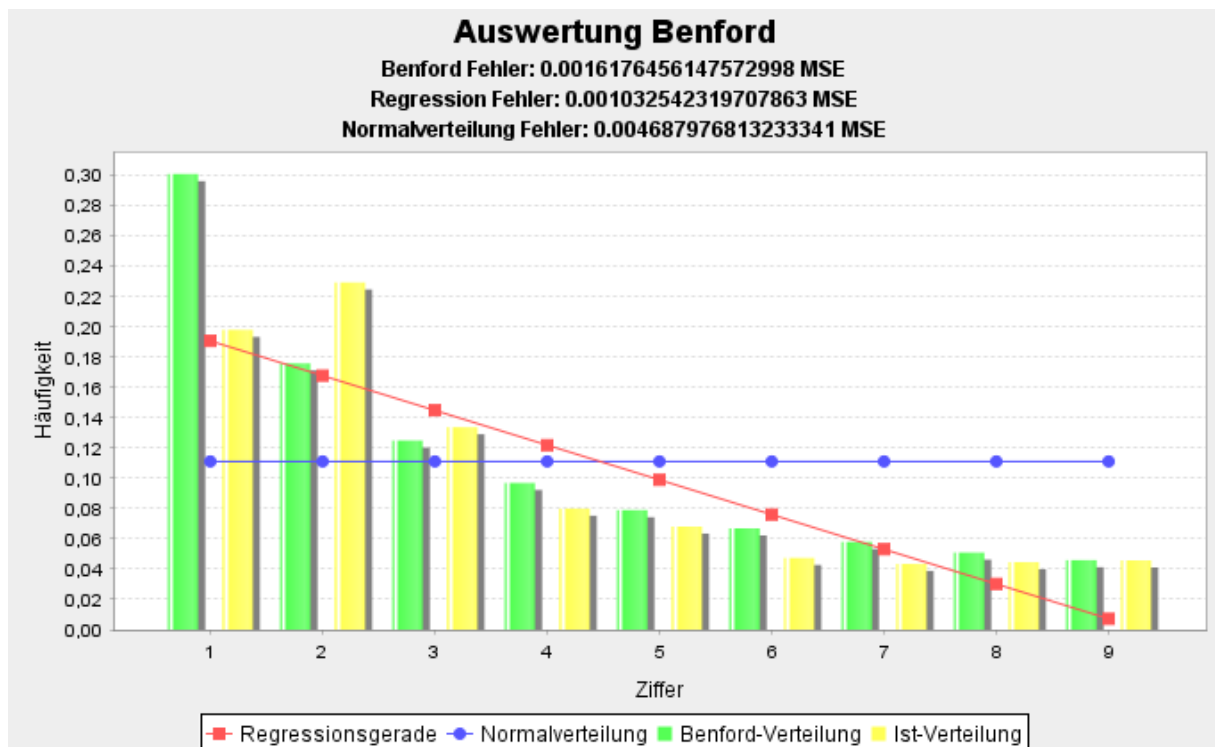
Anhang Abbildung 2 - Auswertung BARMER



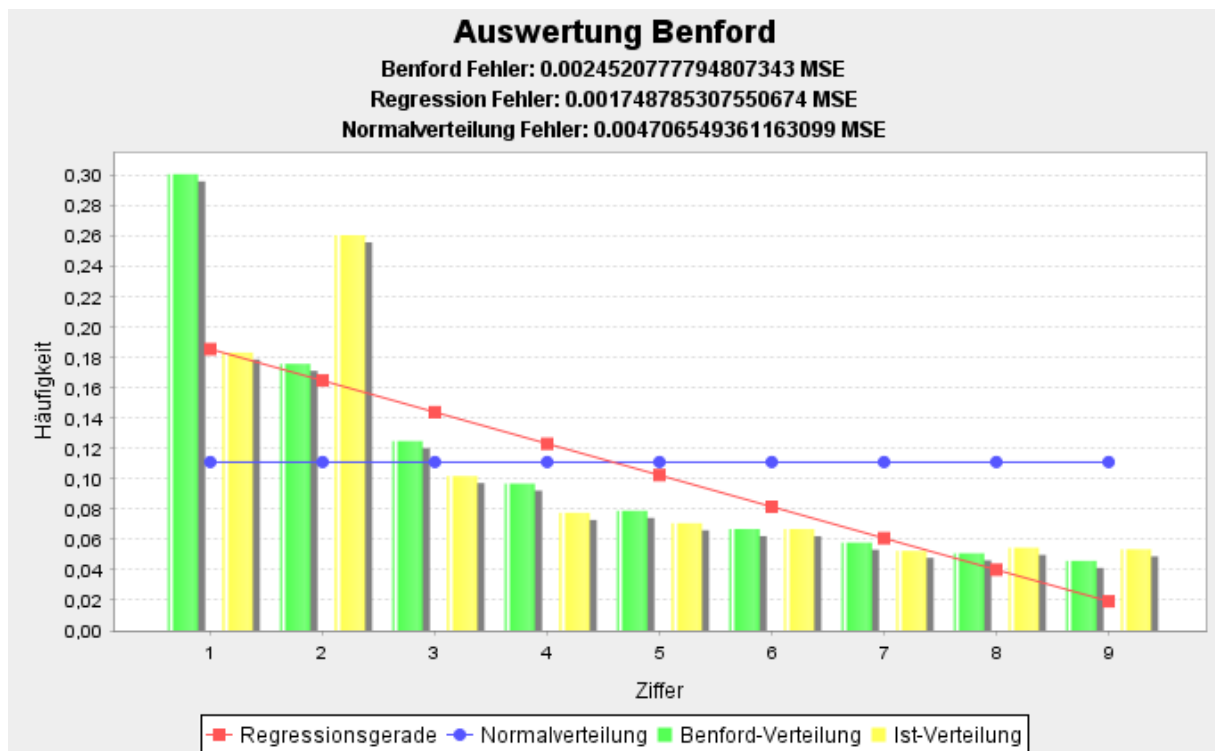
Anhang Abbildung 3 - Auswertung BMW



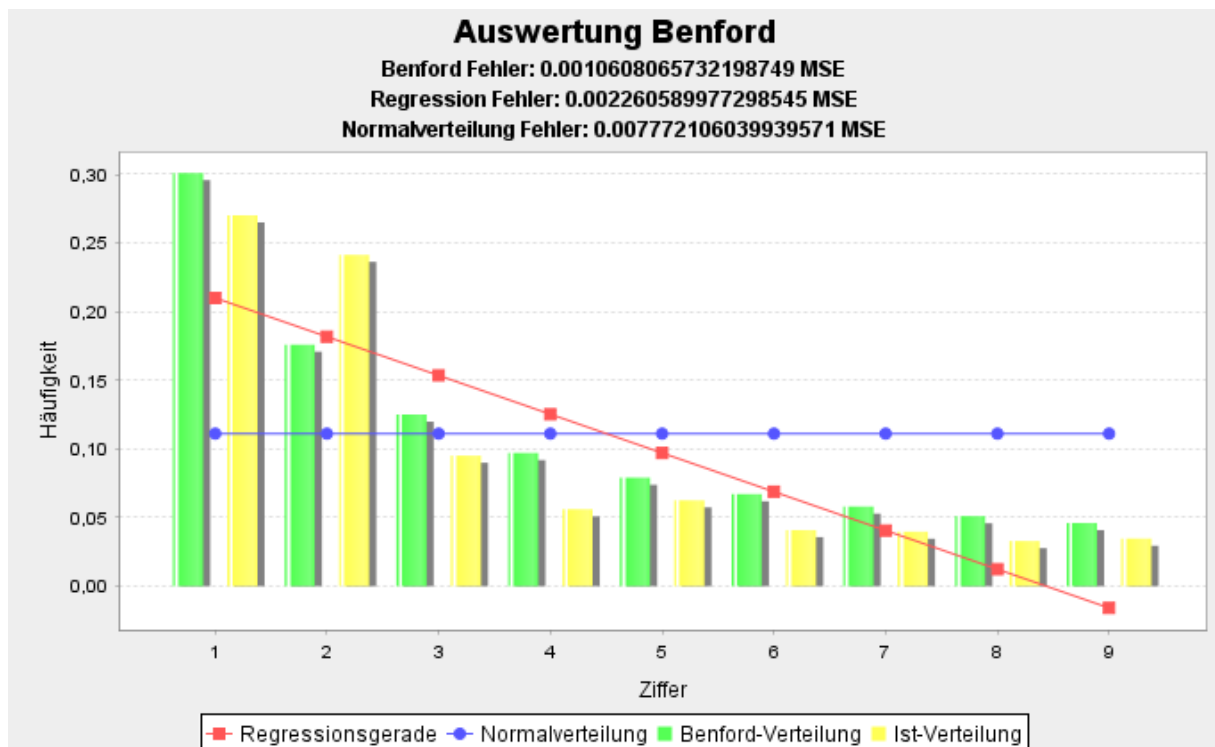
Anhang Abbildung 4 - Auswertung Daimler



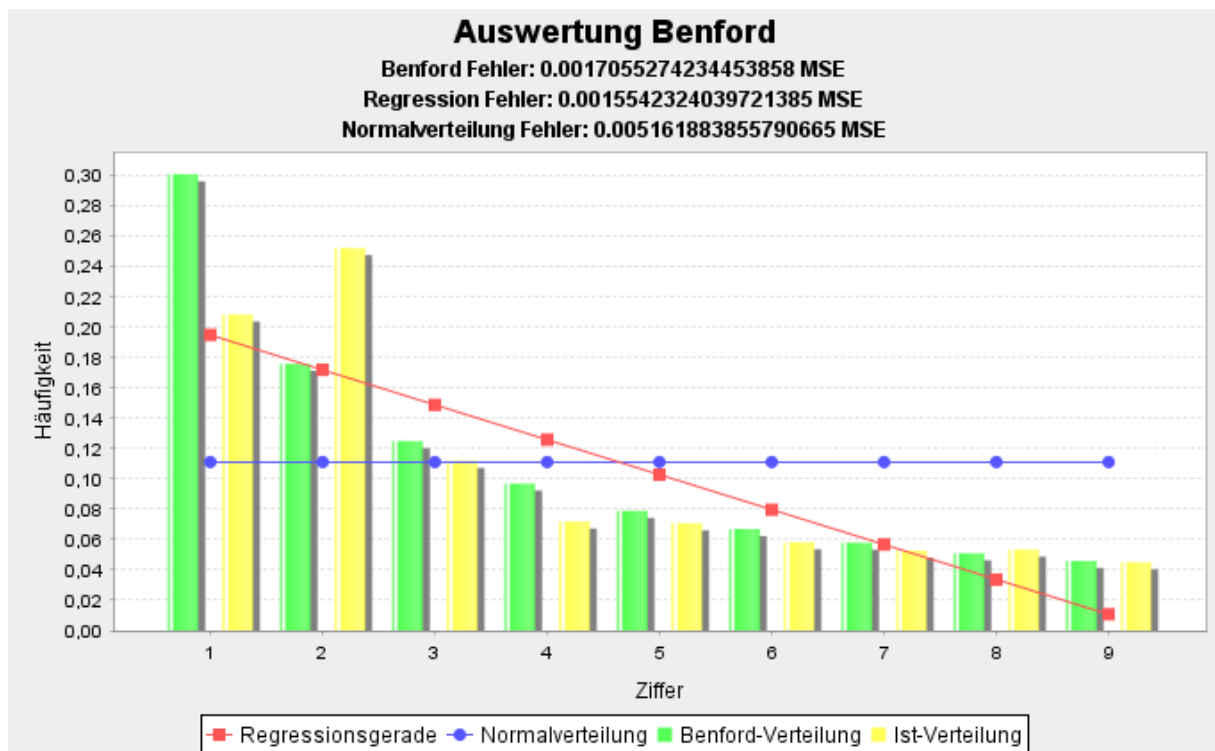
Anhang Abbildung 5 - Auswertung Deutsche Bank



