

# Programmazione Dichiarativa

Jacopo Castellini

A.A. 2015/16

## Testo del progetto

Si consideri un tragitto percorso da un autobus. Si può considerare il tempo trascorso durante il tragitto come discretizzato. Ovvero come se il tragitto fosse composto da una successione di punti significativi (per es. le fermate).

Identifichiamo i punti significativi con i numeri  $P = \{1, 2, 3, \dots, K\}$ . Vi sono punti "significativi" di due tipi:

\*) le fermate (un insieme di punti  $F$  sottoinsieme di  $P$ )

\*) i checkpoint (l'insieme dei punti che non sono fermate:  $C = P - F$ )

Alle fermate l'autobus si ferma e possono salire e/o scendere delle persone. I checkpoint non sono fermate e nessuno può salire o scendere, ma tra due fermate consecutive ci possono essere uno o più checkpoint.

Supponiamo di rappresentare anche le persone come numeri interi e che per ogni istante  $j$  in  $C$  sia  $X_j$  l'insieme (incognito) delle persone a bordo dell'autobus. Per semplicità supponiamo anche che se una persona scende, poi non risale più.

Supponiamo anche che per ogni checkpoint  $k$  in  $C$  si sappia che l'insieme delle persone  $X_k$  è incluso in un insieme  $Y_k$ . (Ovvero  $Y_k$  è una stima per eccesso di quali siano le persone a bordo:  $Y_k$  include sicuramente tutti quelli che sono a bordo ma potrebbe contenerne anche altri "estranei").

Si noti che se  $j$ , ed  $h$ , sono due checkpoint tra due fermate consecutive (cioè tra  $j$  e  $h$  non c'è alcuna fermata) allora necessariamente  $X_j = X_h$ , inoltre  $Y_j$  include  $X_j$  e  $Y_h$  include  $X_h$ . Ma  $Y_j$  e  $Y_h$  possono essere diversi.

Problema consiste nel determinare tutti gli insiemi  $X_j$  incogniti (per ogni  $j$  in  $C$ ) conoscendo solo gli insiemi  $Y_r$  (per ogni  $r$  in  $C$ ). Dato che ci potrebbe essere più di una sola soluzione (per esempio la soluzione banale in cui tutti gli  $X_j$  sono vuoti e' ammissibile), si vuole identificare la soluzione che minimizza le cardinalità degli insiemi  $Y_j - X_j$ . Ovvero quella "ottimista" che considera che le stime siano più affidabili possibile.

## Implementazioni

Abbiamo fornito la soluzione al problema sia nel linguaggio ASP sia nel linguaggio CLP.

La soluzione in ASP (file *solver\_asp.lp*) è la seguente:

```
{xj(J,P):checkpoint(J),person(P)}:-yj(J,P).  
  
:-xj(J,P),checkpoint(J),person(P),J==I+1,checkpoint(I),not xj(I,P).  
:-xj(J,P),checkpoint(J),person(P),J==I-1,checkpoint(I),not xj(I,P).  
  
#maximize{xj(J,P):checkpoint(J),person(P)}.  
#hide.  
#show xj/2.
```

L'approccio utilizzato è di tipo generate and test, cioè vengono prima generate tutte le possibili soluzioni e poi ne viene testata l'effettiva validità. Tramite un ground cardinality constraint vengono generati tutti i possibili atomi  $X_j$  per cui esiste il corrispondente  $Y_j$  (fase generate), mentre i due

vincoli sotto servono ad escludere gli atomi che non sono effettivamente corretti (fase test), cioè quelli che indicano una persona P presente in un checkpoint J ma non in quelli adiacenti J+1 e/o J-1 (poiché se due checkpoint i e j sono vicini allora deve valere  $X_i = X_j$ ). L'istruzione maximize calcola l'answer set che massimizza la cardinalità dell'insieme contenente gli atomi  $X_j$  (poiché massimizzare quello è come minimizzare gli insiemi  $Y_j - X_j$ ), mentre le ultime due righe servono a presentare la soluzione.

