



Modélisation des mouvements de foule

Auteur :

Soufiane FAFE

Encadrants:

Alexandre Ern

Aline Lefebvre-Lepot

Samuel Amstutz

05 février 2020

Sommaire

<i>Sommaire</i>	2
<i>Introduction</i>	3
<i>I. Le modèle des forces sociales.</i>	4
1) Présentation du modèle :	4
2) Du modèle à la simulation :	7
3) Résultats :	8
<i>II. Le modèle granulaire.</i>	10
1) Présentation du modèle :.....	10
2) Schéma numérique :	11
3) Quelques résultats :	11
<i>Conclusion</i>	13
<i>Références</i>	14

Introduction

Les mouvements de panique dans les foules denses sont toujours impressionnants par l'ampleur des dégâts qu'ils occasionnent. Sept mouvements de foule ont endeuillé La Mecque entre 1990 et 2015 lors du grand pèlerinage annuel à Mina. Le dernier, en date du 24 septembre 2015, a entraîné la mort de plus de 2100 personnes. Plus récemment, le 3 juin 2017, à Turin, lors de la projection en extérieur de la finale de la Ligue des champions, 1500 personnes ont été blessées à cause d'un mouvement de panique.

Ces mouvements de foule sont malheureusement le plus souvent issus de réactions imprévisibles. Néanmoins, si la réaction d'un individu pris seul est souvent imprévisible, le grand nombre diminue la part d'aléatoire, et ce sont souvent les mêmes schémas qui se répètent dans ce genre de situation. L'importance des enjeux sécuritaires liés à ces mouvements de foule motive donc la recherche sur ce sujet, d'autant plus qu'il s'agit d'un domaine où les recherches sont encore peu nombreuses.

Comprendre les mécanismes des mouvements de foule permettrait donc de limiter le nombre d'événements de ce genre, par exemple en déterminant les risques encourus en fonction de la densité de la foule. Pour les organisateurs d'événements, comme les concerts, les festivals ou les fan zones, prévoir les mouvements de foule permettrait de mieux calibrer le nombre et la taille des voies d'évacuation ou d'adapter le positionnement des agents de sécurité et leur nombre pour atteindre la source du problème.

Cela était ma motivation pour choisir ce sujet de modal, afin de comprendre les mécanismes et aussi de savoir quelques modèles pour modéliser la foule, et aussi pour les simuler et voir en proche ce que donne ces modèles

I. Le modèle des forces sociales.

1) Présentation du modèle :

Dans cette section, on va présenter les modèles des forces sociales, selon [1, 2, 3].

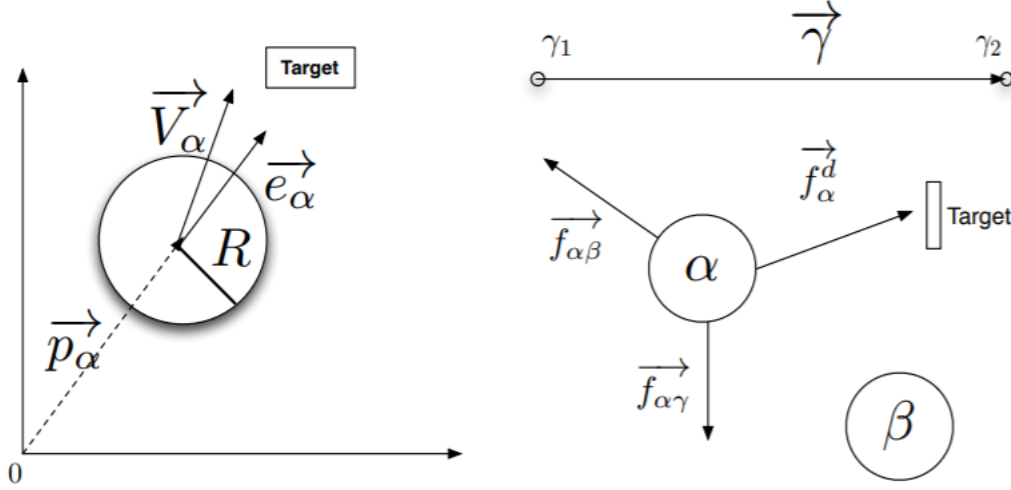


Figure 1 : Notation pour les piétons

a) Les propriétés décrivant un piéton. b) Forces agissant sur un piéton.