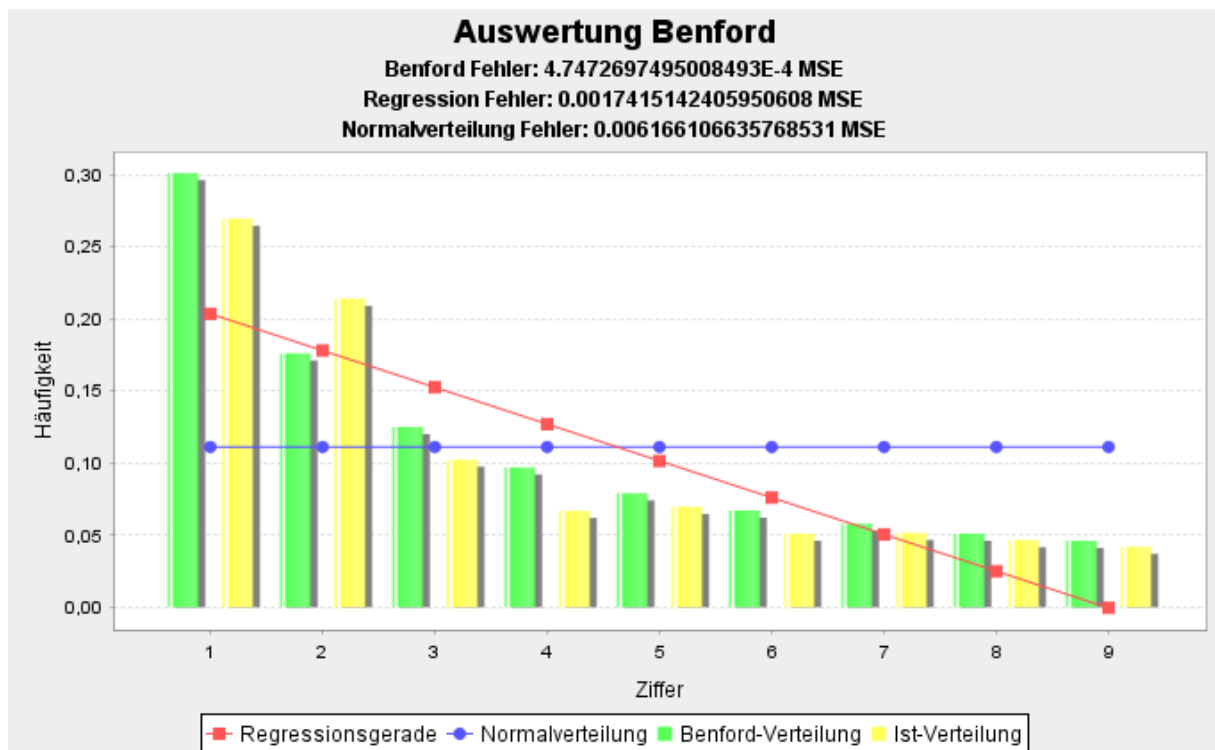
Anhang Abbildung 6 - Auswertung DSGVO



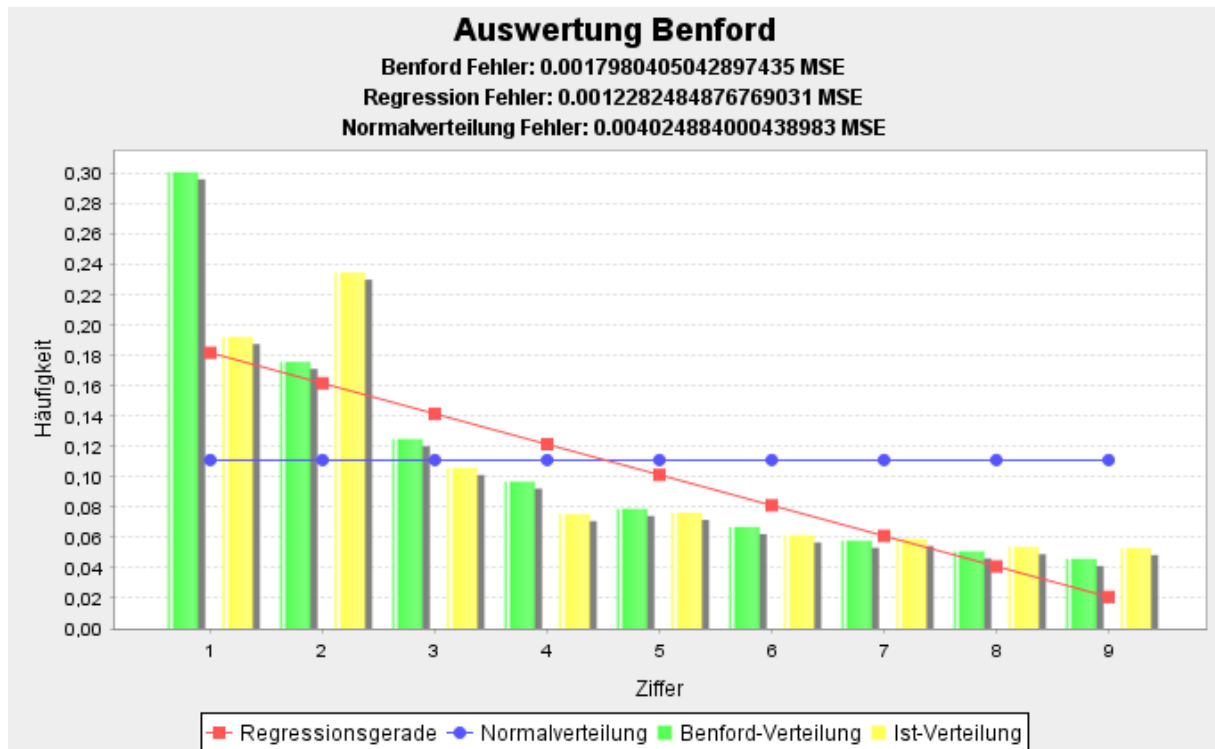
Anhang Abbildung 7 - Auswertung Allianz



Anhang Abbildung 8 - Auswertung Klöckner & Co



Anhang Abbildung 9 - Auswertung Siemens



Anhang Abbildung 10 - Auswertung VW

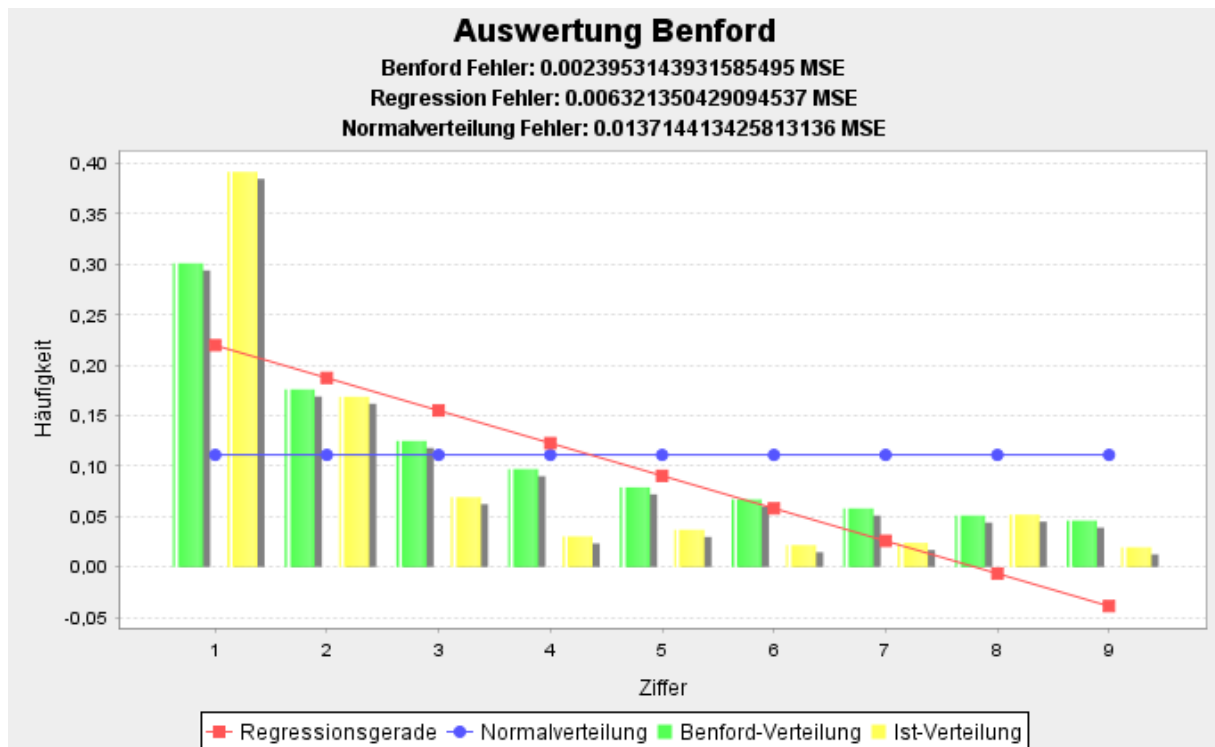
2. Paper

2.1. Ausgewählte Paper

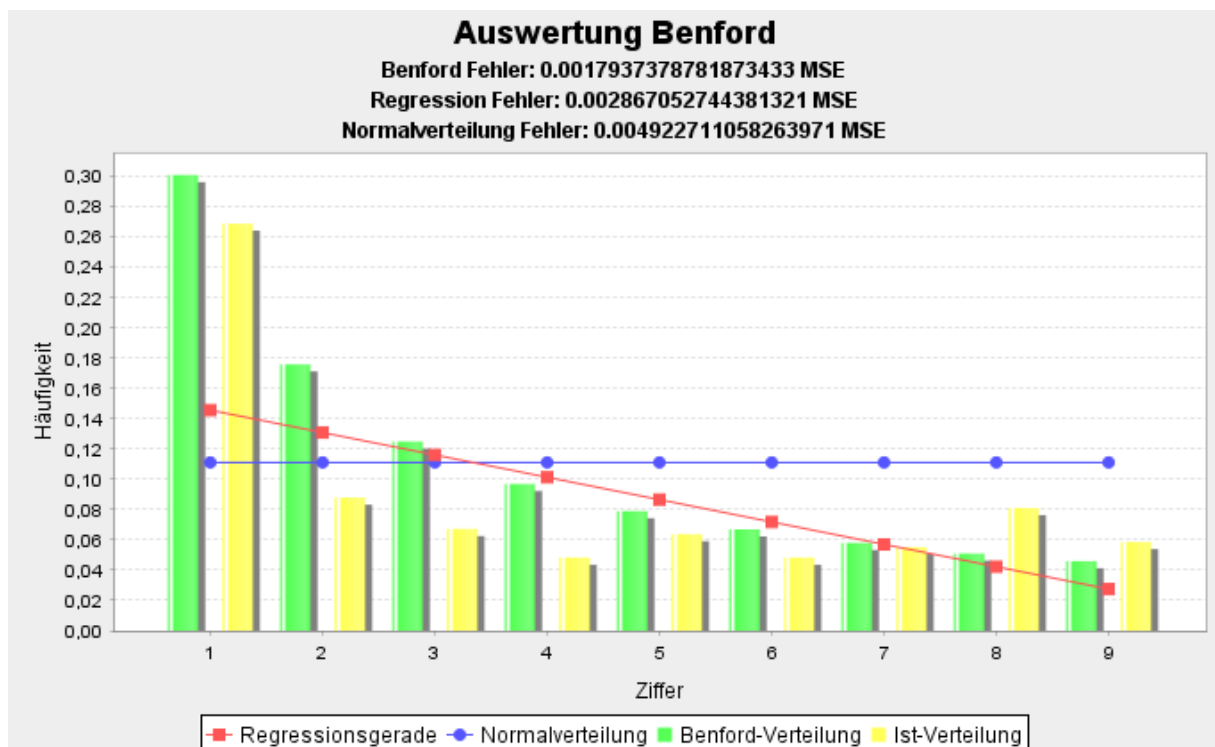
Titel	Autor/en	Jahr
A generalization of Benford's law and its application to images	Pérez-González, Fernando Heileman, Gregory Abdallah, Chaouki	2007
A generalized Benford's law for JPEG coefficients and its applications in image forensics	Fu, Dongdong Shi, Y.Q. Su, Wei	2007
Analysis of Benford's law in digital image forensics	Singh, Neetu Bansal, Rishab	2015
Antiforensics attacks to Benford's law for the detection of double compressed images	Milani, Simone Tagliasacchi, Marco Tubaro, Stefano	2013