La soluzione CLP (file *solver\_clp.pl*) invece è la seguente:

```
:-use_module(library(clpfd)).

checkpoint(X,L):-element(_,L,X).

not_present(X,Y,L):-get_people(X,L,R),all_different([Y|R]).

get_people(_,[],[]).
get_people(X,[[Y,Z]|T],R):-X==Y,get_people(X,T,R1),R=[Z|R1].
get_people(X,[[Y,_]|T],R):-X\=Y,get_people(X,T,R).

solve(C,L,R):-length(L,N),length(R,N),R ins 0..1,constraints(C,R,L,L),sum(R,#=,V),labeling([max(V)],R).

constraints(_,[],[],_).
constraints(C,[A|R],[[X,Y]|T],L):-check(C,A,X,Y,L),constraints(C,R,T,L).

check(C,A,X,Y,L):-J#=X+1,checkpoint(J,C),not_present(J,Y,L),A#=0.
check(C,A,X,Y,L):-J#=X-1,checkpoint(J,C),not_present(J,Y,L),A#=0.
check(_,_,_,_,_).

xj(C,L,R):-solve(C,L,V),get_list(L,V,R).

get_list([],[],[]).
get_list([X|T],[A|Z],R):-A==1,get_list(T,Z,R1),R=[X|R1].
get_list([_|T],[A|Z],R):-A==0,get_list(T,Z,R).
```

La prima riga importa la libreria per poter utilizzare le funzionalità di CLP(FD) in Prolog. L'approccio utilizzato è di tipo constraint and generate, cioè prima vengono posti dei vincoli ai possibili valori che le variabili possono assumere e poi vengono generate le soluzioni che li rispettano. La regola checkpoint serve a vincolare una data variabile X a rappresentare un checkpoint in L, mentre la regola not\_present serve a vincolare una variabile Y ad essere diversa da tutte le persone presenti in un dato checkpoint X, rappresentate da R e calcolata dalle regole get\_people. Queste due regole verranno usate successivamente nella fase di constraint del programma. La regola solve serve a calcolare la soluzione al problema, indicata da R. Viene creata una lista delle stesse dimensioni di quella contenente i valori dei vari  $Y_j$ , con gli elementi vincolati ad assumere valore 0 o 1 (a seconda che una persona si consideri effettivamente presente in un  $X_j$  o no), poi la soluzione viene vincolata e ne viene massimizzato il numero di persone presenti. La regola ricorsiva constraints servono ad imporre i vincoli sulle soluzioni. Le regole check servono ad imporre una variabile A ad assumere valore 0 se vengono violati i vincoli sulla presenza di persone nei checkpoint adiacenti  $X+1$  e/o  $X-1$ . La regola xj è quella che va invoca per ottenere effettivamente la soluzione R, la quale indica la lista delle persone nei vari checkpoint, ottenuta attraverso la soluzione di solve e le regole per get\_list.

## Esperimenti

Vogliamo presentare due istanze per provare la correttezza delle nostre implementazioni. La prima è formata dall'insieme di checkpoint  $C=\{2,3,4,7,8,10\}$  e dagli insiemi  $Y_2=\{1,3,4,9\}$ ,  $Y_3=\{1,4,10\}$ ,  $Y_4=\{1,3,4\}$ ,  $Y_7=\{3,4,5,6,7,8\}$ ,  $Y_8=\{3,5,7,8,10\}$ ,  $Y_{10}=\{4,5,7,9,10\}$ . La soluzione ottima è data dagli insiemi  $X_2=X_3=X_4=\{1,4\}$ ,  $X_7=X_8=\{3,5,7,8\}$ ,  $X_{10}=\{4,5,7,9,10\}$ . L'istanza è rappresentata in

ASP da un file contenente gli atomi che la definiscono (file *instance1\_asp.lp*):

```
checkpoint(2;3;4;7;8;10).
```

```
person(1..10).
```

```
yj(2,1).
yj(2,3).
yj(2,4).
yj(2,9).
yj(3,1).
yj(3,4).
yj(3,10).
yj(4,1).
yj(4,3).
yj(4,4).
yj(7,3).
yj(7,4).
yj(7,5).
yj(7,6).
yj(7,7).
yj(7,8).
yj(8,3).
yj(8,5).
yj(8,7).
yj(8,8).
yj(8,10).
yj(10,4).
yj(10,5).
yj(10,7).
yj(10,9).
yj(10,10).
```

Per ottenere la soluzione basta lanciare da terminale il comando *clingo instance1\_asp.lp solver\_asp.lp*, il cui output è:

```
Answer: 20
xj(10,10) xj(10,9) xj(10,7) xj(10,5) xj(10,4) xj(8,8) xj(8,7) xj(8,5) xj(8,3) xj(7,8)
xj(7,7) xj(7,5) xj(7,3) xj(4,4) xj(4,1) xj(3,4) xj(3,1) xj(2,4) xj(2,1)
Optimization: 7
OPTIMUM FOUND

Models      : 1
Enumerated: 20
Optimum    : yes
Optimization: 7
Time       : 0.016
Prepare    : 0.000
Prepro.    : 0.000
Solving    : 0.016
```