(\vec{p}_α) Vecteur position, (\vec{V}_α) vecteur vitesse, (R_α) rayon, $(\vec{f}_{\alpha\beta})$ force d'interaction entre les piétons, $(\vec{f}_{\alpha\gamma})$ force répulsive du mur, (\vec{f}_α^d) force pointant vers la sortie, (\vec{e}_α) vecteur unitaire pointant vers la sortie.

Dans ce modèle, le comportement de chaque piéton est défini par une série de forces sociales. Nous allons décrire trois forces principales, qui représentent chacune une tendance des piétons. Ces forces sont la force de mouvement souhaitée, la force d'interaction entre les piétons et la force de répulsion des murs.

Dans la maquette, un piéton est représenté par un cercle avec un centre, un rayon et une vitesse de courant. Les murs sont représentés sous forme de segments de ligne. La direction souhaitée est représentée en assignant à chaque piéton une cible vers laquelle il doit se diriger.

La force résultante (\vec{f}_α) pour un piéton α est la somme des trois forces principales :

$$\vec{f}_\alpha = \vec{f}_\alpha^d + \sum_{\beta \neq \alpha} \vec{f}_{\alpha\beta} + \sum_{\gamma} \vec{f}_{\alpha\gamma}$$

Ici \vec{f}_α^d est la force de mouvement désirée, \vec{f}_α^d est la force d'interaction du piéton β et $\vec{f}_{\alpha\gamma}$ est la force de répulsion du mur γ .

a) La force de mouvement souhaitée

La force de mouvement souhaitée représente le désir des piétons de se déplacer vers sa cible. L'idée est qu'un piéton, s'il n'est pas gêné, se déplacera vers sa cible à une vitesse initiale souhaitée qui est donnée comme paramètre. La force de mouvement souhaitée est une force dépendant de la vitesse par la relation:

$$\vec{f}_\alpha^d(t) = \frac{1}{\tau} \left(V_\alpha^d(t) \vec{e}_\alpha - \vec{V}_\alpha(t) \right)$$

$V_\alpha^d(t)$ est la vitesse souhaitée au temps t , \vec{e}_α est le vecteur unité pointant vers la cible, et $\vec{V}_\alpha(t)$ est la vitesse réelle du piéton au temps t , j'ai choisis $\vec{V}_\alpha(0) = \vec{0}$.

τ est le temps de relaxation.

$V_\alpha^d(t)$ Peut varier dans le temps par la relation :

$$V_\alpha^d(t) = (1 - \eta_\alpha(t)) V_\alpha^{Id} + \eta_\alpha(t) V_\alpha^{\max}$$

$V_\alpha^{\max} = C V_\alpha^{Id}$ et $C \approx 1.3$, V_α^{Id} la vitesse initiale souhaitée.

$\eta_\alpha(t) = 1 - \frac{\langle V_\alpha(t) \rangle}{V_\alpha^{Id}}$: C'est le facteur d'impatience du piéton.

$\langle V_\alpha(t) \rangle$: C'est la vitesse moyenne dans la direction souhaitée.

b) Force d'interaction entre les piétons

La fonction de la force d'interaction entre les piétons dépend de la position et de la vitesse des deux piétons, et elle est donnée par:

$$\vec{f}_{\alpha\beta}(t) = w(\theta_{\alpha\beta}) \vec{g}(d_{\alpha\beta}(t))$$

$\theta_{\alpha\beta}$ est l'angle qui est entre la direction du mouvement de α et le vecteur pointant de α à β .

$d_{\alpha\beta}$ est la distance entre le piéton α et le piéton β .

$$w(\theta_{\alpha\beta}) = \left(\lambda + (1 - \lambda) \frac{1 + \cos \theta}{2} \right)$$

$w(\theta_{\alpha\beta})$ modifie la force par une composante pondulatoire, cela correspond au fait que le piéton prête plus d'attention (et donc interagit plus fortement avec) aux autres piétons devant lui, que derrière lui.

Le paramètre λ détermine la prononciation de cette propriété anisotropique du modèle.

$$\vec{g}(d_{\alpha\beta}) = A e^{\left(\frac{R_\alpha + R_\beta - d_{\alpha\beta}}{B} \right)} \vec{u}_{\beta\alpha}$$

$A = 3$ et $B = 0.2$ selon [1, 2, 3].