Benford's Law in Image Processing	Pérez-González, Fernando Heileman, Gregory Abdallah, Chaouki	2007
Benford's Law for Natural and Synthetic Images	del Acebo, Esteve Sbert, Mateu	2005
Do biometric images follow Benford's Law?	Iorliam, Aamo T S Ho, Anthony Poh, Norman	2014
Image forensics using generalised Benford's Law for accurate detection of unknown JPEG compression in watermarked images	Zhao, Xi Ho, Anthony Shi, Y.Q	2009
The Effective Use of Benford's Law to Assist in Detecting Fraud in Accounting Data	Durtschi, Cindy Hillison, William Pacini, Carl	2004
Understanding benford's law and its vulnerability in image forensics	Wang, Jingwei Cha, Byung-Ho Cho, Seong-Ho Kuo, C.-C. Jay	2009

Anhang Tabelle 2 - Ausgewählte Paper

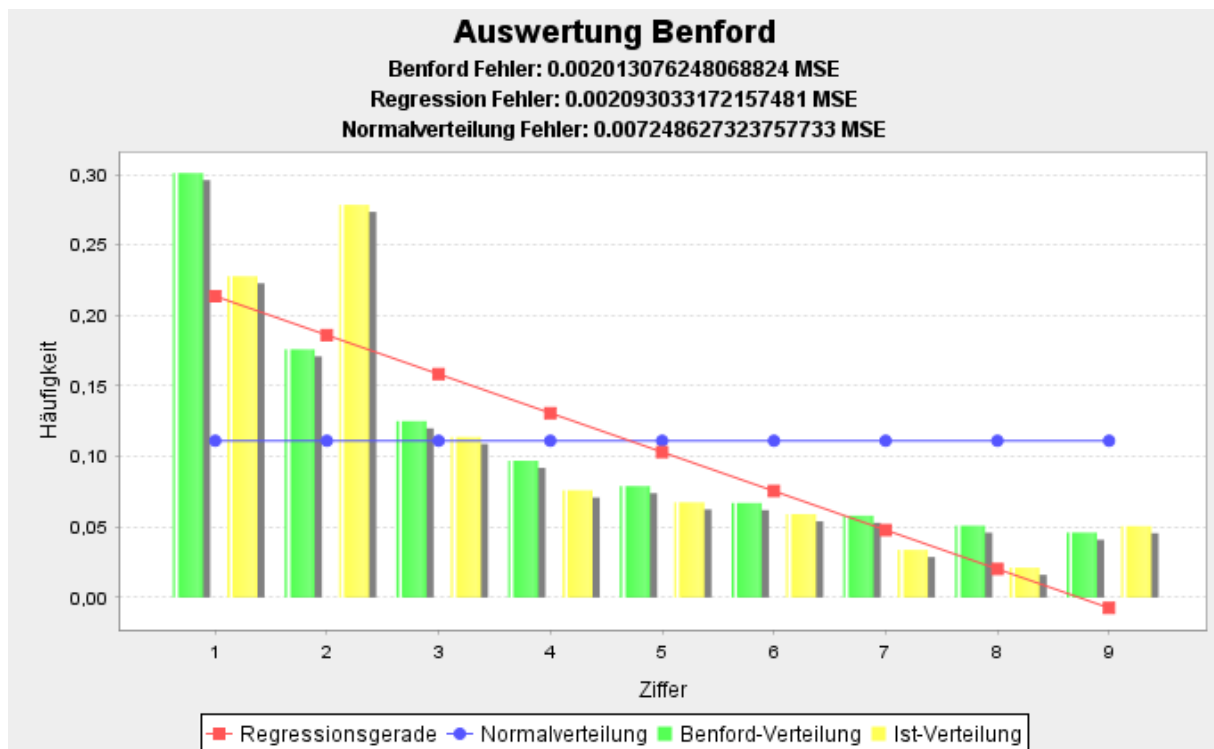
2.2. Auswertungen der Papers



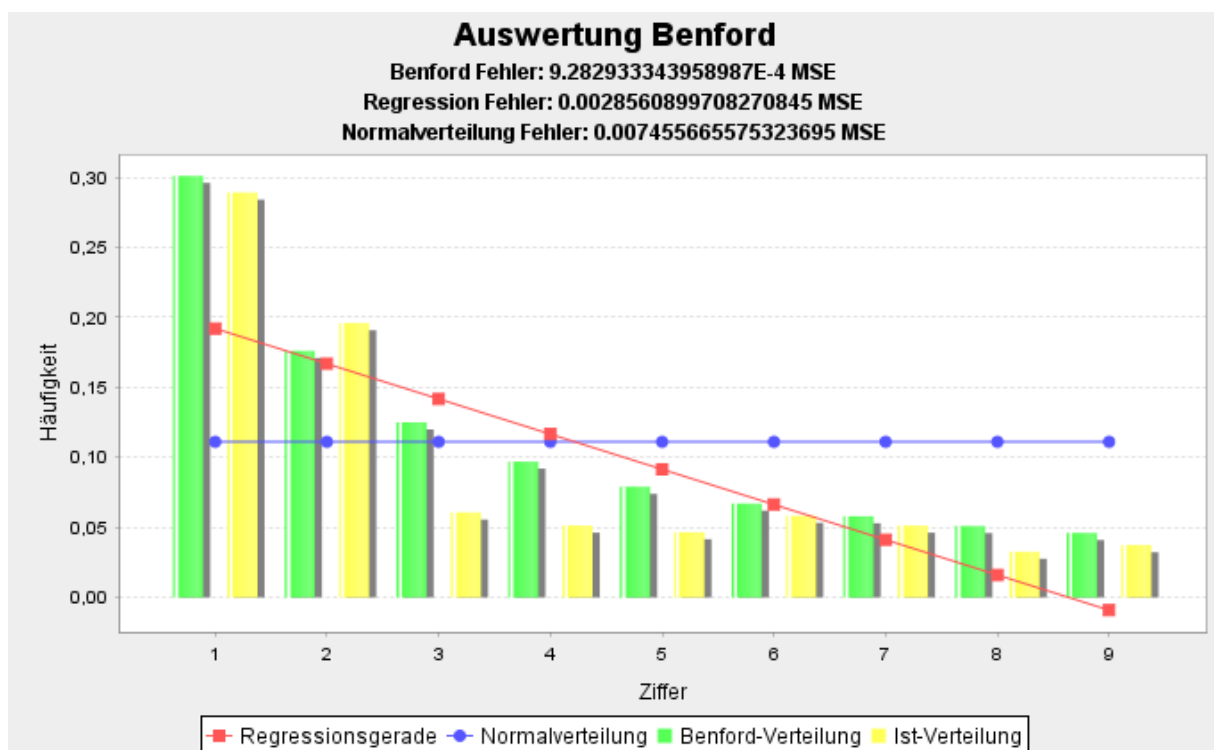
Anhang Abbildung 11 - Auswertung Paper 1



