

# 一些公式推导

2022 年 1 月 26 日

## 1 ODE 碰撞模型

在 ODE 里, 简化的 LCP 方程如下:

$$\begin{aligned} A\lambda &= b + w \\ s.t. \quad \lambda_n &\geq 0 \\ -F_{max} &\leq \lambda_f \leq F_{max} \end{aligned} \tag{1}$$

如果某一维  $CFM_r \rightarrow +\infty$ , 那么这一维求解数值  $\lambda_r = 0$ . 把矩阵乘法展开,  $A_{rr}$  只在矩阵的第  $r$  行存在,  $A_{r1}x_1 + \dots + A_{rr}x_r + \dots + A_{rN}x_N = b_r$ . 这里令  $x_r = 0$ . 在求解剩余变量的时候, 可以把  $A$  矩阵的第  $r$  行和第  $j$  列删掉, 然后给  $w_r$  一个非 0 的值.

或者只把矩阵的第  $r$  列删掉 (关于  $x_r$  的部分), 求解一个超定方程. 这里超定方程就只能转化成一个带约束的优化问题, 进行求解了.

关于 CFM 的导数: (先不考虑 LCP 的约束..) 对于线性方程,  $Ax = b, A = A_0 + \epsilon$

$$\frac{\partial L}{\partial A} = -A^{-1} \frac{\partial L}{\partial x} x^T, \frac{\partial L}{\partial \epsilon} = \text{diag}\left(\frac{\partial L}{\partial A}\right) = -(A^{-1} \frac{\partial L}{\partial x}) \otimes x \tag{2}$$