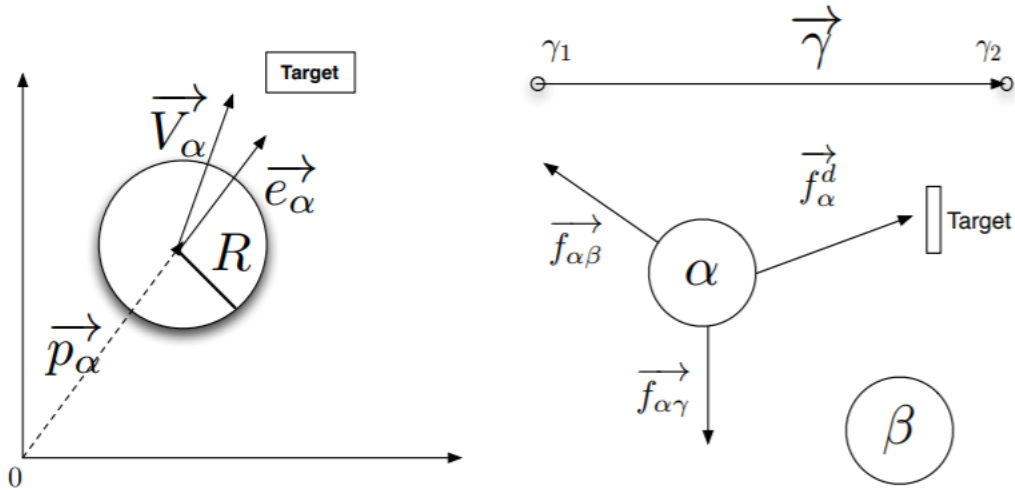


Figure 2 : Interaction entre deux piétons.

a) Notation pour l'interaction

b) Relation entre la distance et la force

c) La force de répulsion des murs.

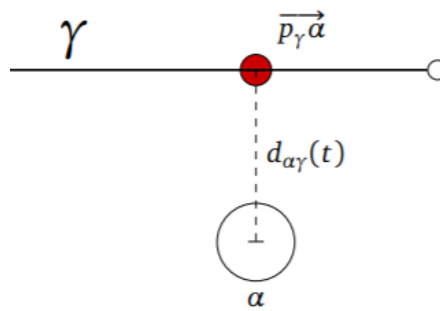


Figure 3 : Notation de l'interaction entre un piéton et un mur.

La force de répulsion des murs est la force qui mesure le désir du piéton d'éviter le mur, et empêche les piétons d'entrer dans les murs, voire de les traverser, dans la simulation. Comme dans le cas de la force d'interaction entre les piétons, la force de répulsion des murs fonctionne sans prendre en compte les forces physiques entre les murs et les piétons.

La force de répulsion du mur γ est donnée par :

$$\vec{f}_{\alpha\gamma}(t) = -\nabla_{\vec{p}_\alpha} h(d_{\alpha\gamma}(t))$$

h est un potentiel répulsif.

$d_{\alpha\gamma}$ est la distance du piéton au point le plus proche du mur au temps t .

$\nabla_{\vec{p}_\alpha}$ est le gradient suivant \vec{p}_α

$$h(d_{\alpha\gamma}(t)) = U e^{\frac{-d_{\alpha\gamma}(t)}{R_\alpha}}$$

$$f_{\alpha\gamma}(t) = - \left(\frac{\partial}{\partial d_{\alpha\gamma}(t)} U e^{\frac{-d_{\alpha\gamma}(t)}{R_\alpha}} \right) \vec{u}_{\gamma\alpha}$$

$$f_{\alpha\gamma}(t) = \frac{U}{R_\alpha} e^{\frac{-d_{\alpha\gamma}(t)}{R_\alpha}} \vec{u}_{\gamma\alpha}$$

$U = 10$ Selon [1, 2, 3]

2) Du modèle à la simulation :

Le modèle peut être considéré comme représentant $4n$ équations différentielles couplées, où n est le nombre de piétons. Ces équations différentielles décrivent les positions et la vitesse de déplacement des piétons dans les directions x et y . Comme nous ne pouvons pas résoudre ces équations de manière analytique, nous les approximerons en effectuant des simulations numériques par des pas de temps discrets. Il existe différentes façons d'approcher les équations différentielles telles que celles représentées par le modèle ; nous avons choisi d'utiliser la méthode d'Euler car elle est simple à utiliser.