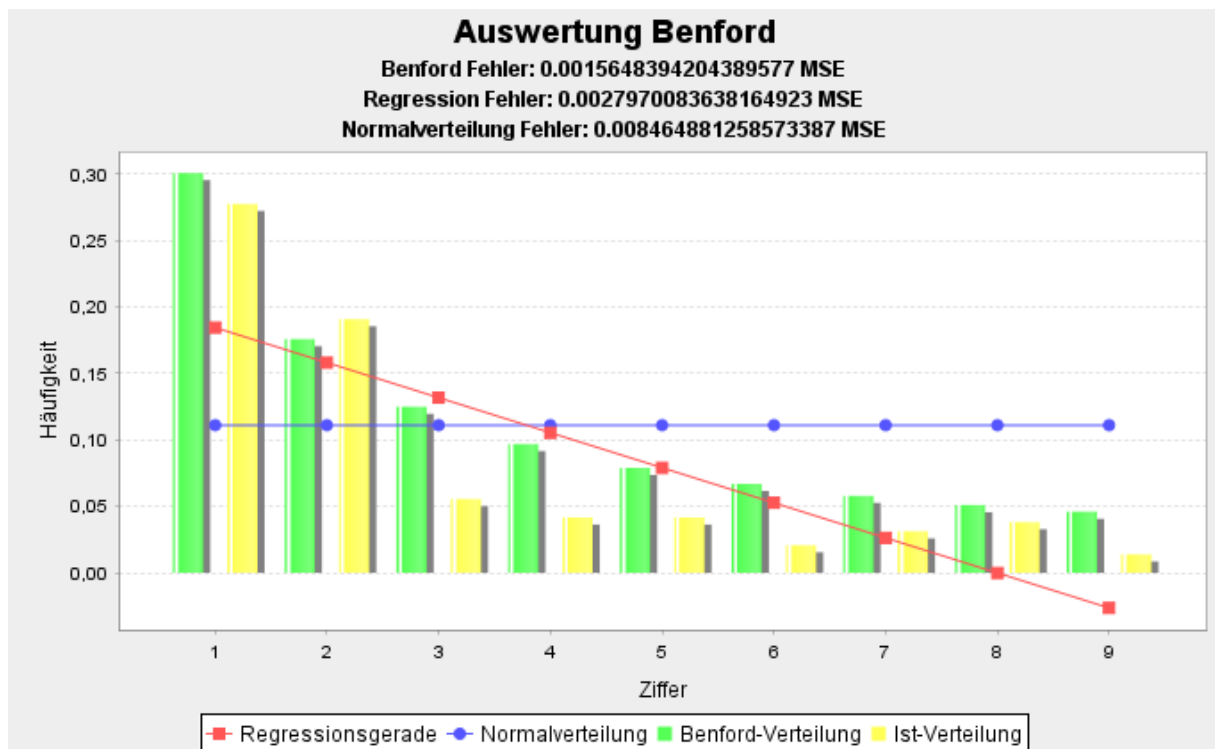
Anhang Abbildung 12 - Auswertung Paper 2



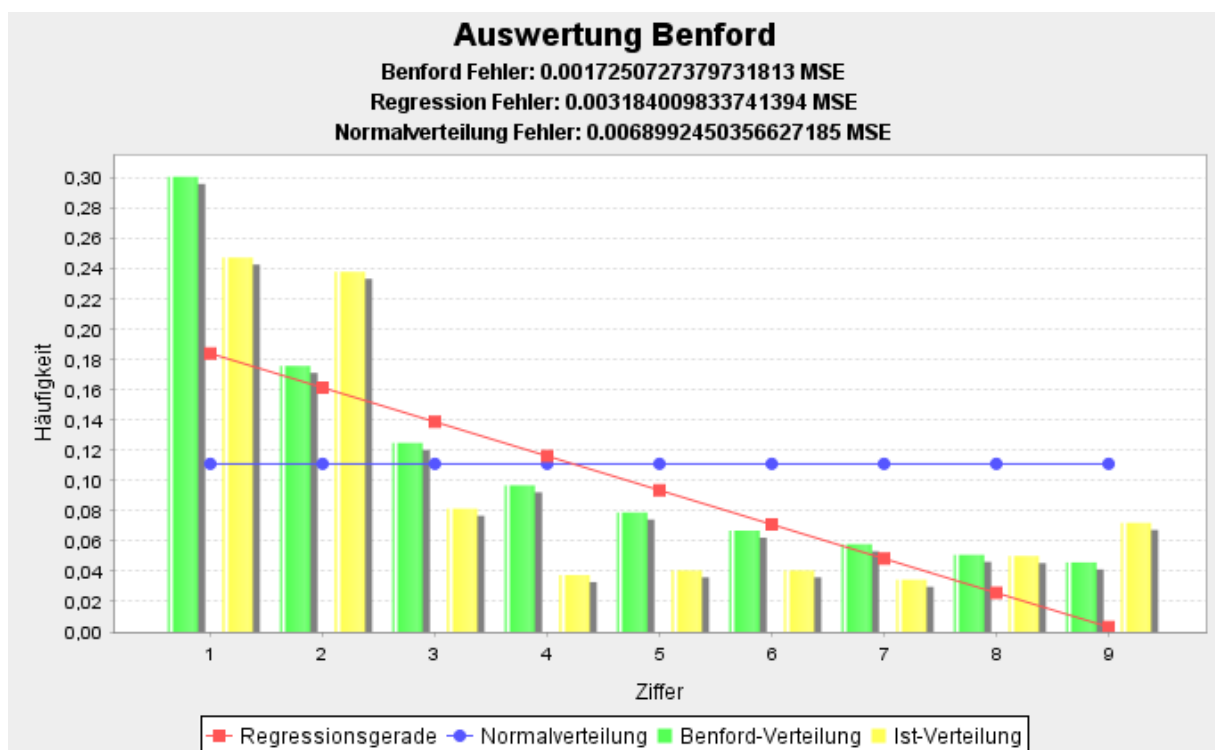
Anhang Abbildung 13 - Auswertung Paper 3



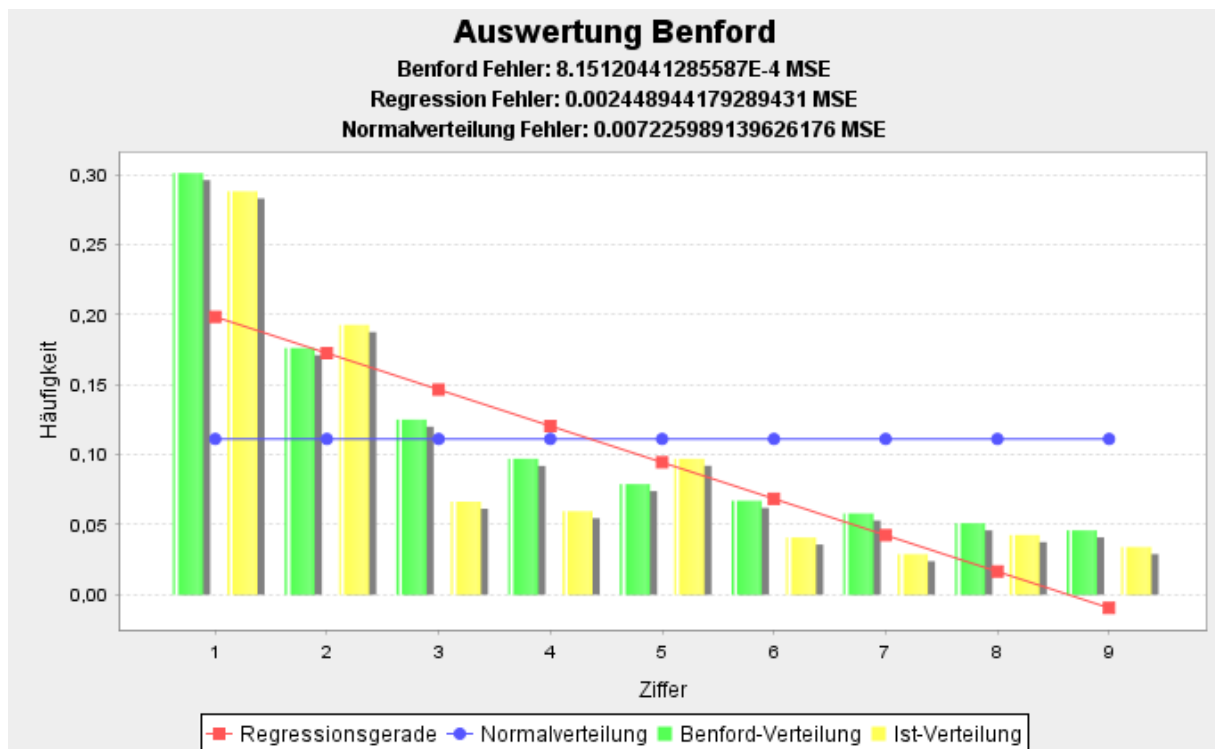
Anhang Abbildung 14 - Auswertung Paper 4



