

Oppgavesett 1

naturlig deduksjon av setningslogikk

Severin Gartland og OpenAI o3-mini

28.02.2025

Innhold

1 Oppavesett 1	3
1.1 Oppvarmingsoppgaver	3
1.1.1 Øvelse	3
1.1.2 Øvelse	3
1.1.3 Øvelse	3
1.1.4 Øvelse	3
1.1.5 Øvelse	3
1.1.6 Løsningsforslag	4
Øvelse 1.1.1	4
Øvelse 1.1.2	4
Øvelse 1.1.3	4
Øvelse 1.1.4	5
Øvelse 1.1.5	5
1.2 Nivå 1	6
1.2.1 Øvelse	6
1.2.2 Øvelse	6
1.2.3 Øvelse	6
1.2.4 Øvelse	6
1.2.5 Øvelse	6
1.2.6 Løsningsforslag	7
Øvelse 1.2.1	7
Øvelse 1.2.2	7
Øvelse 1.2.4	8
Øvelse 1.2.5	8
1.3 Nivå 2	10
1.3.1 Øvelse	10
1.3.2 Øvelse	10
1.3.3 Øvelse	10

1.3.4	Øvelse	10
1.3.5	Løsningsforslag	11
	Øvelse 1.3.1	11
	Øvelse 1.3.2	11
	Øvelse 1.3.3	12
	Øvelse 1.3.4	12
1.4	Nivå 3	14
1.4.1	Øvelse	14
1.4.2	Øvelse	14
1.4.3	Øvelse	14
1.4.4	Løsningsforslag	15
	Øvelse 1.4.1	15
	Øvelse 1.4.2	15
	Øvelse 1.4.3	16
1.5	Uintuitive deduksjoner	18
1.5.1	Øvelse	18
1.5.2	Øvelse	18
1.5.3	Løsningsforslag	19
	Øvelse 1.5.1	19
	Øvelse 1.5.2	19

Oppavesett 1

1.1 Oppvarmingsoppgaver

Øvelse 1.1.1

Vis at fra p og q kan man konkludere $p \wedge q$.

Øvelse 1.1.2

Vis at fra $p \wedge q$ kan man konkludere p .

Øvelse 1.1.3

Vis at fra p kan man konkludere $p \vee q$.

Øvelse 1.1.4

Vis at $p \rightarrow p$.

Øvelse 1.1.5

Vis at fra p og $p \rightarrow q$ kan man konkludere q .

Løsningsforslag 1.1.6

Øvelse 1.1.1

Vis at fra p og q kan man konkludere $p \wedge q$.

Bevis:

1	p	
2	q	
3	p	1 Reit
4	q	2 Reit
5	$p \wedge q$	3, 4 \wedge Intro

Øvelse 1.1.2

Vis at fra $p \wedge q$ kan man konkludere p .

Bevis:

1	$p \wedge q$	
2	p	1 \wedge Elim

Øvelse 1.1.3

Vis at fra p kan man konkludere $p \vee q$.

Bevis:

1		p	
2		$p \vee q$	1 \vee Intro

Øvelse 1.1.4Vis at $p \rightarrow p$.**Bevis:**

1			p	
2			p	1 Reit
3			$p \rightarrow p$	1-2 \rightarrow Intro

Øvelse 1.1.5Vis at fra p og $p \rightarrow q$ kan man konkludere q .**Bevis:**

1		p	
2		$p \rightarrow q$	
3		q	1, 2 \rightarrow Elim

1.2 Nivå 1

Øvelse 1.2.1

Vis at $p \rightarrow (p \vee q)$.

Øvelse 1.2.2

Vis at fra $p \rightarrow q$ og $\neg q$ kan man konkludere $\neg p$.

Øvelse 1.2.3

Vis at fra $p \rightarrow q$, kan man konkludere $\neg q \rightarrow \neg p$.

Øvelse 1.2.4

Bevis at fra $p \rightarrow q$ og $q \rightarrow r$, kan man konkludere $p \rightarrow r$.

Øvelse 1.2.5

Vis at fra $p \vee q$, $p \rightarrow r$ og $q \rightarrow r$ kan man konkludere r .

Løsningsforslag 1.2.6

Øvelse 1.2.1

Vis at $p \rightarrow (p \vee q)$.

Bevis

1			p	
2			$p \vee q$	1 \vee Intro
3		$p \rightarrow (p \vee q)$		1–3 \rightarrow Intro

Øvelse 1.2.2

Vis at fra $p \rightarrow q$ og $\neg q$ kan man konkludere $\neg p$.

Bevis

1		$p \rightarrow q$	
2		$\neg q$	
3			p
4			q 3, 1 \rightarrow Elim
5			$\neg q$ 2 Reit
6		$\neg p$	3–5 \neg Intro

Øvelse 1.2.3

Vis at fra $p \rightarrow q$, kan man konkludere $\neg q \rightarrow \neg p$.

Bevis

1	$p \rightarrow q$	
2	$\neg q$	
3	p	
4	q	1, 3 \rightarrow Elim
5	$\neg q$	2 Reit
6	$\neg p$	3-5 \neg Intro
7	$\neg q \rightarrow \neg p$	2-6 \rightarrow Intro

Øvelse 1.2.4

Bevis at fra $p \rightarrow q$ og $q \rightarrow r$, kan man konkludere $p \rightarrow r$.

Bevis

1		$p \rightarrow q$		
2		$q \rightarrow r$		
3				
			p	
4			q	3, 1 \rightarrow Elim
5			r	4, 2 \rightarrow Elim
6		$p \rightarrow r$	3-5 \rightarrow Intro	

Øvelse 1.2.5

Vis at fra $p \vee q$, $p \rightarrow r$ og $q \rightarrow r$ kan man konkludere r .