$$X(t) = \begin{bmatrix} \vec{P}_1(t) \\ \vdots \\ \vec{P}_n(t) \\ \vec{V}_1(t) \\ \vdots \\ \vec{V}_n(t) \end{bmatrix} \quad \frac{dX}{dt}(t) = \begin{bmatrix} \vec{V}_1(t) \\ \vdots \\ \vec{V}_n(t) \\ \vec{a}_1(t) \\ \vdots \\ \vec{a}_n(t) \end{bmatrix} = F(X(t))$$

$$\text{Où } F(X(t)) = \begin{bmatrix} \vec{V}_1(t) \\ \vdots \\ \vec{V}_n(t) \\ \vec{f}_1(X(t)) \\ \vdots \\ \vec{f}_n(X(t)) \end{bmatrix}$$

$$\text{Et } \vec{f}_i(t) = \vec{f}_i^d(t) + \sum_{i \neq j} \vec{f}_{ij}(t) + \sum_{\gamma} \vec{f}_{i\gamma}(t)$$

Ainsi on calcule $X(t)$ par la relation :

$$\left\{ \begin{array}{l} X(t + \Delta t) = X(t) + \Delta t \times F(X(t)) \\ X(0) = \begin{bmatrix} \vec{P}_1(0) \\ \vdots \\ \vec{P}_n(0) \\ \vec{0} \\ \vdots \\ \vec{0} \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

- **Les constantes :**

$$\begin{aligned} A &= 3 \\ \lambda &= 0.75 \\ V_{\alpha}^{id} &= 1.3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 0.2 \\ R &= 0.3 \\ V_{\alpha}^{max} &= 1.3 V_{\alpha}^{id} \end{aligned}$$

$$U = 10$$

3) Résultats :

Dans cette section, nous décrivons quelques résultats de nos simulations.

a) Absence d'obstacle :