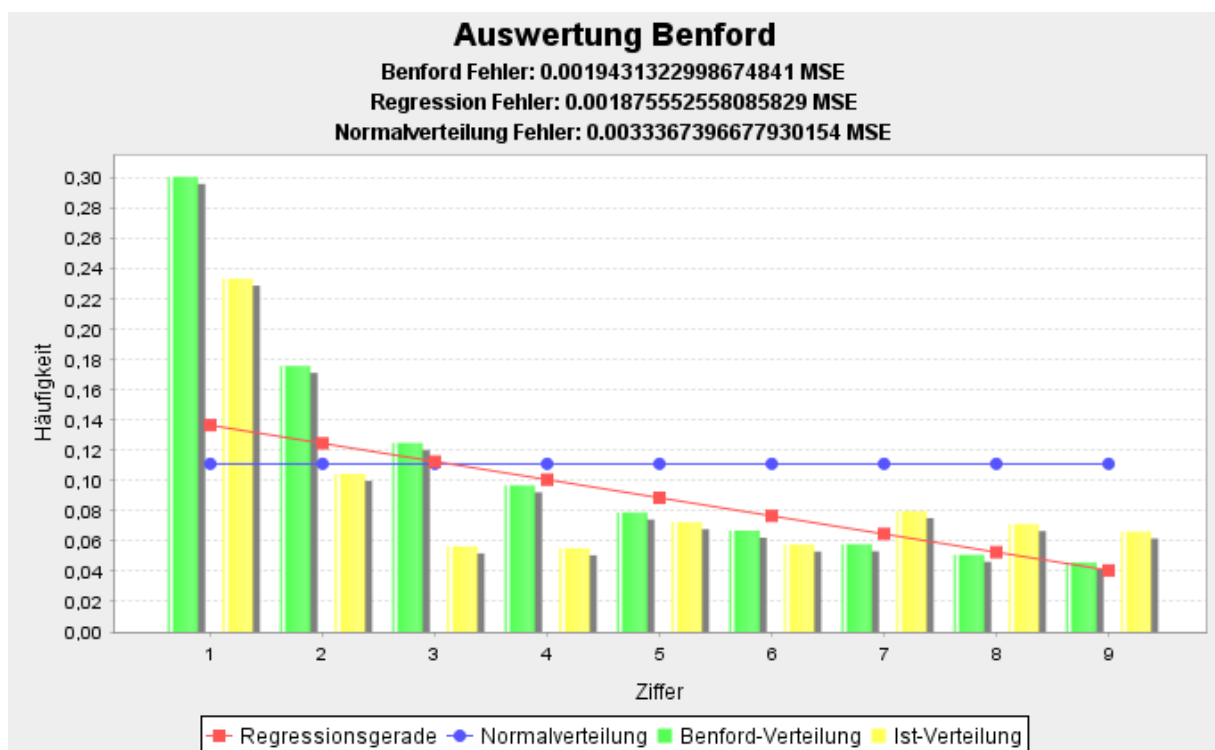
Anhang Abbildung 15 - Auswertung Paper 5



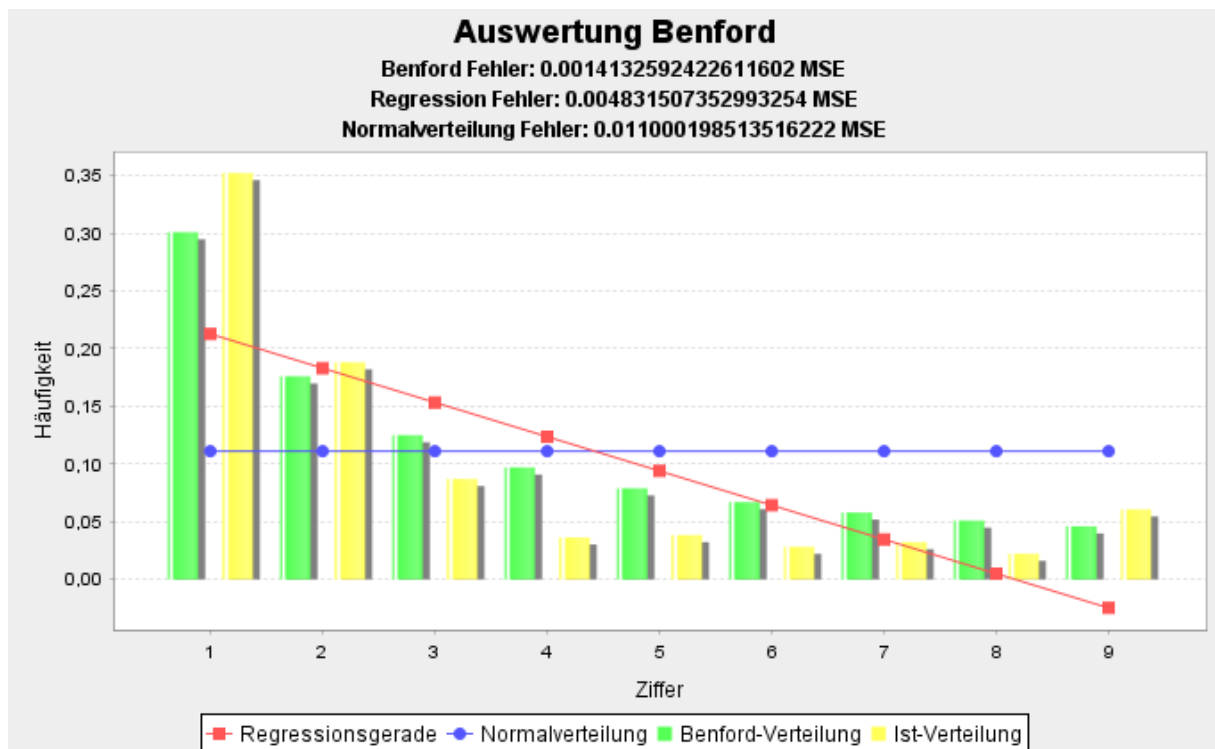
Anhang Abbildung 16 - Auswertung Paper 6



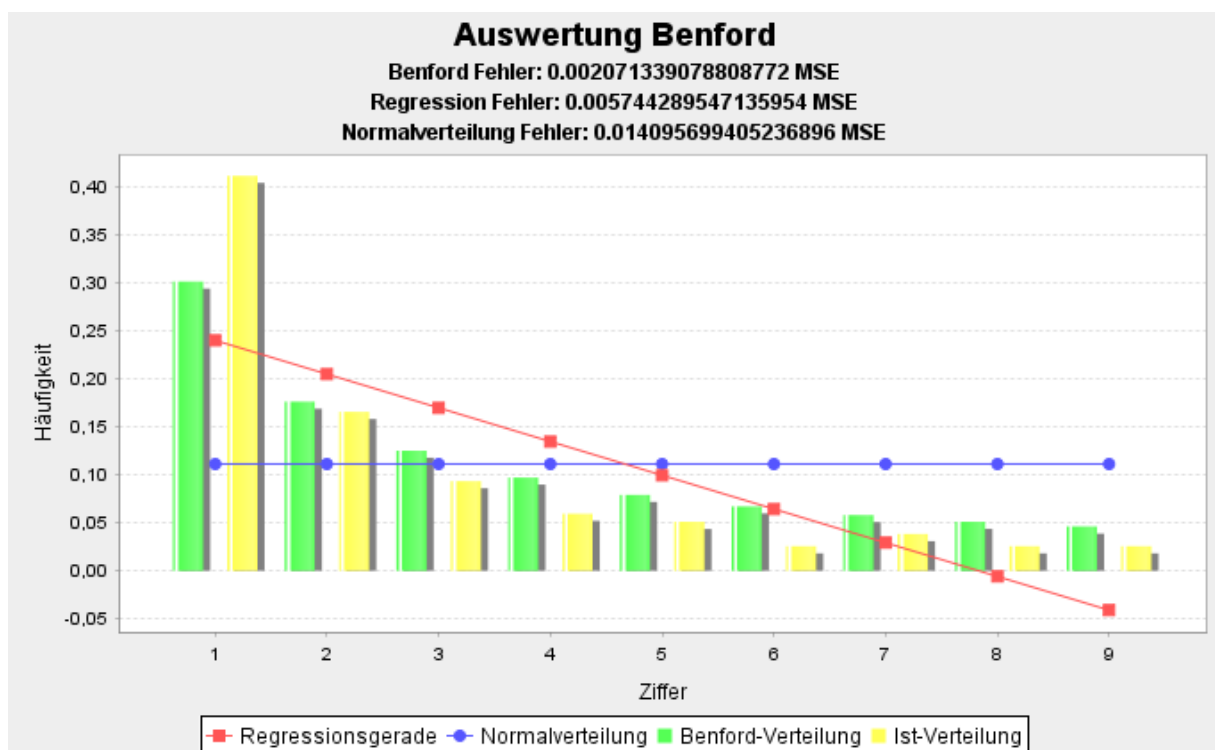
Anhang Abbildung 17 - Auswertung Paper 7