Bevis

1	$p \vee q$	
2	$p \rightarrow r$	
3	$q \rightarrow r$	
<hr/>		
4	p	
5	r	4, 2 \rightarrow Elim
6	q	
7	r	6, 3 \rightarrow Elim
8	r	1, 4–5, 6–7 \vee Elim

1.3 Nivå 2

Øvelse 1.3.1

Bevis at fra $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ kan man konkludere $(p \wedge q) \rightarrow r$.

Øvelse 1.3.2

Bevis at fra $p \vee q$, $p \rightarrow r$ og $q \rightarrow r$ kan man konkludere r .

Øvelse 1.3.3

Bevis at fra $p \rightarrow q$ og $\neg q$ kan man konkludere $\neg p$.

Øvelse 1.3.4

Vis at $\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$.

Løsningsforslag 1.3.5

Øvelse 1.3.1

Bevis at fra $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ kan man konkludere $(p \wedge q) \rightarrow r$.

Bevis

1	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	
2	$p \wedge q$	
3	p	2 \wedge Elim
4	q	2 \wedge Elim
5	$q \rightarrow r$	3, 1 \rightarrow Elim
6	r	4, 5 \rightarrow Elim
7	$(p \wedge q) \rightarrow r$	2–6 \rightarrow Intro

Øvelse 1.3.2

Bevis at fra $p \vee q$, $p \rightarrow r$ og $q \rightarrow r$ kan man konkludere r .

Bevis

1	$p \vee q$	
2	$p \rightarrow r$	
3	$q \rightarrow r$	
4	p	
5	r	4, 2 \rightarrow Elim
6	q	
7	r	6, 3 \rightarrow Elim
8	r	1, 4-5, 6-7 \vee Elim

Øvelse 1.3.3

Bevis at fra $p \rightarrow q$ og $\neg q$ kan man konkludere $\neg p$.

Bevis

1	$p \rightarrow q$	
2	$\neg q$	
3	p	
4	q	3, 1 \rightarrow Elim
5	$\neg q$	2 Reit
6	$\neg p$	3-5 \neg Intro

Øvelse 1.3.4

Vis at $\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$.

Bevis

1			$\neg(p \wedge q)$	
2			p	
3			$p \wedge q$	1, 2 \wedge Intro
4			$\neg(p \wedge q)$	1 Reit
5			$\neg p$	2–4 \neg Intro
6			$\neg p \vee \neg q$	5 \vee Intro
7			$\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$	1–6 \rightarrow Intro

1.4 Nivå 3

Øvelse 1.4.1

Bevis at fra $p \wedge (q \vee r)$ kan man konkludere $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$.

Øvelse 1.4.2

Bevis at fra $(p \wedge q) \rightarrow r$ kan man konkludere $p \rightarrow (q \rightarrow r)$.

Øvelse 1.4.3

Vis at $\neg(p \rightarrow q) \rightarrow p$.

Her kan vi vise at dette er en logisk sannhet.

Løsningsforslag 1.4.4

Øvelse 1.4.1

Bevis at fra $p \wedge (q \vee r)$ kan man konkludere $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$.

Bevis

1	$p \wedge (q \vee r)$	
2	p	1 \wedge Elim
3	$q \vee r$	1 \wedge Elim
4	q	
5	$p \wedge q$	2, 4 \wedge Intro
6	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	5 \vee Intro
7	r	
8	$p \wedge r$	2, 7 \wedge Intro
9	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	8 \vee Intro
10	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	3, 4–6, 7–9 \vee Elim

Øvelse 1.4.2

Bevis at fra $(p \wedge q) \rightarrow r$ kan man konkludere $p \rightarrow (q \rightarrow r)$.

Bevis

1	$(p \wedge q) \rightarrow r$		
2	p		
3	q		
4	$p \wedge q$	2, 3 \wedge Intro	
5	r	4, 1 \rightarrow Elim	
6	$q \rightarrow r$	3–5 \rightarrow Intro	
7	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	2–6 \rightarrow Intro	

Øvelse 1.4.3

Vis at $\neg(p \rightarrow q) \rightarrow p$.

Her kan vi vise at dette er en logisk sannhet.

Bevis

1			$\neg(p \rightarrow q)$	
2			$\neg p$	
3			p	
4			$\neg q$	
5			p	3 Reit
6			$\neg p$	2 Reit
7			q	4-6 $\neg E$
8			$p \rightarrow q$	3-7 \rightarrow Intro
9			$\neg(p \rightarrow q)$	1 Reit
10			p	2-9 $\neg E$
11			$\neg(p \rightarrow q) \rightarrow p$	1-10 \rightarrow Intro

1.5 Uintuitive deduksjoner

Øvelse 1.5.1

Bevis at fra p kan man konkludere $q \rightarrow p$.

Øvelse 1.5.2

Bevis at fra $\neg p$ kan man konkludere $p \rightarrow q$.

Løsningsforslag 1.5.3

Øvelse 1.5.1

Bevis at fra p kan man konkludere $q \rightarrow p$.

Bevis:

1	p	
2	p	1 Reit
3	q	
4	p	2 Reit
5	$q \rightarrow p$	3–4 \rightarrow Intro

Øvelse 1.5.2

Bevis at fra $\neg p$ kan man konkludere $p \rightarrow q$.

Bevis:

1	$\neg p$	
2	p	
3	$\neg q$	
4	$\neg p$	1 Reit
5	p	2 Reit
6	q	3–5 \neg Intro
7	$p \rightarrow q$	2–6 \rightarrow Intro