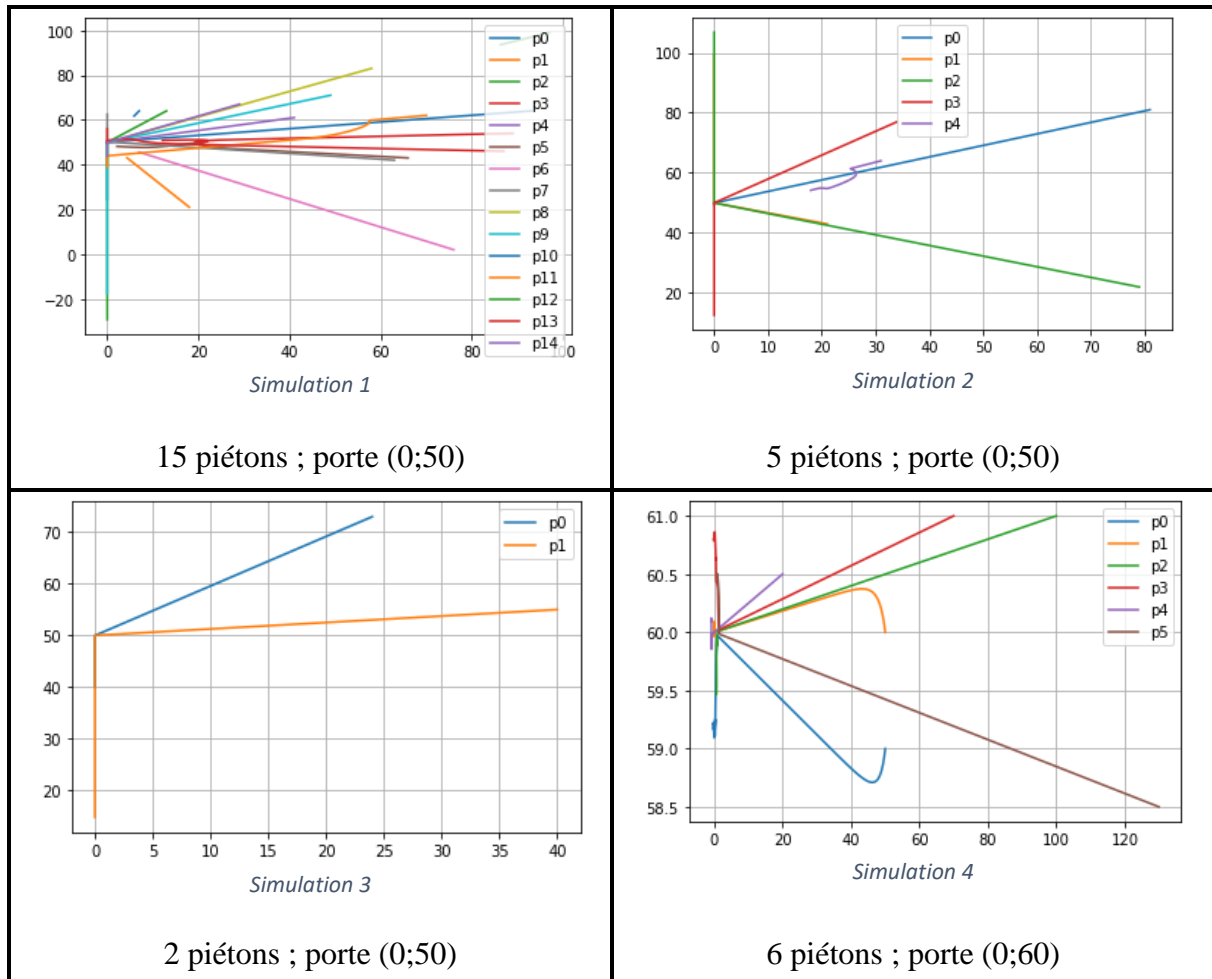
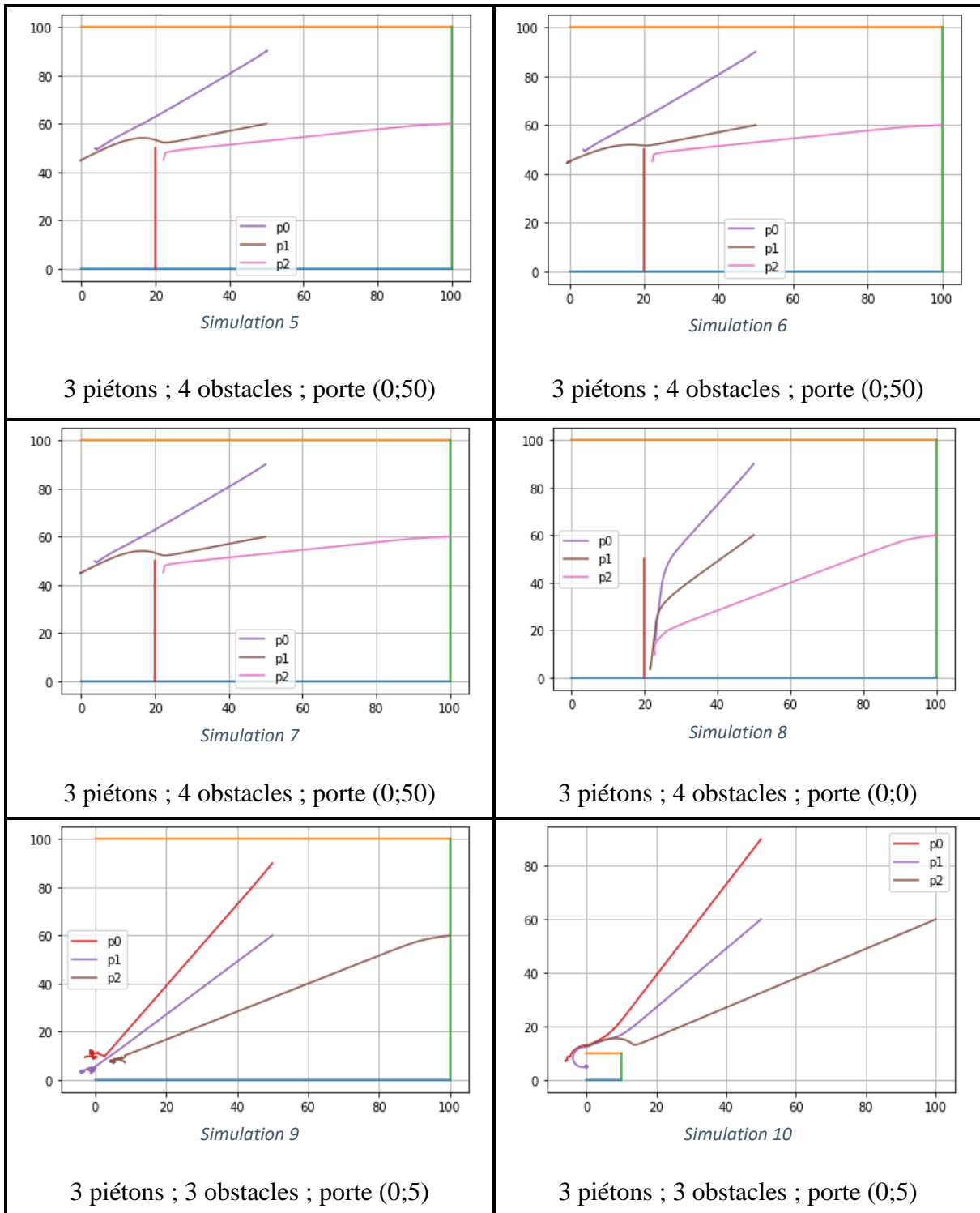