Anhang Abbildung 18 - Auswertung Paper 8



Anhang Abbildung 19 - Auswertung Paper 9

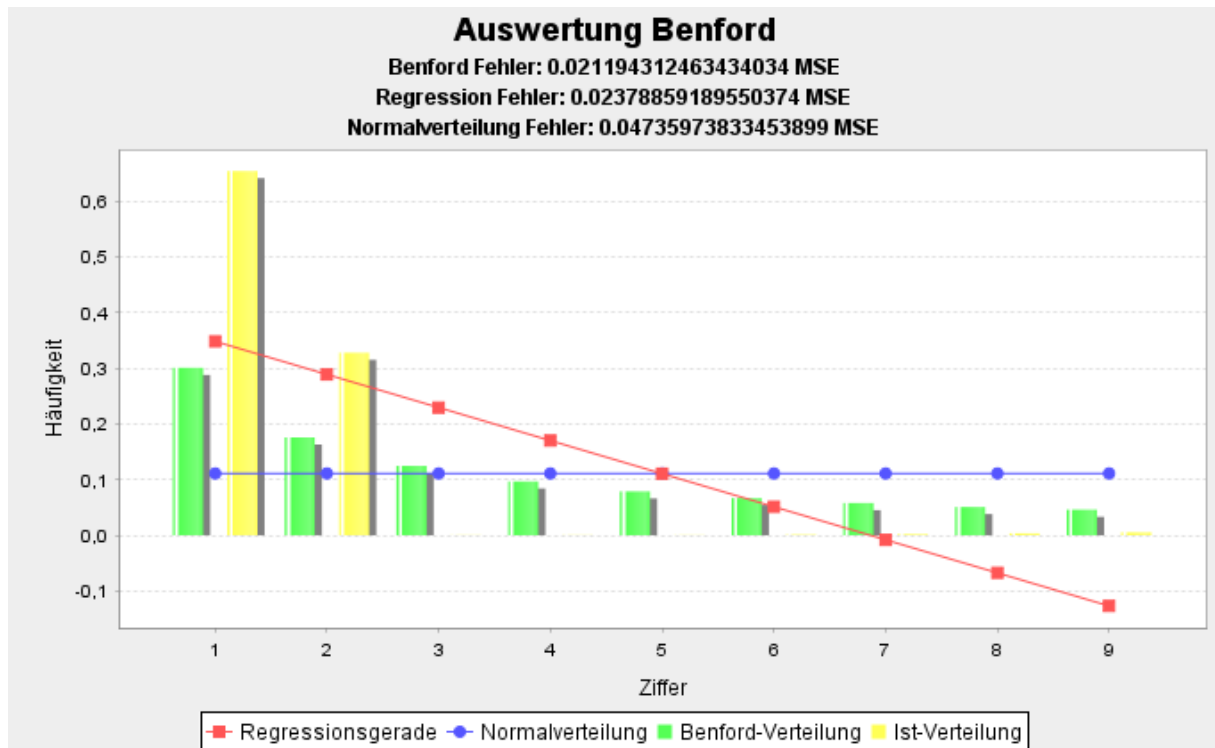


Anhang Abbildung 20 - Auswertung Paper 10

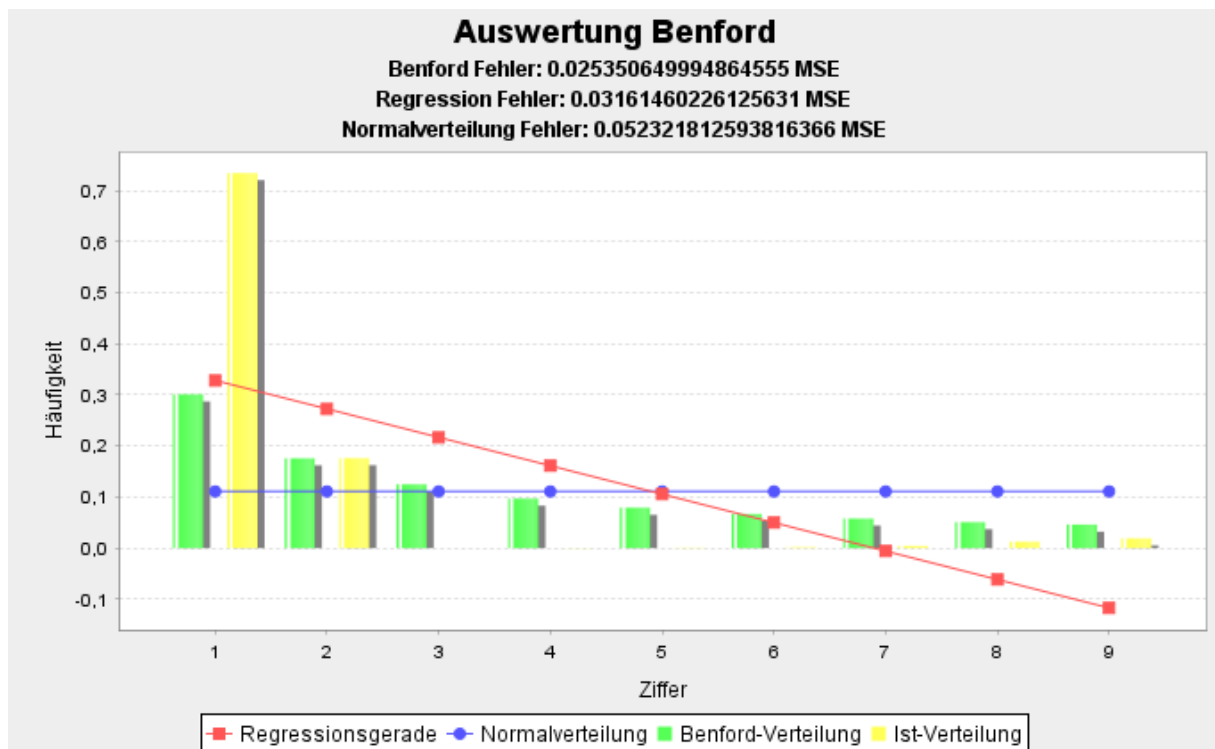
3. FRT-Daten

Aufgrund der Menge an ausgewerteten Daten wird hier nur eine Auswahl angezeigt. Sämtliche Auswertungen sind im mitgelieferten ZIP-Archiv zu finden.

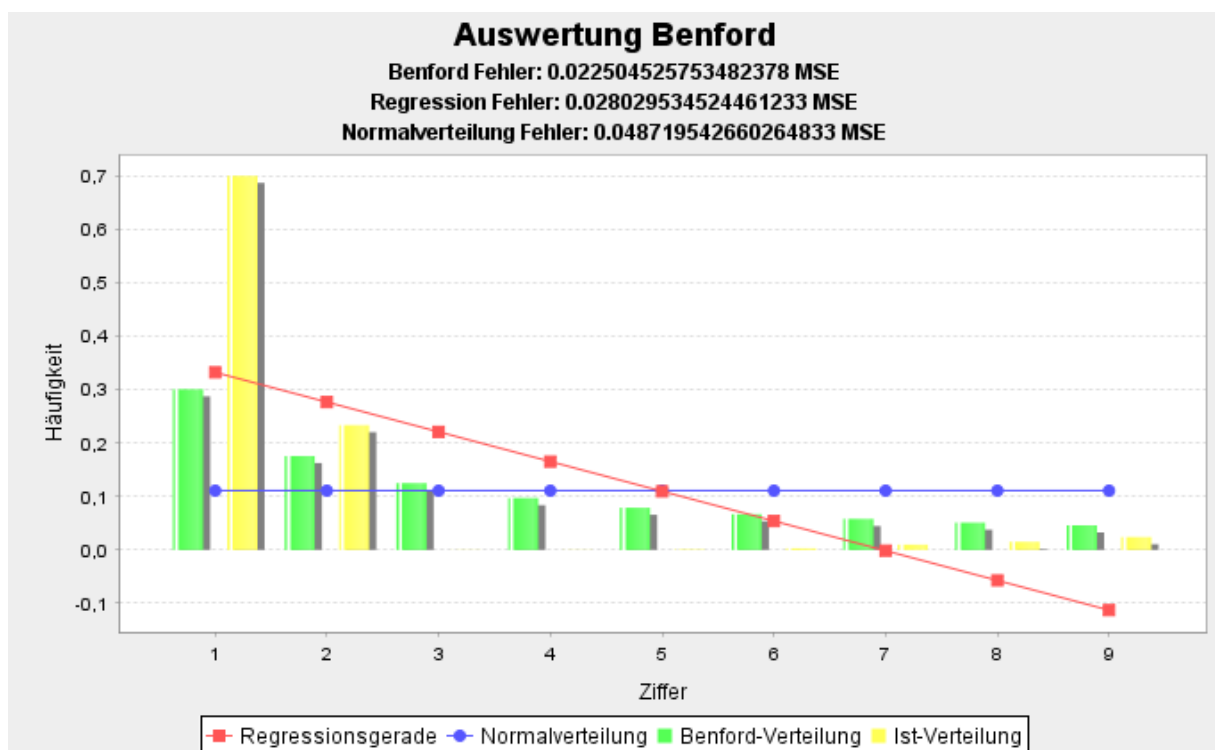
3.1. Originale



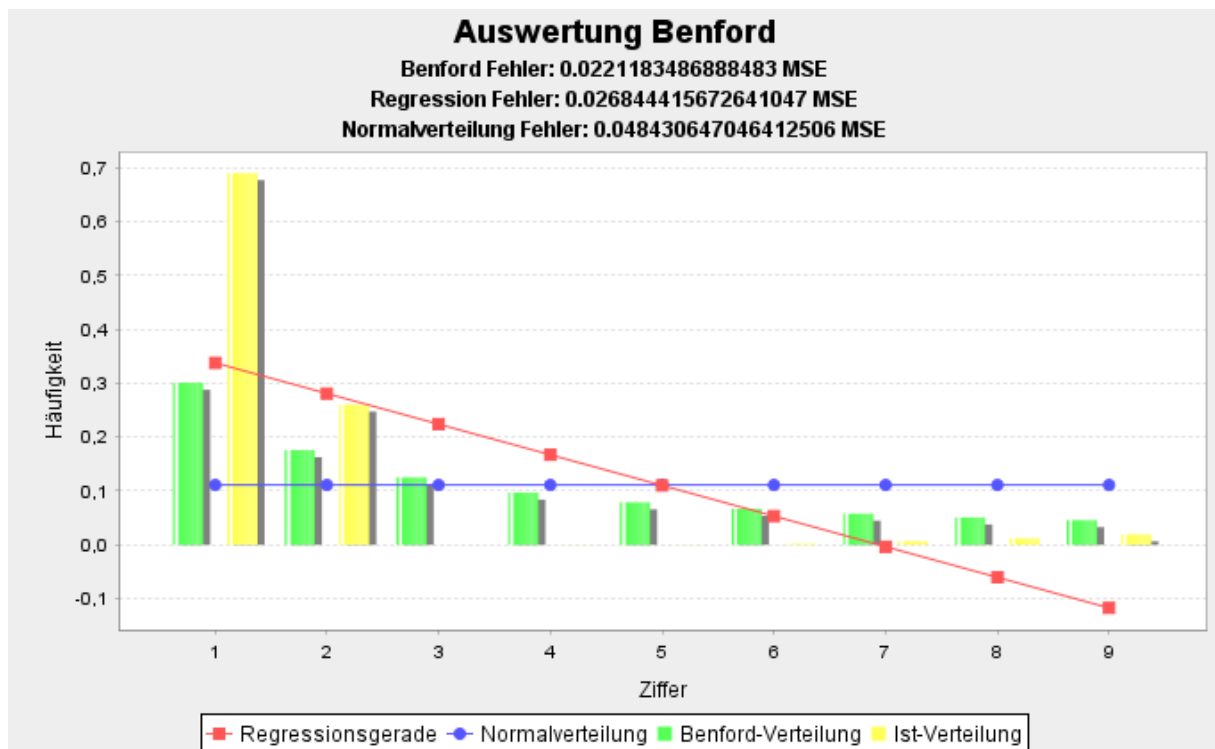
Anhang Abbildung 21 - FRT ori1-forg4 Intensity Scan 1 Auswertung (Original)