Per quanto riguarda la soluzione in CLP invece, dopo aver richiamato il goal *consult(solver\_clp.pl)*, per caricare il file contenente le definizioni sopra, basta invece richiamare il goal *xj([2,3,4,7,8,10], [[2,1],[2,3],[2,4],[2,9],[3,1],[3,4],[3,10],[4,1],[4,3],[4,4],[7,3],[7,4],[7,5],[7,6],[7,7],[7,8],[8,3],[8,5],[8,7],[8,8],[8,10],[10,4],[10,5],[10,7],[10,9],[10,10]],R)*, dove il primo argomento rappresenta i checkpoint ed il secondo rappresenta i vari insiemi Yj. L'output è il seguente:

```
R = [[2, 1], [2, 4], [3, 1], [3, 4], [4, 1], [4, 4], [7, 3], [7, 5], [7, 7], [7, 8],
      [8, 3], [8, 5], [8, 7], [8, 8], [10, 4], [10, 5], [10, 7], [10, 9], [10, 10]] ■
```

La seconda istanza invece è formata dai checkpoint  $C=\{2,4,5,8,10,11\}$  e dagli insiemi  $Y2=\{1,2,4,9,11\}$ ,  $Y4=\{1,3,4,8,10\}$ ,  $Y5=\{1,2,4,10\}$ ,  $Y8=\{2,5,6,10\}$ ,  $Y10=\{3,4,8,9,10,12\}$ ,  $Y11=\{3,5,8,12\}$ . La soluzione ottima è  $X2=\{1,2,4,9,11\}$ ,  $X4=X5=\{1,4,10\}$ ,  $X8=\{2,5,6,10\}$ ,  $X10=X11=\{3,8,12\}$ . L'istanza ASP (file *instance2\_asp.lp*) è la seguente:

checkpoint(2;4;5;8;10;11).

person(1..12).

yj(2,1).  
yj(2,2).  
yj(2,4).  
yj(2,9).  
yj(2,11).  
yj(4,1).  
yj(4,3).  
yj(4,4).  
yj(4,8).  
yj(4,10).  
yj(5,1).  
yj(5,2).  
yj(5,4).  
yj(5,10).  
yj(8,2).  
yj(8,5).  
yj(8,6).  
yj(8,10).  
yj(10,3).  
yj(10,4).  
yj(10,8).  
yj(10,9).  
yj(10,10).  
yj(10,12).  
yj(11,3).  
yj(11,5).  
yj(11,8).  
yj(11,12).

Per calcolare la soluzione lanciamo da terminale il comando *clingo instance2\_asp.lp solver\_asp.lp*, e si ottiene:

```
Answer: 22
xj(11,12) xj(11,8) xj(11,3) xj(10,12) xj(10,8) xj(10,3) xj(8,10) xj(8,6) xj(8,5) xj(8,2) xj(5,10)
xj(5,4) xj(5,1) xj(4,10) xj(4,4) xj(4,1) xj(2,11) xj(2,9) xj(2,4) xj(2,2) xj(2,1)
Optimization: 7
OPTIMUM FOUND

Models      : 1
Enumerated: 22
Optimum    : yes
Optimization: 7
Time       : 0.000
Prepare    : 0.000
Prepro.    : 0.000
Solving    : 0.000
```

Per quanto riguarda il CLP invece, sempre dopo aver caricato le definizioni delle regole come prima, basta lanciare il goal *xj([2,4,5,8,10,11],[[2,1],[2,2],[2,4],[2,9],[2,11],[4,1],[4,3],[4,4],[4,8],[4,10],[5,1],[5,2],[5,4],[5,10],[8,2],[8,5],[8,6],[8,10],[10,3],[10,4],[10,8],[10,9],[10,10],[10,12],[11,3],[11,5],[11,8],[11,12]],R)*. L'output è il seguente:

R = [[2, 1], [2, 2], [2, 4], [2, 9], [2, 11], [4, 1], [4, 4], [4, 10], [5, 1], [5, 4], [5, 10],  
[8, 2], [8, 5], [8, 6], [8, 10], [10, 3], [10, 8], [10, 12], [11, 3], [11, 8], [11, 12]] ■