Figure 4 : Simulation des piétons dans une salle sans obstacles.

Dans les trois premières simulations, on voit que les piétons ont l'intérêt de partir directement vers la sortie, sans changer de direction. Alors que dans la simulation numéro 4, on voit que deux piétons ont changé leur direction au début, car ils étaient très proches.

b) Présence d'obstacles :



Simulation 11 : Simulation des piétons dans une salle avec obstacles.

Pour tester le modèle avec les obstacles, on a créé dans la simulation 9 trois murs, mais on remarque que seulement le piéton (P2) qui a ressenti l'effet du mur, car il était très proche de lui. Donc on a décidé d'ajouter des obstacles devant la porte, pour voir comment les piétons vont agir. On voit bien que les piétons évitent les obstacles et vont vers la cible même en tournant.

Pour tester la limite du modèle, on a ajouté un mur au milieu de la salle. On remarque que dans la simulation 8 le mur cache totalement la porte, et qu'aucun piéton n'a réussi d'éviter l'obstacle car ils ont changé leur direction désirée.

c) obstacle de types couloir :

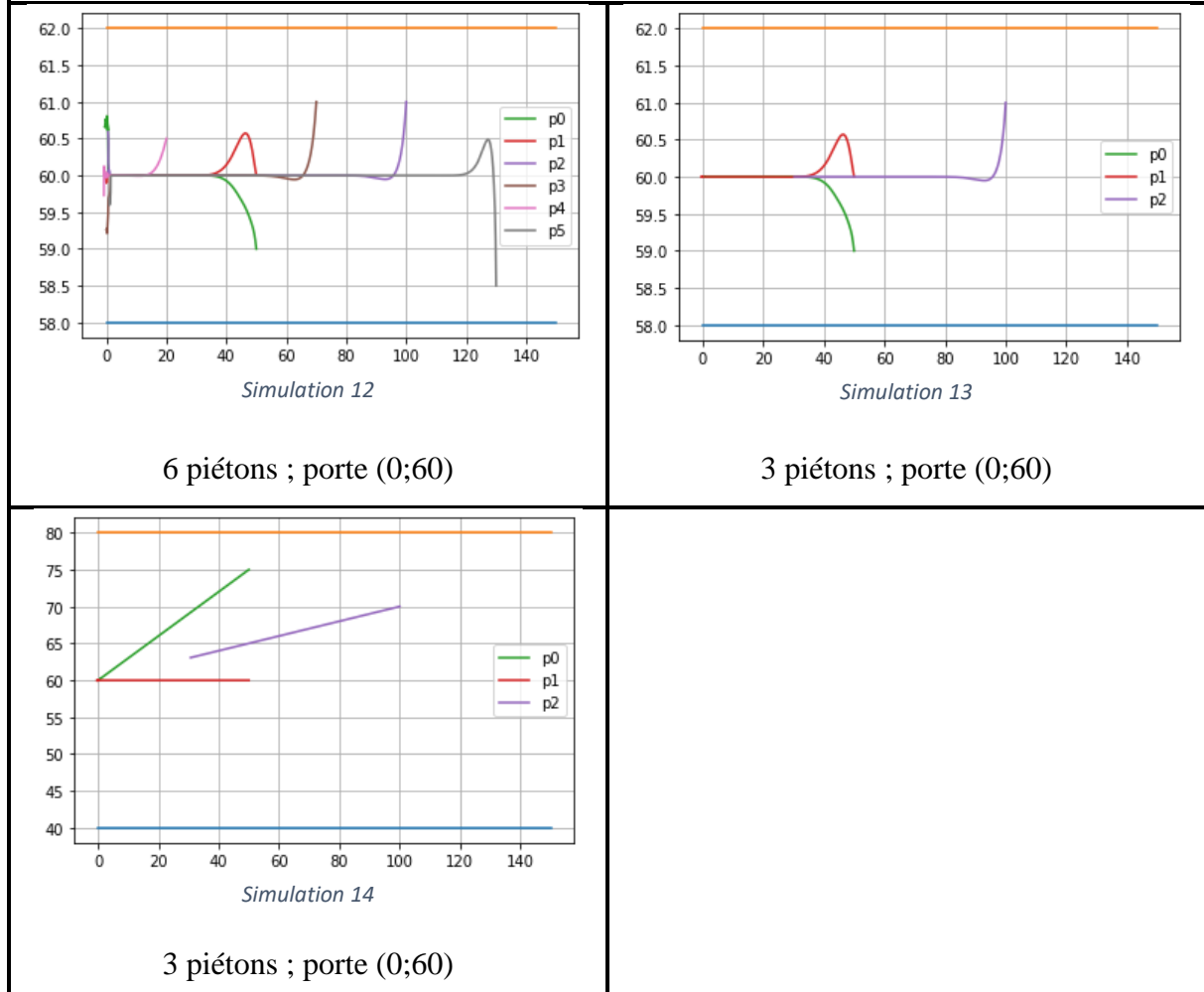


Figure 5 : Simulation des piétons dans une salle couloir

On a commencé par mettre des couloirs assez loin (simulation 14), on remarque l'absence des effets des obstacles, car ils ont une décroissance exponentielle vers le zéro, ainsi on a réduit la distance du couloir (simulation 13 et 14).

Puisque la porte est au centre du couloir, on voit que quelques piétons sont affectés par l'effet du mur et de couloir, donc ils vont au milieu où la somme des forces des obstacles s'annule car ils ont des directions opposées.

II. Le modèle granulaire.

1) Présentation du modèle :