Anhang Abbildung 22 - FRT ori1-forg4 Intensity Scan 2 Auswertung (Original)

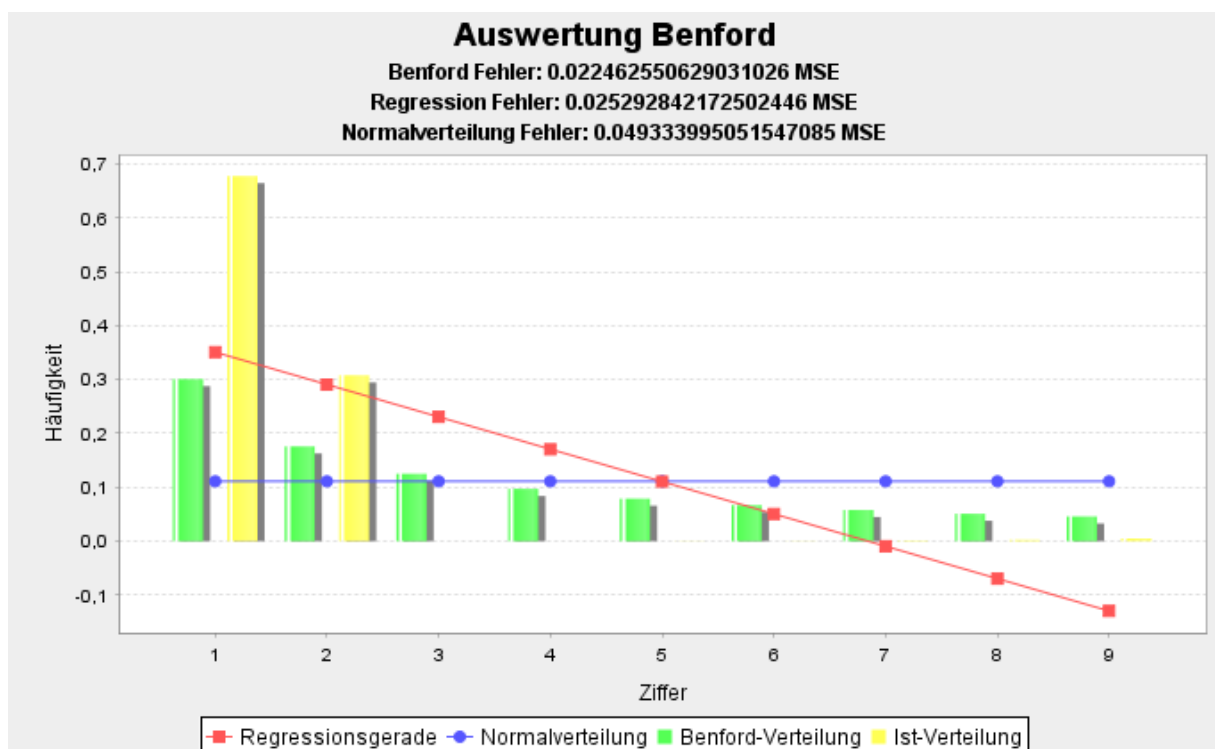


Anhang Abbildung 23 - FRT ori1-forg4 Intensity Scan 3 Auswertung (Original)

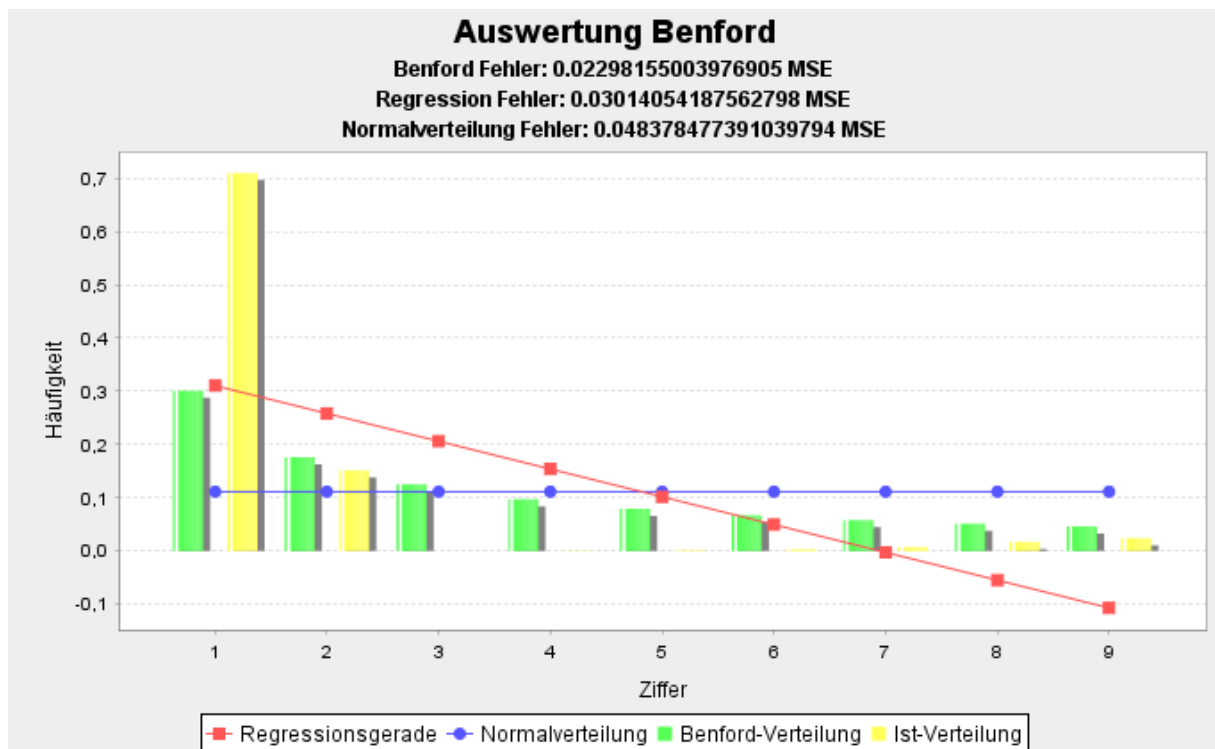


Anhang Abbildung 24 - FRT ori1-forg4 Intensity Scan 4 Auswertung (Original)

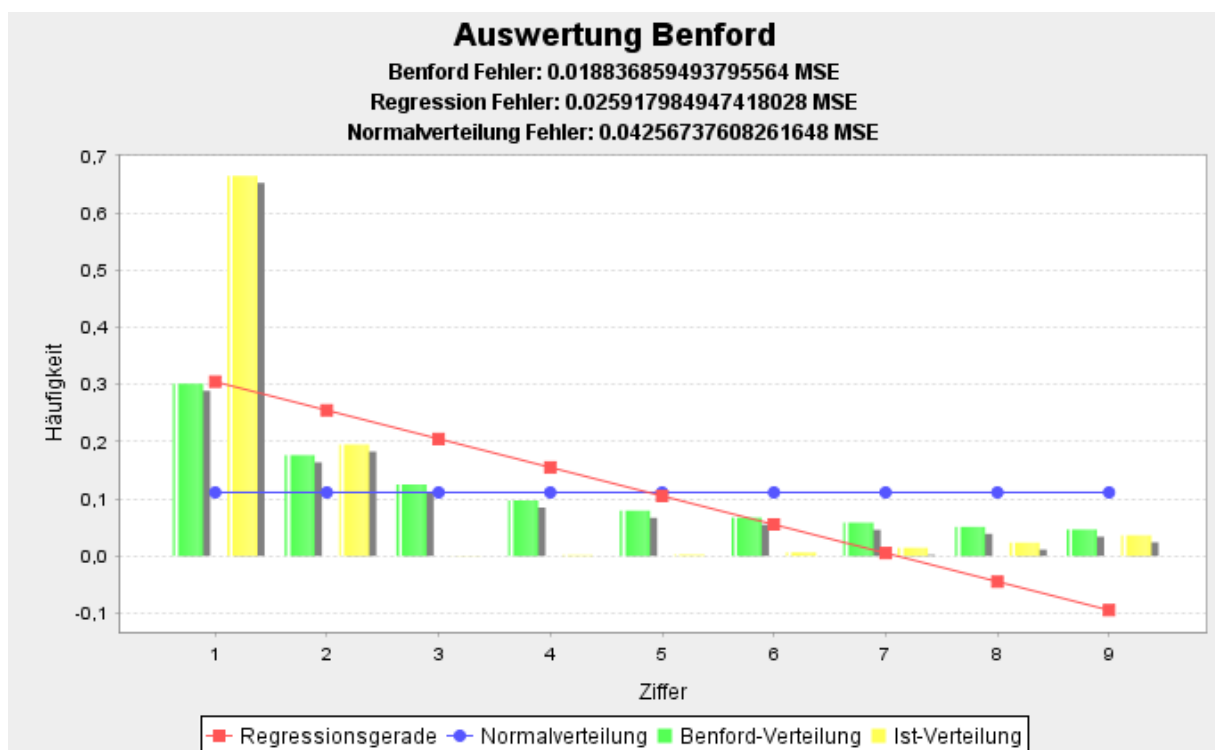
3.2. Fälschung



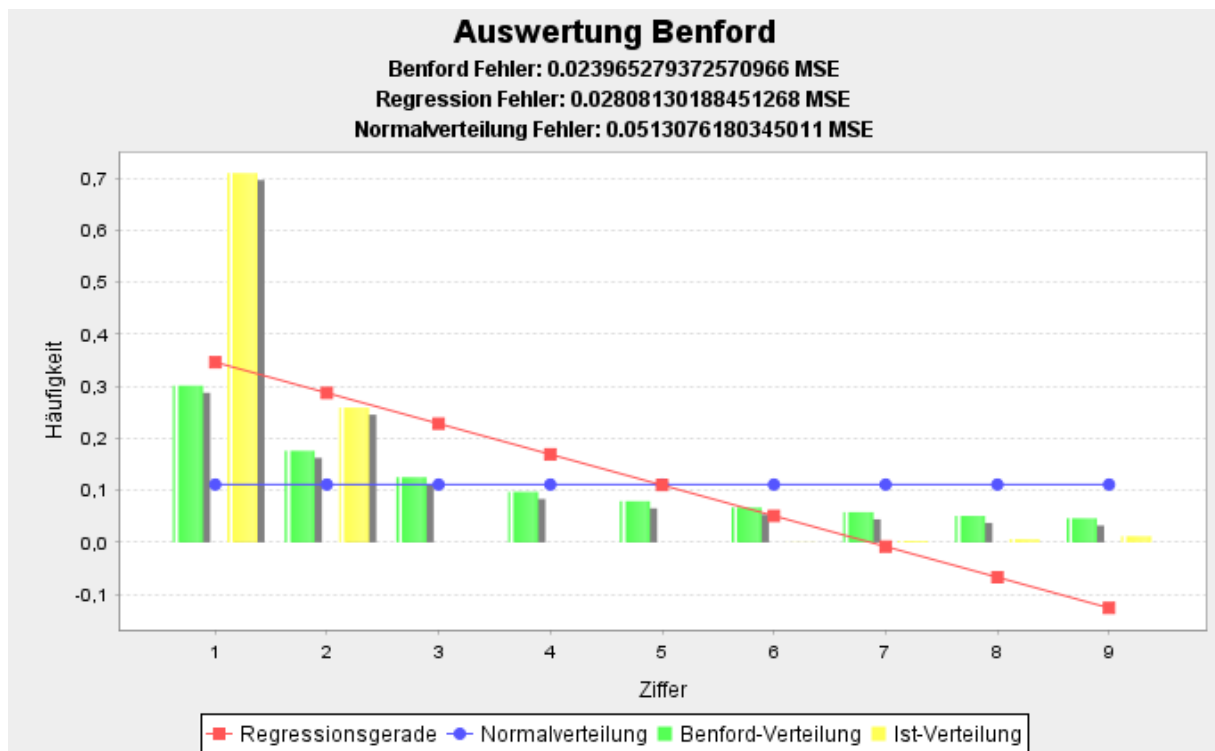
Anhang Abbildung 25 - FRT forge4-ori1 Intensity Scan 1 Auswertung (Fälschung)



Anhang Abbildung 26 - FRT forge4-ori1 Intensity Scan 2 Auswertung (Fälschung)



Anhang Abbildung 27 - FRT forge4-ori1 Intensity Scan 3 Auswertung (Fälschung)



Anhang Abbildung 28 - FRT forge4-ori1 Intensity Scan 4 Auswertung (Fälschung)

Quellenverzeichnis

Onlineartikel

- [KOV15] Kara Kovalchik, *The IRS's Favorite Mathematical Law*, Mental Floss, 14.04.15
Zugriff: 01.01.18
<http://mentalfloss.com/article/63099/irss-favorite-mathematical-law>
- [KAB14] Ladislav Kabát, Helmut Stiller, *Das Benford-Gesetz*, Kriminalistik-Österreich, April 2014
Zugriff: 10.01.18
http://www.ghs-info.de/shop.hjrv Verlag.de/archivedocs/S_Kriminalistik/img/0000508449.pdf
- [HUN1] Norbert Hungerbühler, *Benfords Gesetz über führende Ziffern: Wie die Mathematik Steuersündern das Fürchten lehrt*, Fribourg
Zugriff: 10.01.18
[https://www.ethz.ch/content/dam/ethz/special-interest/dual/educeth-dam/documents/Unterrichtsmaterialien/mathematik/Benfords%20Gesetz%20%C3%BCber%20f%C3%BChrende%20Ziffern%20\(Artikel\)/benford.pdf](https://www.ethz.ch/content/dam/ethz/special-interest/dual/educeth-dam/documents/Unterrichtsmaterialien/mathematik/Benfords%20Gesetz%20%C3%BCber%20f%C3%BChrende%20Ziffern%20(Artikel)/benford.pdf)
- [BEC07] Sonja Beckmann, *Benfords Gesetz: Eins gewinnt*, Der Tagesspiegel, 01.07.07
Zugriff: 10.01.18
<http://www.tagesspiegel.de/wissen/benfords-gesetz-eins-gewinnt/974272.html>
- [GOL11] Ben Goldacre, *Benford's Law: using stats to bust an entire nation for naughtiness*, Bad Science, 17.11.11
Zugriff: 10.01.18
<http://www.spiegel.de/wissenschaft/mensch/mathematisches-gesetz-verletzt-zahlenforscher-findet-hinweise-auf-wahlmanipulation-in-iran-a-632541.html>

[DAM09] Holger Dambeck, *Zahlenforscher findet Hinweise auf Wahlmanipulation in Iran*, Spiegel Online, 26.06.09
Zugriff: 10.01.18
<http://www.spiegel.de/wissenschaft/mensch/mathematisches-gesetz-verletzt-zahlenforscher-findet-hinweise-auf-wahlmanipulation-in-iran-a-632541.html>

Internetquellen

[HAU1] Zugriff: 10.01.18
https://www.haufe.de/finance/finance-office-professional/benford-und-chi-quadrat-test-2-benfords-gesetz-luegendetektor-fuer-die-buchhaltung_idesk_PI11525_HI1927959.html

Bildquellen

Nicht aufgeführte Abbildungen wurden durch die Autoren selbst erstellt

Abbildung 1 http://www.ghs-info.de/shop.hjr-verlag.de/archivedocs/S_Kriminalistik/img/0000508449.pdf
Seite: 249
Zugriff: 10.01.18

Abbildung 2 [https://www.ethz.ch/content/dam/ethz/special-interest/dual/educeth-dam/documents/Unterrichtsmaterialien/mathematik/Benfords%20Gesetz%20%C3%BCber%20f%C3%BChrende%20Ziffern%20\(Artikel\)/benford.pdf](https://www.ethz.ch/content/dam/ethz/special-interest/dual/educeth-dam/documents/Unterrichtsmaterialien/mathematik/Benfords%20Gesetz%20%C3%BCber%20f%C3%BChrende%20Ziffern%20(Artikel)/benford.pdf)
Seite: 2
Zugriff: 10.01.18

Abbildung 3 [https://www.ethz.ch/content/dam/ethz/special-interest/dual/educeth-dam/documents/Unterrichtsmaterialien/mathematik/Benfords%20Gesetz%20%C3%BCber%20f%C3%BChrende%20Ziffern%20\(Artikel\)/benford.pdf](https://www.ethz.ch/content/dam/ethz/special-interest/dual/educeth-dam/documents/Unterrichtsmaterialien/mathematik/Benfords%20Gesetz%20%C3%BCber%20f%C3%BChrende%20Ziffern%20(Artikel)/benford.pdf)
Seite: 8
Zugriff: 10.01.18

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1 - Benford-Verteilung	1
Abbildung 2 - Abgegriffene Logarithmentafel	2
Abbildung 3 - Benford's Daten	2
Abbildung 4 - Benutzerverfläche	5
Abbildung 5 - Beispielauswertung	6
Abbildung 6 - Beispielbild FRT	9
Anhang Abbildung 1 - Auswertung thyssenkrupp AG	11
Anhang Abbildung 2 - Auswertung BARMER	12
Anhang Abbildung 3 - Auswertung BMW	12
Anhang Abbildung 4 - Auswertung Daimler	13
Anhang Abbildung 5 - Auswertung Deutsche Bank	13
Anhang Abbildung 6 - Auswertung DSGVO	14
Anhang Abbildung 7 - Auswertung Allianz	14
Anhang Abbildung 8 - Auswertung Klöckner & Co	15
Anhang Abbildung 9 - Auswertung Siemens	15
Anhang Abbildung 10 - Auswertung VW	16
Anhang Abbildung 11 - Auswertung Paper 1	18
Anhang Abbildung 12 - Auswertung Paper 2	18
Anhang Abbildung 13 - Auswertung Paper 3	19
Anhang Abbildung 14 - Auswertung Paper 4	19
Anhang Abbildung 15 - Auswertung Paper 5	20
Anhang Abbildung 16 - Auswertung Paper 6	20
Anhang Abbildung 17 - Auswertung Paper 7	21
Anhang Abbildung 18 - Auswertung Paper 8	21
Anhang Abbildung 19 - Auswertung Paper 9	22
Anhang Abbildung 20 - Auswertung Paper 10	22
Anhang Abbildung 21 - FRT ori1-forg4 Intensity Scan 1 Auswertung (Original)	23
Anhang Abbildung 22 - FRT ori1-forg4 Intensity Scan 2 Auswertung (Original)	24
Anhang Abbildung 23 - FRT ori1-forg4 Intensity Scan 3 Auswertung (Original)	24
Anhang Abbildung 24 - FRT ori1-forg4 Intensity Scan 4 Auswertung (Original)	25
Anhang Abbildung 25 - FRT forge4-ori1 Intensity Scan 1 Auswertung (Fälschung)	25
Anhang Abbildung 26 - FRT forge4-ori1 Intensity Scan 2 Auswertung (Fälschung)	26
Anhang Abbildung 27 - FRT forge4-ori1 Intensity Scan 3 Auswertung (Fälschung)	26
Anhang Abbildung 28 - FRT forge4-ori1 Intensity Scan 4 Auswertung (Fälschung)	27

Tabellenverzeichnis

<i>Anhang Tabelle 1 - Ausgewählte Geschäftsberichte</i>	<u>11</u>
<i>Anhang Tabelle 2 - Ausgewählte Paper</i>	<u>17</u>