On considère N personnes à des particules rigides définies par le centre $q_i = (q_i^x; q_i^y)$:

$$\mathbf{q} = (\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_N) \in \mathbb{R}^{2N}$$

La vitesse est donnée par : $U(q) = (U_1(q), \dots, U_N(q)) \in \mathbb{R}^{2N}$

L'équation différentielle est donnée par :

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{q}}{dt} = P_{c_q} \mathbf{U}(\mathbf{q}), \\ \mathbf{q}(0) = \mathbf{q}_0 \in Q, \end{cases}$$

Où :

$$c_q = \{ \mathbf{v} \in \mathbb{R}^{2N}, \forall i < j \quad D_{ij}(\mathbf{q}) = 0 \Rightarrow \mathbf{G}_{ij}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{v} \geq 0 \},$$

$$D_{ij}(\mathbf{q}) = |\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j| - 2r$$

$$\mathbf{G}_{ij}(\mathbf{q}) = \nabla D_{ij}(\mathbf{q}) = (0, \dots, 0, -\mathbf{e}_{ij}(\mathbf{q}), 0, \dots, 0, \mathbf{e}_{ij}(\mathbf{q}), 0, \dots, 0) \in \mathbb{R}^{2N}$$

P_{c_q} est la projection de la vitesse souhaitée \mathbf{U} sur l'espace des vitesses admissibles c_q .

Le choix de cet espace c_q revient à : Dès qu'il y a contact entre les personnes i et j , la vitesse effective ne peut qu'augmenter (au sens large) la distance entre elles.

2) Schéma numérique :

L'algorithme est :

$$\begin{aligned} \text{Initialisation :} & \quad \mathbf{q}_0^n = \mathbf{q}_0 \\ \text{Boucle en temps :} & \quad \mathbf{q}_k^n \text{ connu} \\ & \quad \mathbf{u}_k^n = P_{C_h(\mathbf{q}_k^n)}(\mathbf{U}(\mathbf{q}_k^n)) \\ & \quad \text{où } C_h(\mathbf{q}_k^n) = \{ \mathbf{v} \in \mathbb{R}^{2N}, D_{ij}(\mathbf{q}_k^n) + h \mathbf{G}_{ij}(\mathbf{q}_k^n) \cdot \mathbf{v} \geq 0 \quad \forall i < j \} \\ & \quad \mathbf{q}_{k+1}^n = \mathbf{q}_k^n + h \mathbf{u}_k^n \end{aligned}$$

Où la projection est calculée par l'algorithme du d'Uzawa.

3) Quelques résultats :

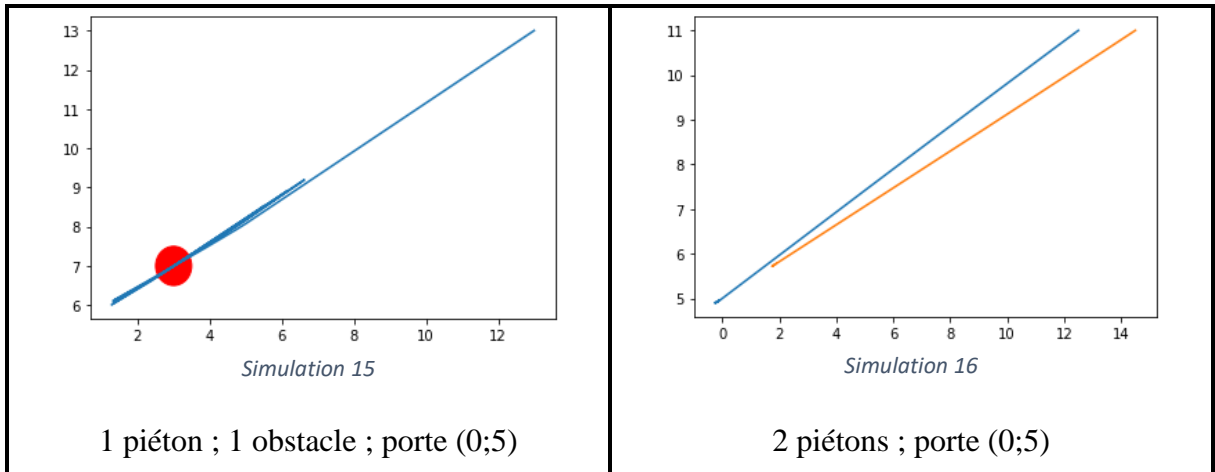


Figure 6 : simulation des piétons avec le nouveau modèle

On a réussi à implémenter le modèle sans obstacles comme on voit sur la simulation 16, mais ce n'était pas ça notre but car on peut simuler avec le premier modèle les piétons sans obstacles.

On a implémenté le modèle avec obstacles, mais il y a encore certaines bugs dans notre programme, cela se voit bien sur la simulation 15 où le piéton devait tourner pour éviter l'obstacle et de ne pas l'affranchir.

Conclusion

Ce modal a été pour moi l'occasion de mener un projet de recherche sur un sujet qui m'était étranger, la thématique des mouvements de foule est vaste et difficile à traiter dans son intégralité.

Dans ce modal, on a vu plusieurs modèles pour la simulation des mouvements de la foule, on a commencé par un modèle assez simple qui est le modèle des forces sociales, qui est riche, car il prend en considération les mouvements des piétons entre eux et aussi les obstacles, mais il ne permet pas de changer la vitesse souhaitée, ainsi on ne peut pas éviter des obstacles qui sont près de la sortie, ainsi on a changé le modèle par un modèle qui prend en considération le changement de la cible, et cela en faisant une projection sur l'espace de la vitesse admissible, ainsi on approche la vitesse souhaitée par la plus proche vitesse réelle.

Malheureusement, je n'avais pas assez de temps pour corriger les bugs du deuxième programme, qui pouvait donner des résultats intéressants.

Références

- 1 - Helbing, Dirk, Buzna, Lubos, Johansson, Anders and Werner, Torsten, 2005. "Self-organized pedestrian crowd dynamics: Experiments, simulations and design solutions".
- 2 - Helbing, Dirk, Farkas, Illés and Vicsek, Tamás, 2000. "Simulating dynamical features of escape panic".
- 3 - Helbing, Dirk and Molnár, Péter, 1995. "Social force model for pedestrian dynamics".
- 4 - B. Maury and J. Venel. Handling of contacts in crowd motion simulations. In Traffic and Granular Flow 2007, Springer, Berlin, 2009